

# 考虑可压缩矿质的饱和岩体热弹塑性模型

胡亚元

(浙江大学 滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058)

**摘要:** 为研究温度和矿质压缩性对饱和岩体力学特性的影响, 从工程混合物理论出发, 把骨架应变和基质应变作为饱和岩体的应变状态变量, 把 Terzaghi 有效应力和真实压力作为应力状态变量, 建立了本构模型和多场耦合控制方程。首先假定组分基质的力学性质与单相介质相同, 建立固流两相基质的热-力本构模型; 然后利用骨架应变、有效应力和温度来建立骨架热-力本构模型; 再根据相应变与应变状态变量之间的关系建立饱和岩体热弹塑性模型; 最后与达西定律和傅里叶定律一起, 建立了考虑矿质压缩性和温度影响的饱和岩土多场耦合控制方程。工程混合物理论建模法能够避免单一有效应力建模法存在的 Biot 系数难以测定的缺陷, 完善了热扩散方程, 为建立多场耦合分析模型提供了另一条新途径。

**关键词:** 饱和岩体; 基质压缩性; 温度; 弹塑性模型; 工程混合物理论

中图分类号: TU433 文献标识码: A 文章编号: 2096-7195(2020)01-0025-06

**作者简介:** 胡亚元 (1968 - ), 男, 副教授, 博士, 主要从事岩土本构模型和地基处理工作。E-mail: huyayuan@zju.edu.cn。

## A thermo-elastoplastic model of saturated rock mass considering compressible mineral

HU Ya-yuan

(Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

**Abstract:** In order to study the influence of temperature and mineral compressibility on the mechanical properties of saturated rock mass, the constitutive models and controlling equations of saturated rock mass were built regarding skeleton strain and matrix strains as strain state variables and regarding Terzaghi effective stress and real pressure as stress state variables on the basis of engineering mixture theory. Firstly, the thermo-mechanics constitutive model of solid and fluid matrix was obtained from the assumption that the mechanical properties of solid and fluid matrices are the same as that of corresponding single phase. Secondly, skeleton strain, effective stress and temperature were used to formulate the thermo-mechanical constitutive model of solid skeleton. Thirdly, the thermo-elastoplastic model of saturated rock mass was established using the relations between phase strains and strain state variables. Finally, the multi-field coupling controlling equations were built for the saturated rock mass considering mineral compressibility and temperature impacts. The modelling method of engineering mixture theory can overcome the shortcoming that Biot's coefficient is difficultly measured in the single effective stress method and improve the thermal diffusion equation of saturated rock mass. So it provides another new method for building the analysis of multi-field coupling.

**Key words:** saturated rock mass; matrix compressibility; temperature; elastoplastic model; engineering mixture theory

## 0 引言

地应力、地下水和温度是构成地质环境的主要因素, 研究应力和温度作用下饱和岩体内流固两相的本构关系是数值分析渗流场、应力场和温度场的多场耦合效应的理论基础, 在水利水电工程、环境工程、石油开发、地热开发和核废料处置等工程领域具有广阔的应用前景<sup>[1]</sup>。

目前国内外学者已提出众多的热-水-力耦合

本构模型来研究饱和岩土的热应力应变本构模型<sup>[2-7]</sup>。周创兵等<sup>[1]</sup>建立了非线性弹性本构模型来研究饱和岩体的热-水-力耦合作用机理。Guvanasen 和 Chan<sup>[2]</sup>提出具有代表性的多场耦合作用模式, 李勇等<sup>[3]</sup>考虑了固体和流体密度随压力和温度变化, 建立了饱和多孔介质的线性热弹性本构模型, 并数值分析了油页岩原位加热开发的渗透过程。刘泉声

等<sup>[4]</sup>研究了低温环境下考虑岩体冻融相变的温度场-渗流场-应力场耦合特性,建立了冻结条件下裂隙饱和岩体的本构模型及其耦合控制方程。Ma等<sup>[5]</sup>推导了完全耦合的饱和多孔介质弹黏塑性模型,建立了热-水-力多场耦合控制微分方程。陈卫忠等<sup>[6]</sup>详细地研究了黏土岩的温度-渗流-应力耦合特性和力学参数取值,并建立了相应的横观各项同性饱和岩体多场耦合损伤模型。除此之外,还有许多岩土专家也建立了饱和多孔介质热弹塑性本构模型及其耦合控制方程,在此不一一列举,这些研究均深刻地揭示了饱和岩体内温度-渗透-应力间的相互作用,有力地推导饱和岩体热弹塑性力学的发展。当然,由于工程应用的紧迫性,这些模型大都基于力学直觉建立的,在热力学机制方面还存在一些不足。例如,由于饱和岩体一般需要考虑岩块矿物(在岩土力学中称为岩块颗粒,在工程混合物理论中称为基质)的压缩性,一些岩土专家往往采用单一Biot有效应力来建立饱和岩体的本构模型。但是在非线性饱和岩体本构模型中,Biot有效应力中的Biot系数不是常数,很难根据岩体试验取值,影响了饱和岩体本构模型的实用性。又例如,在温度扩散方程中,往往忽略应力引起的塑性和渗透等耗散机制对温度扩散的影响,实际上并不严格满足能量守恒方程。这些问题,很难通过物理和力学直觉解决,只有采用更严密更普适的本构理论作为建模基础,才能合理地克服上述缺陷。

