

关于圆形基坑环梁等效弹性支撑刚度的探讨

孙海忠

(上海市建工设计研究总院有限公司, 上海 200235)

摘要:以取得圆形基坑环梁等效弹性支撑刚度为出发点,运用支撑弹簧来模拟支撑环梁的空间环向效应,通过理论分析阐述了圆环撑刚度推导过程,但该过程并未考虑实际工程中因施工因素导致的圆环梁呈非理论状态圆形的现象。基于上海某市政工作井项目,对圆环梁支撑刚度计算目前存在的问题,将理论标准圆环撑简化为多边形支撑,并按照平面竖向弹性地基梁进行支撑刚度计算。将计算结果与标准圆环支撑计算结果进行对比,对比结果显示,标准圆环支撑刚度计算结果约是近似圆环多段线支撑刚度的10倍;随着圆环多段线分段数增多,多边形趋于圆形,等效弹性刚度值趋于平缓,而最优分段数量需根据圆形基坑环梁半径来确定;利用多段线支撑刚度进行基坑剖面计算,与标准圆环支撑计算方法相比,考虑了弯矩及剪力的影响,更加贴合工程实际,确保基坑围护设计安全可靠。在设计过程中,将圆环梁简化为多边形环梁的设计理念可为今后类似圆环撑刚度计算提供了参考,具有一定的借鉴意义。

关键词:圆形基坑;环梁;多边形;弹性支撑刚度;均布围压;弹性地基梁

中图分类号: TU463

文献标识码: A

文章编号: 2096-7195(2022)03-0215-05

Discussion on equivalent elastic support stiffness of ring beam in circular foundation pit

SUN Hai-zhong

(Shanghai Construction Engineering Design and Research Institute Co., Ltd., Shanghai 200235, China)

Abstract: Taking the equivalent elastic support stiffness of the ring beam of circular foundation as the starting point, this paper uses the supporting spring to simulate the spatial circumferential effect of the supporting ring beam and expounds the derivation process of theoretical ring brace stiffness, regardless the real phenomenon that the ring beam is circular in non-theoretical state caused by construction. Based on the working well project of a municipal engineering in Shanghai, the theoretical standard ring support is simplified to polygon support, and the support stiffness is calculated according to the plane vertical elastic foundation beam. The calculation results are compared with the standard ring support. The comparison results show that the calculated stiffness of the standard ring support is about 10 times that of the multi-segment line support which is similar to the ring. As the number of segment increases, the polygon tends to be circular and the equivalent elastic stiffness tends to be stable. The optimal number of segments should be determined according to the radius. The stiffness of multi-segment line support is used to calculate the foundation pit profile. Compared with calculation results of standard ring support, the influence of bending moment and shear force is considered, which is more suitable for engineering practice and ensures the safety and reliability of foundation pit support design. In the design process, the design concept of simplifying the ring beam into a polygonal ring beam can provide a reference for the stiffness calculation of similar ring brace in the future.

Key words: circular foundation pit; ring beam; polygon; elastic support stiffness; uniformly enclosed pressure; beam on elastic foundation

0 引言

近年来,环梁内支撑体系因其受力性能合理、空

间利用率高、经济效益优异、工作量较小等特点^[1] 逐渐受到了人们的重视,越来越多地应用到了基坑支护结构工程中^[2]。

在环梁内支撑体系的设计计算问题上, 诸多学者作了大量的探索和研究。李森林等^[3] 将环形梁内支撑等效为弹簧, 通过弹性力学的方法对环形梁弹性支撑刚度系数公式进行推导及修正。周健等^[4] 利用圆形支护结构的对称性和作用在支护结构上荷载的对称性, 将把圆形支护的拱效应等效为梁的支撑。潘泓等^[5] 考虑了圆形支护空间结构的特性, 从弹性力学中圆筒受均布荷载的解析解出发, 分析了影响圆形支护结构内力、变形的因素。杨骁等^[6] 利用广义 Delta 函数和 Heaviside 函数推导出具有任意数目刚性环梁支撑的圆形支护结构变形的解析解。

但上述研究仅适用于在几何形状轴对称平面应力情况下的支撑环梁 (以下简称标准圆), 并未考虑在实际工程中因施工因素导致的圆环梁呈非理论状态圆形 (以下简称近似圆) 的现象。故本文在前人研究的基础上, 以上海某市政工程工作井为例, 探讨了如何在工程实践中合理取得环梁等效弹性支撑刚度, 且确保基坑围护设计安全可靠。

1 理论研究

支撑环梁在墙后土压力作用下, 本身会有环向效应, 该环向效应是一种空间作用^[7]。当围护结构和支撑环梁是轴对称结构, 且围护结构后的土压力作用也为轴对称时, 可将围护结构和支撑环梁简化成平面问题求解。在平面问题中, 支撑环梁的空间环向效应可用支撑弹簧来模拟^[8-9]。