基于非平衡态热力学和连续介质力学的混合物理论被称为本构领域的欧几里得理论,具有广阔的普适性。然而,由于经典混合物理论采用工程上无法直接测定的力学量来建立理论体系,因此所建立的本构方程往往存在力学机理不明和参数选择繁琐的缺陷。为克服上述缺陷,Borja<sup>[7]</sup>和胡亚元<sup>[8]</sup>从工程力学量出发,把经典混合物理论发展为工程混合物理论。本文以工程混合物理论为建模基础,把饱和岩体应变分为骨架应变、固相基质应变和流体基质应变,相应的共轭应力为Terzaghi应力、固相真实压力和流体真实应力,根据这些热力学对偶力学量来建立饱和岩体的热弹塑性本构模型及其相应的控制方程,以丰富和发展饱和和非饱和岩体力学的建模思路和方法。

## 1 工程混合物理论

### 1.1 动量守恒

在符号上下标中,S表示饱和岩体的固相,F表示流相。 $\alpha \in \{S, F\}$ 为组分指征变量。设饱和岩体内

固流两相应符合小应变假定。 $n_\alpha$ 为第 $\alpha$ 组分的体积分,  $n_S + n_F = 1$ 。 $\rho_\alpha$ 和 $\rho_{R\alpha}$ 分别为第 $\alpha$ 组分的密度和真实密度,  $\rho_\alpha = n_\alpha \rho_{R\alpha}$ 。混合物的密度为 $\rho = \rho_S + \rho_F$ 。设第 $\alpha$ 组分时间 $t$ 时的位移为 $u_\alpha$ ,  $\dot{u}_\alpha$ 为第 $\alpha$ 组分的速度,以压为正。把多孔固相作为参考相,则流相相对多孔固相的相对速度为 $\dot{W}_F = \dot{u}_F - \dot{u}_S$ 。设 $\sigma_\alpha$ 为第 $\alpha$ 组分应力,以压为正,  $\sigma = \sigma_S + \sigma_F$ 为混合物总应力。令 $b_\alpha$ 为第 $\alpha$ 组分的外体力密度,  $\hat{p}_F$ 为流体动量供应量,固流两相的动量守恒方程表示为<sup>[8-9]</sup>:

$$\rho_S \ddot{u}_S = \nabla \cdot \sigma_S - \rho_S b_S + \hat{p}_F \quad (1)$$

$$\rho_F \ddot{u}_F = \nabla \cdot \sigma_F - \rho_F b_F - \hat{p}_F \quad (2)$$

### 1.2 能量平衡方程

设岩体基质(即构成岩块的矿物材料)所受的真实应力为 $\sigma_{RS}$ ,孔隙中流相真实压力(即孔压)为 $P_F$ ,它们与组分应力的关系为 $\sigma_S = n_S \sigma_{RS}$ 和 $\sigma_F = n_F P_F \mathbf{1}$ 。式中的 $\mathbf{1}$ 为2阶单位张量。Terzaghi有效应力公式为:

$$\sigma' = \sigma - P_F \mathbf{1} \quad (3)$$

令 $P_T = \sigma : \mathbf{1} / 3$ 为饱和岩体总压力,则固相真实压力为:

$$P_S = \frac{\sigma_{RS} : \mathbf{1}}{3} = \frac{P_T - n_F P_F}{n_S} \quad (4)$$

设小应变条件下各组分基质应变 $\varepsilon_{R\alpha}$ 和固相骨架体应变 $\varepsilon_{HV}$ 分别为<sup>[8-9]</sup>:

$$\varepsilon_{R\alpha} = \frac{\rho_{R\alpha} - \rho_{R\alpha}^+}{\rho_{R\alpha}^+}, \quad \varepsilon_{HV} = \frac{n_S^+ - n_S}{n_S^+}, \quad \alpha \in \{S, F\} \quad (5)$$

则根据工程混合物理论<sup>[8-9]</sup>,固相组分应变张量 $\varepsilon_S$ 与骨架应变 $\varepsilon_H$ 和固相基质应变 $\varepsilon_{RS}$ 的关系为:

$$\varepsilon_S = \varepsilon_H + \frac{1}{3} \varepsilon_{RS} \mathbf{1} \quad (6)$$

式中 $\varepsilon_{HV} = \varepsilon_H : \mathbf{1}$ 。流相组分应变 $\varepsilon_{FV}$ 与骨架应变 $\varepsilon_H$ 和流体基质应变 $\varepsilon_{RL}$ 的关系为:

$$\varepsilon_{FV} = -\frac{n_S^+}{n_F^+} \varepsilon_{HV} + \varepsilon_{RL} \quad (7)$$

设混合物内能为 $E$ ,能量平衡方程为<sup>[8-9]</sup>:

$$\dot{E} = \sigma' : \dot{\varepsilon}_H + n_S P_S \dot{\varepsilon}_{RS} + n_F P_F \dot{\varepsilon}_{RF} + \sum_\alpha (-\nabla \cdot q_\alpha + \rho_\alpha r_\alpha) - (P_F \nabla n_F - \hat{p}_F) \cdot \dot{W}_F \quad (8)$$

### 1.3 饱和多孔介质本构理论

在饱和岩土力学中,几乎所有的本构理论均假定固流两相基质材料的力学性质与单相时的力学性质相同,这说明在饱和岩土工程力学中,固相骨架变形、固相基质变形和流相基质变形的受力性质是相互解耦的。根据这一假定,并考虑骨架塑性变

形, 饱和岩体的内能  $E$  可假定为:

$$E = E_H(\eta_H, \varepsilon_H, \varepsilon_H^p) + E_{RS}(\eta_{RS}, \varepsilon_{RS}) + E_{RF}(\eta_{RF}, \varepsilon_{RF}) \quad (9)$$

式中  $\varepsilon_H^p$  为固相塑性骨架应变, 对式(9)进行微分得:

$$\dot{E} = \frac{\partial E_H}{\partial \eta_H} \dot{\eta}_H + \frac{\partial E_H}{\partial \varepsilon_H} : \dot{\varepsilon}_H + \frac{\partial E}{\partial \varepsilon_H^p} : \dot{\varepsilon}_H^p + \frac{\partial E_{RS}}{\partial \eta_{RS}} \dot{\eta}_{RS} + \frac{\partial E_{RS}}{\partial \varepsilon_{RS}} : \dot{\varepsilon}_{RS} + \frac{\partial E_{RF}}{\partial \varepsilon_{RF}} : \dot{\varepsilon}_{RF} + \frac{\partial E_{RF}}{\partial \eta_{RF}} \dot{\eta}_{RF} \quad (10)$$

根据热力学局部平衡假定及其  $\varepsilon_H$ 、 $\varepsilon_{R\alpha}$  和  $\varepsilon_H^p$  可独立变化的性质得:

$$\theta = \frac{\partial E_H}{\partial \eta_H} = \frac{\partial E_{RS}}{\partial \eta_{RS}} = \frac{\partial E_{RF}}{\partial \eta_{RF}}, \quad \sigma' = \frac{\partial E_H}{\partial \varepsilon_H}, \quad n_\alpha P_\alpha = \frac{\partial E_{R\alpha}}{\partial \varepsilon_{R\alpha}} \quad (11)$$

令  $\sigma'^p = -\partial E_H / \partial \varepsilon_H^p$ , 把式(11)带入到式(8)可得饱和和多孔介质熵方程为:

$$\dot{\eta} = \frac{1}{\theta} [\sigma' : \dot{\varepsilon}_H^p - (P_F \nabla n_F - \hat{p}_F) \cdot \dot{W}_F - \frac{1}{\theta} \nabla \theta \cdot \mathbf{q}] - \nabla \cdot \left( \frac{\mathbf{q}}{\theta} \right) + \sum_\alpha \frac{\rho_\alpha r_\alpha}{\theta} \quad (12)$$

从式(12)可得熵产项  $\eta^i$  为:

$$\eta^i = \frac{\sigma'}{\theta} : \dot{\varepsilon}_H^p - (P_F \nabla n_F - \hat{p}_F) \cdot \frac{\dot{W}_F}{\theta} - \frac{1}{\theta^2} \nabla \theta \cdot \mathbf{q} \geq 0 \quad (13)$$

自由能  $\Psi_H(\theta, \sigma', \varepsilon_H^p)$  和  $\Psi_{R\alpha}(\theta, P_\alpha)$  与内能关系为:

$$\Psi_H(\theta, \varepsilon_H, \varepsilon_H^p) = \sigma' : \varepsilon_H + \theta \eta_H - E_H(\theta, \varepsilon_H, \varepsilon_H^p) \quad (14)$$

$$\Psi_{R\alpha}(\theta, \varepsilon_{R\alpha}) = n_\alpha P_\alpha \varepsilon_{R\alpha} + \theta \eta_{R\alpha} - E_{R\alpha}(\theta, \varepsilon_{R\alpha}) \quad (15)$$

注意到在小应变条件下  $n_\alpha \approx n_\alpha^+$ ,  $n_\alpha^+$  为初始值, 故  $n_\alpha$  可视为常量, 式(14)和(15)两边微分, 再把式(11)代入得:

$$\eta_H = \frac{\partial \Psi_H}{\partial \theta}, \quad \varepsilon_H = \frac{\partial \Psi_H}{\partial \sigma'}, \quad \sigma'^p = \frac{\partial \Psi_H}{\partial \varepsilon_H^p}, \quad (16)$$

$$\eta_{R\alpha} = \frac{\partial \Psi_{R\alpha}}{\partial \theta}, \quad \varepsilon_{R\alpha} = \frac{\partial \Psi_{R\alpha}}{n_\alpha^+ \partial P_\alpha} \quad (17)$$

## 2 饱和岩土建模

### 2.1 完整岩块和流体的本构模型

岩块三轴压缩全过程曲线可用本构模型表示为:

$$\sigma_{RS1} = \frac{(E_{S0} + \sigma_{Sr} b^2 \varepsilon_{RS1}) \varepsilon_{RS1}}{(1 + b \varepsilon_{RS1})^3} \quad (18)$$

式中  $E_{S0}$  为完整岩块的初始弹性模量,  $\sigma_{Sr}$  为残余强度, 参数  $b$  按照峰值点  $\sigma_{RM}$  按下式确定:

$$b = \frac{E_{S0}}{2\sigma_{Sr}} - \frac{E_{S0}}{2} \sqrt{\frac{1}{\sigma_{Sr}^2} - \frac{1}{\sigma_{Sr} \sigma_{RM}}} \quad (19)$$