1.1 圆形基坑环梁等效弹性支撑刚度推导

圆形支护结构利用圆环梁作支撑时, 在计算过程中, 可将每一道支撑环梁用一道支撑弹簧来替代, 支撑环梁的等效弹性支撑刚度分析如下。

环梁的受力和变形如图 1 所示, 等效弹性支撑刚度定义为:

$$K_h = \frac{P}{\Delta R_{h0}} \quad (1)$$

式中: p 为环梁的径向压力, km/m ; R_{h0} 为环梁初始中心线半径, m ; ΔR_{h0} 为环梁初始中心线半径变化量, m 。

根据结构力学知识, 轴对称环梁的轴压力按式 (2) 计算:

$$N = R_{h0} \cdot P \quad (2)$$

式中: N 为环梁的轴向压力, kN 。

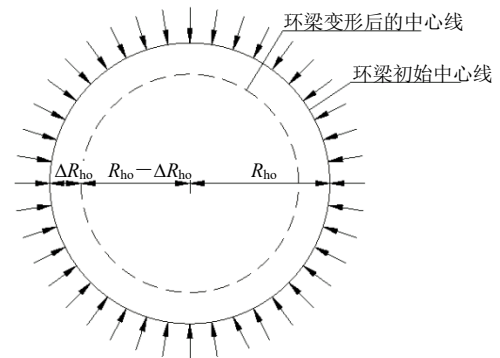


图 1 环梁的受力和变形

Fig. 1 Stress and deformation of ring beam

环梁在轴压力作用下会沿圆周方向产生压缩变形, 使环梁中心线的周长变短, 半径减小。环梁的压缩应变按式 (3) 计算:

$$\varepsilon = \frac{N}{E_h A_h} = \frac{R_{h0} P}{E_h A_h} \quad (3)$$

式中: ε 为环梁的轴向压应变; E_h 为环梁材料的弹性模量, kN/m^2 ; A_h 为环梁的横截面面积, m^2 。

环梁中心线的周长缩短量按式 (4) 计算:

$$\Delta l_h = l_h \varepsilon \quad (4)$$

$$l_h = 2\pi R_{h0} \quad (5)$$

式中: Δl_h 为环梁中心线的周长缩短量, m ; l_h 为环梁中心线的周长, m 。

将式 (3) 和式 (5) 代入式 (4), 即:

$$\Delta l_h = 2\pi \frac{R_{h0}^2}{E_h A_h} p \quad (6)$$

换一种思路, 环梁中心线的周长缩短量可以根据图 1 中半径的变化量进行计算, 即: 环梁初始中心线周长减去环梁变形后的中心线周长, 如式 (7) 所示:

$$\Delta l_h = 2\pi R_{h0} - 2\pi(R_{h0} - \Delta R_{h0}) = 2\pi \Delta R_{h0} \quad (7)$$

将式 (7) 代入式 (6), 得到:

$$\frac{P}{\Delta R_{h0}} = \frac{E_h A_h}{R_{h0}^2} \quad (8)$$

将式 (8) 代入式 (1), 得到:

$$K_h = \frac{E_h A_h}{R_{h0}^2} \quad (9)$$

由式 (9) 可知, 在均布围压作用下的圆环梁中心线半径增大 1 倍时, 等效弹性支撑刚度降为原刚度的 1/4。

1.2 圆形基坑环梁等效弹性支撑刚度分析

根据式 (9) 可知: 支撑环梁的等效弹性支撑刚

度同支撑截面积、弹性模量成正比，同环梁中心线半径的平方成反比。根据量纲分析，弹性模量的单位为 MN/m^2 ，支撑截面积单位为 m^2 ，环梁中心线半径的平方单位为 m^2 ，因此，式 (9) 的最终量纲为 MN/m^2 。根据式 (1)，支撑环梁的等效弹性支撑刚度 K_h 单位为 MN/m^2 ，可见式 (9) 成立。因此根据式 (9)，只要知道环梁支撑截面积、混凝土强度标号、环梁中心线半径，即可求出支撑环梁的等效弹性支撑刚度。

2 工程实践

2.1 实际工程中环梁支撑存在的问题

在工程实践中，圆环钢筋混凝土支撑支模是分成一段一段衔接而成的多边形，很难满足理论标准意义上的圆环撑，就会产生圆环撑实际刚度同理论刚度的差别；其次，轴对称圆环撑在均布围压作用下，混凝土环梁只承受轴力，没有弯矩和剪力，在配筋方面基本不需要。在工程实践中，圆环梁由于受到施工因素的影响，圆度受到影响，必然存在弯