由此可得:

$$E_S = \frac{d\sigma_{RS1}}{d\varepsilon_{RS1}} = \frac{E_{S0} + (2\sigma_{Sr} b^2 - E_{S0} b) \varepsilon_{RS1}}{(1 + b \varepsilon_{RS1})^3} \quad (20)$$

从式(17)的第二式可知, 基质应变与基质压力和温度有关, 由此可得:

$$\dot{\varepsilon}_{RS} = \frac{\partial^2 \Psi_{RS}}{n_s^+ \partial^2 P_s} \dot{P}_s + \frac{\partial^2 \Psi_{RS}}{n_s^+ \partial \varepsilon_{RS} \partial \theta} \dot{\theta} \quad (21)$$

假设完整岩石的泊松比为  $\nu_s$ , 完整岩石热膨胀张量为  $\beta_{ST}$ , 则完整岩石的体积模量为  $K_S = E_S / (3 - 6\nu_s)$ . 根据固相基质变形与单相完整固体即完整岩块具有相同本构关系的假定, 对比式(20)和式(21)得:

$$\dot{\varepsilon}_{RS} = K_S^{-1} \dot{P}_s - \beta_{ST} \dot{\theta} \quad (22)$$

设孔隙流体的体积模量为  $K_F$ , 热膨胀系数为  $\beta_{FT}$ , 同理可得:

$$\dot{\varepsilon}_{RF} = K_F^{-1} \dot{P}_F - \beta_{FT} \dot{\theta}. \quad (23)$$

### 2.2 岩体骨架的本构关系

设岩土骨架的力学机理可用下面的弹塑性模型来反映。

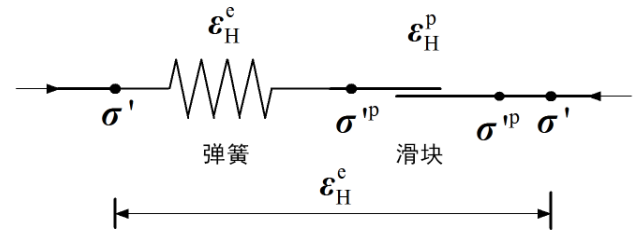


图1 骨架弹塑性模型元件组合图

Figure 1 Diagram of skeleton elastoplastic model

图1所示变形机理可用  $\Psi_H = \Psi_H^*(\theta, \sigma') + \sigma' : \varepsilon_H^p$  反映。令  $\varepsilon_H^c = \partial \Psi_H^* / \partial \sigma'$ , 由式(16)第二式和第三式可得:

$$\varepsilon_H = \varepsilon_H^c + \varepsilon_H^p, \quad \sigma'^p = \sigma' \quad (24)$$

设岩体骨架的弹性剪切模量为  $G_H$ , 体积模量为  $K_H$ , 热膨胀系数为  $\beta_{HT}$ , 则有:

$$\dot{\varepsilon}_{H1}^c = \frac{\dot{\sigma}'_1}{E_H} - \frac{\nu_H(\dot{\sigma}'_2 + \dot{\sigma}'_3)}{E_H} - \frac{\beta_{HT}}{3} \dot{\theta} \quad (25)$$

$$\dot{\varepsilon}_{H2}^c = \frac{\dot{\sigma}'_2}{E_H} - \frac{\nu_H(\dot{\sigma}'_1 + \dot{\sigma}'_3)}{E_H} - \frac{\beta_{HT}}{3} \dot{\theta} \quad (26)$$

$$\dot{\varepsilon}_{H3}^c = \frac{\dot{\sigma}'_3}{E_H} - \frac{\nu_H(\dot{\sigma}'_1 + \dot{\sigma}'_2)}{E_H} - \frac{\beta_{HT}}{3} \dot{\theta} \quad (27)$$

现在来推导骨架的塑性变形。假设岩体符合 Hoek-Brown 屈服准则, 根据式(24)把它用  $\sigma'$  表示为:

$$f(\sigma'_1, \sigma'_3) = \sigma'_1 - \sigma'_3 - m_p \sqrt{\sigma'_c(\theta) \sigma'_3 + s \sigma'_c(\theta)^2} = 0 \quad (28)$$

式中  $\sigma'_c$  为岩体的单轴抗压强度。假定服从相

关联流动准则, 有:

$$\dot{\varepsilon}_{\text{HI}}^{\text{p}} = \dot{\lambda}^{\text{p}}, \quad \dot{\varepsilon}_{\text{HS}}^{\text{p}} = -\left(1 + \frac{m_{\text{p}} \sigma'_{\text{c}}}{2\sqrt{\sigma'_{\text{c}} \sigma'_{\text{s}} + s \sigma'^2_{\text{c}}}}\right) \dot{\lambda}^{\text{p}} \quad (29)$$

$$\text{令: } A_{\alpha} = (\sigma'_{\text{s}} + s \sigma'_{\text{c}}) / \sigma'_{\text{c}},$$

$$A_{\beta} = (\sigma'_{\text{s}} - \sigma'_{\text{s}}) / (A_{\alpha} \sigma'_{\text{c}}),$$

$$A_{\gamma} = (a_{\text{p}} + b_{\text{p}} \omega^{\text{p}})^2 / [a_{\text{p}} m_{\text{p}} (\sigma'_{\text{s}} + 2s \sigma'_{\text{c}})],$$

$$\omega^{\text{p}} = \int \sigma'_{ij} \cdot d\varepsilon_{\text{Hij}}^{\text{p}}, \text{ 硬化规律选为:}$$

$$m_{\text{p}} = \frac{\omega^{\text{p}}}{a_{\text{p}} + b_{\text{p}} \omega^{\text{p}}} \quad (30)$$

$$\text{令 } A_{\theta} = \frac{(a_{\text{p}} + b_{\text{p}} \omega^{\text{p}})^2}{m_{\text{p}} a_{\text{p}}} \frac{(\sigma'_{\text{s}} - \sigma'_{\text{s}})}{\sigma'^2_{\text{c}} (\sigma'_{\text{s}} + s \sigma'_{\text{c}})} \frac{\partial \sigma'_{\text{c}}}{\partial \theta}, \text{ 由式}$$

(28)~(30)可得:

$$\dot{\lambda} = A_{\gamma} [2\dot{\sigma}'_{\text{s}} - (2 + A_{\beta}) \dot{\sigma}'_{\text{s}}] - A_{\theta} \dot{\theta} \quad (31)$$

由式(24)、式(25)-(27)、式(29)和式(31)得:

$$\dot{\varepsilon}_{\text{HI}} = \left(\frac{1}{E_{\text{H}}} + 2A_{\gamma}\right) \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \frac{\nu_{\text{H}}}{E_{\text{H}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \left[\frac{\nu_{\text{H}}}{E_{\text{H}}} + (2 + A_{\beta}) A_{\gamma}\right] \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \left(\frac{\beta_{\text{HT}}}{3} + A_{\theta}\right) \dot{\theta} \quad (32)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\text{H2}} = -\frac{\nu_{\text{H}}}{E_{\text{H}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} + \frac{1}{E_{\text{H}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \frac{\nu_{\text{H}}}{E_{\text{H}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} + \frac{\beta_{\text{HT}}}{3} \dot{\theta} \quad (33)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\text{HS}} = -\left[\frac{\nu_{\text{H}}}{E_{\text{H}}} + (2 + \frac{m_{\text{p}}}{\sqrt{A_{\alpha}}}) A_{\gamma}\right] \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \frac{\nu_{\text{H}}}{E_{\text{H}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} + \left[\frac{1}{E_{\text{H}}} + (2 + A_{\beta})(1 + \frac{m_{\text{p}}}{2\sqrt{A_{\alpha}}}) A_{\gamma}\right] \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \left[\frac{\beta_{\text{HT}}}{3} - (1 + \frac{m_{\text{p}}}{2\sqrt{A_{\alpha}}}) A_{\theta}\right] \dot{\theta} \quad (34)$$

### 2.3 饱和岩体本构关系

$$\text{令: } \frac{1}{E_{\text{b}}} = \frac{1}{E_{\text{H}}} + \frac{1}{9n_{\text{s}} K_{\text{s}}},$$

$$\nu_{\text{b}} = \frac{E_{\text{b}} \nu_{\text{H}}}{E_{\text{H}}} - \frac{E_{\text{b}}}{9n_{\text{s}} K_{\text{s}}},$$

$$K_{\text{b}} = \frac{3 - 6\nu_{\text{b}}}{E_{\text{b}}},$$

$$\beta_{\text{bT}} = \beta_{\text{ST}} + \beta_{\text{HT}}.$$

$E_{\text{b}}$ 、 $\nu_{\text{b}}$ 和 $K_{\text{b}}$ 分别是多孔固体的杨氏模量、泊松比和体积模量,  $\beta_{\text{bT}}$ 为多孔固体的热膨胀系数, 根据式(3)、式(4)、式(6)、式(22)和式(32)~(34)可得饱和岩体的本构关系为:

$$\dot{\varepsilon}_{\text{S1}} = \left(\frac{1}{E_{\text{b}}} + 2A_{\gamma}\right) \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \frac{\nu_{\text{b}}}{E_{\text{b}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \left[\frac{\nu_{\text{b}}}{E_{\text{b}}} + (2 + A_{\beta}) A_{\gamma}\right] \dot{\sigma}'_{\text{s}} + \left(-\frac{1}{3K_{\text{b}}} - \frac{1}{3K_{\text{s}}} - A_{\beta} A_{\gamma}\right) \dot{P}_{\text{F}} - \left(\frac{\beta_{\text{bT}}}{3} + A_{\theta}\right) \dot{\theta} \quad (35)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\text{S2}} = -\frac{\nu_{\text{b}}}{E_{\text{b}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} + \frac{1}{E_{\text{b}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \frac{\nu_{\text{b}}}{E_{\text{b}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \left(\frac{1}{3K_{\text{b}}} - \frac{1}{3K_{\text{s}}}\right) \dot{P}_{\text{F}} + \frac{\beta_{\text{bT}}}{3} \dot{\theta} \quad (36)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\text{S3}} = -\left[\frac{\nu_{\text{b}}}{E_{\text{b}}} + (2 + \frac{m_{\text{p}}}{\sqrt{A_{\alpha}}}) A_{\gamma}\right] \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \frac{\nu_{\text{b}}}{E_{\text{b}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} + \left[\frac{1}{E_{\text{b}}} + (2 + A_{\beta}) \times$$

$$\left(1 + \frac{m_{\text{p}}}{2\sqrt{A_{\alpha}}}\right) A_{\gamma}\right] \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \left[\frac{1}{3K_{\text{b}}} - \frac{1}{3K_{\text{s}}} + (1 + \frac{m_{\text{p}}}{2\sqrt{A_{\alpha}}}) A_{\beta} A_{\gamma}\right] \dot{P}_{\text{F}} + \left[\frac{\beta_{\text{HT}}}{3} - (1 + \frac{m_{\text{p}}}{2\sqrt{A_{\alpha}}}) A_{\theta}\right] \dot{\theta} \quad (37)$$