矩、剪力、轴力，不配筋是不安全的。

如何求得圆环梁受施工因素影响后的支撑等效刚度是摆在基坑工程设计师面前的一道难题。

2.2 实际工程中环梁支撑刚度的取值

根据支撑刚度的原始定义，圆环圈梁在单位围压 p 作用下，求得圈梁各节点的平均位移 ΔR_{h0} ，再用围压 p 除以平均位移 ΔR_{h0} ，即可得到支撑刚度。

考虑到工程支模因素，将标准圆环撑简化为近似圆环的多段线，利用有限元分析软件，建立多段线支撑模型，其后沿着圈梁作用垂直方向的单位分布荷载，进而求得支撑在单位分布荷载作用下的平均位移及支撑刚度。

2.3 案例

以上海某市政工作井为例，基坑挖深 11.08 m，根据规范[10-11]计算，采用 $\Phi 800@950$ 灌注桩+三道环梁支撑+两排高压旋喷桩止水帷幕，第一道环梁截面尺寸为 1 200 mm×800 mm，环梁中心线半径 6 m，第二、三道环梁截面尺寸为 1 400 mm×800 mm，环梁中心线半径 4.9 m，混凝土强度等级均为 C30，基坑围护平剖面图纸见图 2~3。

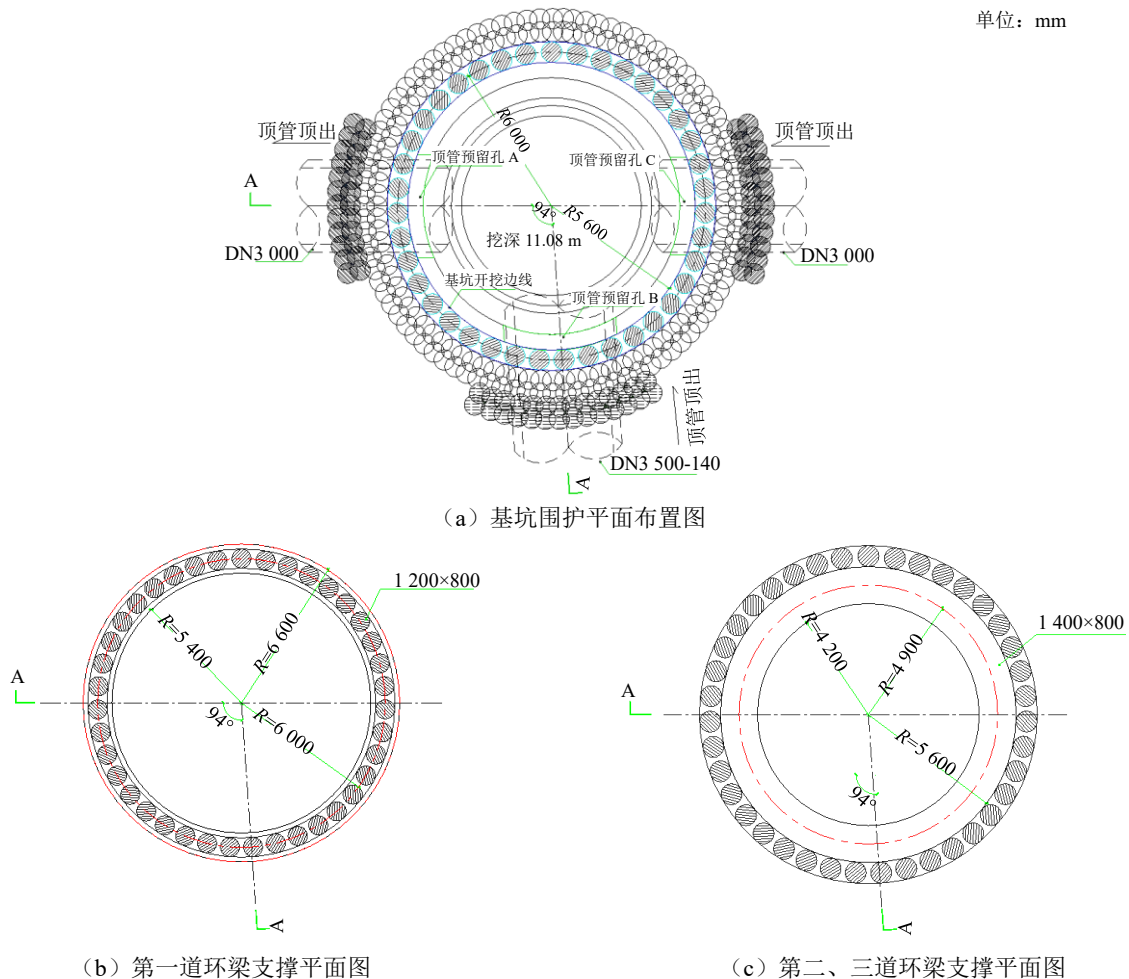


图 2 工作井基坑围护平面布置图

Fig. 2 Plane layout of foundation pit support of working well