定义渗入量  $\xi_{\text{F}} = n_{\text{F}}^+ \nabla \cdot (\mathbf{u}_{\text{S}} - \mathbf{u}_{\text{F}})$ , 根据式(6)~(7)和小应变条件得:

$$\dot{\xi}_{\text{F}} = \dot{\varepsilon}_{\text{HV}} + n_{\text{F}}^+ \dot{\varepsilon}_{\text{RS}} - n_{\text{F}}^+ \dot{\varepsilon}_{\text{RF}} \quad (38)$$

把式(22)~(23)和式(32)~(34)代入到式(38)得:

$$\dot{\xi}_{\text{F}} = \left(\frac{1}{K_{\text{b}}} - \frac{1}{K_{\text{s}}}\right) \dot{P}_{\text{T}} - \frac{m_{\text{p}} A_{\gamma}}{\sqrt{A_{\alpha}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} + (2 + A_{\beta}) \frac{m_{\text{p}} A_{\gamma}}{2\sqrt{A_{\alpha}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \left(\frac{1}{K_{\text{b}}} - \frac{1 + n_{\text{F}}^+}{K_{\text{s}}} + \frac{m_{\text{p}} A_{\beta} A_{\gamma}}{2\sqrt{A_{\alpha}}} + \frac{n_{\text{F}}^+}{K_{\text{F}}}\right) \dot{P}_{\text{F}} - \left(\beta_{\text{bT}} - n_{\text{S}}^+ \beta_{\text{ST}} - n_{\text{F}}^+ \beta_{\text{FT}} - \frac{m_{\text{p}} A_{\theta}}{2\sqrt{A_{\alpha}}}\right) \dot{\theta} \quad (39)$$

式(35)~(37)和式(39)即是考虑温度和岩体矿物压缩性的饱和岩体固流两相的本构关系。

当岩体矿物和骨架变形均符合线弹性关系时, 此时不存在塑性, 故  $A_{\gamma} = 0$ 。式(35)~(37)变为:

$$\dot{\varepsilon}_{\text{S1}} = \frac{1}{E_{\text{b}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \frac{\nu_{\text{b}}}{E_{\text{b}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \frac{\nu_{\text{b}}}{E_{\text{b}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \left(\frac{1}{3K_{\text{b}}} - \frac{1}{3K_{\text{s}}}\right) \dot{P}_{\text{F}} + \frac{\beta_{\text{bT}}}{3} \dot{\theta} \quad (40)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\text{S2}} = -\frac{\nu_{\text{b}}}{E_{\text{b}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} + \frac{1}{E_{\text{b}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \frac{\nu_{\text{b}}}{E_{\text{b}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \left(\frac{1}{3K_{\text{b}}} - \frac{1}{3K_{\text{s}}}\right) \dot{P}_{\text{F}} + \frac{\beta_{\text{bT}}}{3} \dot{\theta} \quad (41)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\text{S3}} = -\frac{\nu_{\text{b}}}{E_{\text{b}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \frac{\nu_{\text{b}}}{E_{\text{b}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} + \frac{1}{E_{\text{b}}} \dot{\sigma}'_{\text{s}} - \left(\frac{1}{3K_{\text{b}}} - \frac{1}{3K_{\text{s}}}\right) \dot{P}_{\text{F}} + \frac{\beta_{\text{bT}}}{3} \dot{\theta} \quad (42)$$

该本构方程与李勇等<sup>[3]</sup>的饱和岩体本构关系相同。

现在利用耗散理论来推导渗透方程和弹塑性条件下的温度扩散方程。由式(13)的后两项可得:

$$\theta n_{\text{F}\theta}^{\text{i}} = -(P_{\text{F}} \nabla n_{\text{F}} - \hat{p}_{\text{F}}) \cdot \mathbf{W}_{\text{F}} - \nabla \theta \cdot \frac{\mathbf{q}}{\theta} \geq 0 \quad (43)$$

满足式(43)的线性化形式为:

$$P_{\text{F}} \nabla n_{\text{F}} - \hat{p}_{\text{F}} = -\frac{\mu_{\text{F}} n_{\text{F}}^{+2} \dot{\mathbf{W}}_{\text{F}}}{k_{\text{FF}}} - n_{\text{F}}^+ k_{\text{F}\theta} \nabla \theta \quad (44)$$

$$\mathbf{q} = -n_{\text{F}}^+ k_{\text{F}\theta} \dot{\mathbf{W}}_{\text{F}} - k_{\theta\theta} \nabla \theta = -k_{\text{F}\theta} \dot{\mathbf{w}}_{\text{F}} - k_{\theta\theta} \nabla \theta \quad (45)$$

式中,  $k_{\text{FF}}$ 和 $\mu_{\text{F}}$ 分别为流体的渗透系数和粘滞系数,  $k_{\theta\theta}$ 为热传导系数,  $k_{\text{F}\theta}$ 为扩散耦合系数。把式(1)和式(2)相加, 令  $\rho^+ \mathbf{b} = \rho_{\text{S}}^+ \mathbf{b}_{\text{S}} + \rho_{\text{L}}^+ \mathbf{b}_{\text{L}}$ , 对于静力问题有:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} - \rho^+ \mathbf{b} = 0. \quad (46)$$

令  $\dot{\mathbf{w}}_{\text{F}} = n_{\text{F}}^+ \dot{\mathbf{W}}_{\text{F}}$ , 对于静力问题把式(46)代入到式(2)得:

$$\nabla P_{\text{F}} - \frac{\rho_{\text{F}}}{n_{\text{F}}^+} \mathbf{b}_{\text{F}} = \frac{\mu_{\text{F}} \dot{\mathbf{w}}_{\text{F}}}{k_{\text{FF}}} + k_{\text{F}\theta} \nabla \theta \quad (47)$$

式(47)即是渗透方程。把式(16)~(17)的第一项

代入到式(12)得:

$$\theta \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} \dot{\theta} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta \partial \sigma} \dot{\sigma}' + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta \partial \varepsilon_H^p} \dot{\varepsilon}_H^p + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta \partial P_S} \dot{P}_S + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta \partial P_F} \dot{P}_F \right) = \sigma' : \dot{\varepsilon}_H^p - (P_F \nabla n_F - \hat{P}_F) \cdot \mathbf{W}_F - \nabla \cdot \mathbf{q} + \sum_{\alpha} \rho_{\alpha} r_{\alpha} \quad (48)$$

式中  $\Psi = \Psi_H + \Psi_{RS} + \Psi_{RF}$ 。

注意到  $C_p = \theta(\partial^2 \Psi / \partial \theta^2)$  为等压比容<sup>[10]</sup>, 同时根据倒易定理有  $\partial \eta / \partial \sigma' = \beta_{HT} / 3$ ,  $\partial \Psi / \partial P_S = \beta_{ST}$ ,  $\partial \eta / \partial P_F = \beta_{FT}$ ,  $\partial \eta / \partial \varepsilon_H^p = 0$ 。把它们代入到式(48), 并利用式(44)~(45), 可得:

$$C_p \dot{\theta} = \nabla \cdot (\nabla k_{\theta} \theta) + k_{F\theta} \dot{\mathbf{w}}_F \cdot \nabla \theta + \nabla \cdot (k_{F\theta} \dot{\mathbf{w}}_F) + \frac{\mu_F}{k_{FF}} \dot{\mathbf{w}}_F \cdot \dot{\mathbf{w}}_F + \sigma' : \dot{\varepsilon}_H^p + \sum_{\alpha} \rho_{\alpha} r_{\alpha} + \theta \left( \beta_{bT} + \frac{n_F^+ \beta_{RS}}{n_S^+} \right) \dot{P}_T + \theta \left( \beta_{RF} - \beta_{bT} + \frac{n_S^+ - n_F^+}{n_S^+} \beta_{RS} \right) \dot{P}_F \quad (49)$$

式(49)即是温度扩散方程。

### 3 边界条件和初始条件

综上所述, 饱和岩体热-水-力耦合控制方程由固流两相本构关系式(35)~(37)和式(39)、平衡方程式(46)、渗流方程式(47)和温度扩散方程式(49)组成, 除此之外, 还需要应用关系式  $\xi_F = -\nabla \cdot \mathbf{w}_F$  和多孔固相变形几何方程, 即应变与位移关系式。由于小应变条件下的变形几何方程众所周知, 这里不再列出。在上述方程中, 包含位移向量  $\mathbf{u}_S$ 、流体真实压力  $P_F$ 、温度  $\theta$  共5个基本未知量。对应于控制方程组中的未知量, 热-流-固耦合问题的边界条件为

(1) 初值条件, 即  $t=0$  时刻在  $\Omega$  内有:

位移初值条件:  $\mathbf{u}_S = \mathbf{u}_S^+$

孔隙水压初值条件:  $P_F = P_F^+$

温度初值条件:  $\theta = \theta^+$

式中:  $\mathbf{u}_S^+$ 、 $P_F^+$  和  $\theta^+$  分别为初始位移向量、孔隙水压力和温度。

(2) 边界条件:

位移边界条件:  $\mathbf{u}_S|_{\Gamma_u} = \hat{\mathbf{u}}_S$

应力边界条件:  $\boldsymbol{\sigma}|_{\Gamma_{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \hat{\boldsymbol{\sigma}}$

孔隙水压力边界条件:  $P_F|_{\Gamma_P} = \hat{P}_F$

温度边界条件:  $\theta|_{\Gamma_{\theta}} = \hat{\theta}$

流体流量边界条件:  $\mathbf{w}_F|_{\Gamma_w} = \hat{\mathbf{w}}_F$

热通量边界条件:  $q|_{\Gamma_q} = \hat{q}$

式中,  $\hat{\mathbf{u}}_S$  为已知界面位移向量。  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  为已知面力向量;  $\hat{P}_F$  为已知边界液体流量;  $\hat{\mathbf{w}}_F$  为已知边界热通量;  $\mathbf{n}$  为边界面的外法向向量。

有了边界条件和初始条件, 就可对方程组进行

求解。求得  $\mathbf{u}_S$ 、 $P_F$  和  $\theta$  之后, 就可以根据本构关系获得应力, 渗透速率和热通量。由于方程组是非线性的, 因此需要采用有限元数值方法进行求解。有关控制方程的有限元离散格式及其数值计算问题, 受篇幅限制, 将另文予以介绍。

### 4 结 论

本文从工程混合物理论出发, 采用骨架应变和固流两相基质应变为应变状态变量和 Terzaghi 有效应力和真实压力为应力状态变量, 获得了考虑基质(矿物)压缩性和温度影响的饱和岩体的热弹塑性本构方程, 建立了基于混合物理论的饱和岩体热-水-力多场耦合控制方程, 获得了以下研究成果:

(1) 采用工程混合物理论建立饱和岩体热弹塑性模型可以不采用 Biot 有效应力, 避免了饱和岩体非线性本构模型中的 Biot 系数难以确定的缺陷。

(2) 改进了温度扩散方程, 增加了流体粘性耗散和岩体塑性耗散等力学机制的影响, 实际上, 流变粘性耗散和岩体塑性耗散的热力学机理都是机械能转化为热能, 势必会对温度扩散产生不可忽略的影响。

### 参考文献:

- [1] 周创兵, 陈益峰, 姜清辉, 等. 复杂岩体多场广义耦合分析导论[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2008: 328-363.
- [2] Guvanasen V, Chan T. A three-dimensional numerical model for thermo-hydro-mechanical deformation with hysteresis in a fractured rock mass[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, 37(1/2): 89-106.
- [3] 李勇, 林緬, 张召彬. 流-热-固耦合渗流的数学模型及其应用[J]. 水动力学研究与进展, 2015, 30(1): 56-63.
- [4] 刘泉声, 康永水, 刘滨, 等. 裂隙岩体水-冰相变及低温温度场-渗流场-应力场耦合研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(11): 2181-2188.
- [5] Ma J, Zhao G, Khalili N. A fully coupled flow deformation model for elasto-plastic damage analysis in saturated fractured porous media[J]. International Journal of Plasticity, 2016, 76(2): 29-50.
- [6] 陈卫忠, 龚哲, 于洪丹, 等. 黏土岩温度-渗流-应力耦合特性试验与本构模型研究进展[J]. 岩土力学, 2015, 36(5): 1217-1238.
- [7] Borja R I. On the mechanical energy and effective stress in saturated and unsaturated porous continua[J]. International

Journal of Solids and Structures, 2006(43): 1764-1786.

- [8] 胡亚元. 饱和多孔介质的超粘弹性本构理论研究[J]. 应用数学和力学, 2016, 37(6): 584-598.
- [9] 胡亚元. 双变量耦合作用对非饱和岩土波动特性的影响

研究[J]. 振动与冲击, 2018, 37(10): 208-217.

- [10] 苏长荪, 谭文城, 刘桂玉. 高等工程热力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1987: 64-103.

## 简 讯

### 《土力学及基础工程实用名词词典》第二版简介

《土力学及基础工程实用名词词典》(浙江大学出版社, 1993) 出版 20 多年来得到了广大读者的欢迎。20 多年来我国土木工程建设快速发展, 对外交流日益增多, 不少设计、施工技术人员承担域外工程。近年来, 不少读者希望词典能够再版。为了适应需要, 在第一版的基础上组织编写了第二版。第二版对第一版收编的词条进行了修订、补充、完善, 收编的汉语词条从 723 条扩展到 1106 条。

《土力学及基础工程实用名词词典》(第二版) 收录了土力学及基础工程领域的常用词条和相应的英文词条。词条释文力求正确、简明、全面, 并尽可能包括设计、施工所需资料。词条索引共有 3 种: (1) 词条分类检字索引; (2) 词条拼音检字索引; (3) 词条英文检字索引。查阅方便。

《土力学及基础工程实用名词词典》(第二版) 内容分 30 个部分, 分别为: (1) 综合类; (2) 工程地质及勘查; (3) 岩土分类; (4) 室内试验; (5) 原位测试; (6) 土的物理性质; (7) 渗透性和渗流; (8) 应力; (9) 位移和变形; (10) 固结; (11) 抗剪强度; (12) 本构模型; (13) 岩土动力性质;

(14) 地基承载力; (15) 地基处理; (16) 浅基础; (17) 复合地基; (18) 桩基础; (19) 特种基础; (20) 土坡稳定; (21) 挡土结构和喷锚结构; (22) 堤与坝; (23) 土压力; (24) 基坑工程与降水; (25) 地下工程; (26) 动力机器基础; (27) 地基基础抗震; (28) 土工合成材料; (29) 环境岩土工程; (30) 其他。

《土力学及基础工程实用名词词典》(第二版) 主编龚晓南, 副主编谢康和。罗勇博士、连峰博士、李璞博士、王志达博士、沈扬博士、郭彪博士、吕文志博士、张杰博士、陈东霞博士、史海莹博士、张磊博士、张雪婵博士、黄大中博士等在浙江大学学习期间参与了本词典词条的遴选、编写和校对工作。本词典在编写过程中还得到了浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心同事们的大力支持, 陆水琴和王笑笑等同志为本词典的排版、校对等做了许多工作, 在此表示感谢。

由于编者水平有限, 本词典中难免有错误和不当之处, 敬请读者批评指正。

龚晓南