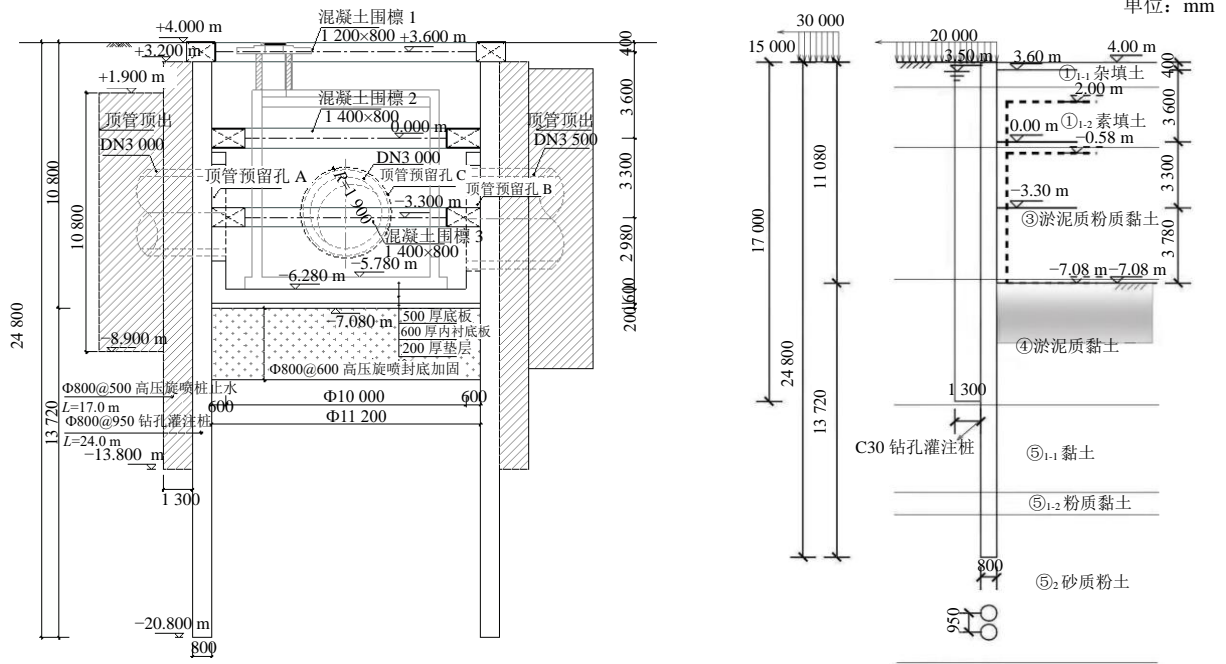


图3 A-A剖面
Fig. 3 Section A-A

在支撑环梁支撑受力计算时，将环梁支撑分成多边形进行分析，将每边按照平面竖向弹性地基梁进行剖面计算，圆环梁计算模型如图4所示。每道环梁在施加围压 $p=1\text{ kN/m}$ 作用下，得到平均位移 ΔR_{h0} ，进而根据等效弹性支撑刚度公式(1)求得每道环梁刚度计算结果(近似圆环支撑刚度)，并和等效弹性支撑刚度推导公式(9)计算结果(标准圆环支撑刚度)进行对比，如表1所示。

从表1可见：标准圆环支撑刚度较大，大概是近似圆环的多段线支撑刚度的10倍，可以预计，圆环多段线分的越多，等效弹性刚度就越大，就越接近标准圆环支撑刚度。总体而言，利用多段线支撑刚度进行基坑剖面计算是偏安全的。

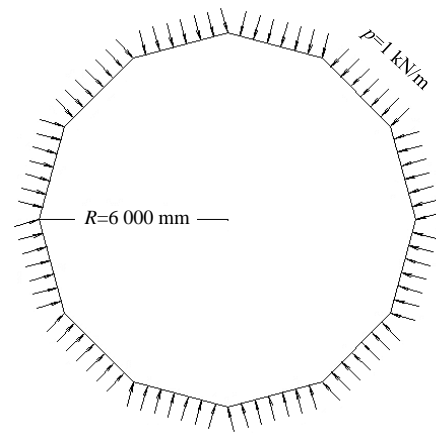


图4 环梁围压计算模型
Fig. 4 Calculation model of confining pressure of ring beam

表1 基坑环梁近似圆及标准圆刚度计算对比表
Table 1 Comparison of approximation and standard circle stiffness of ring beam

项目	$p/(\text{kN/m})$	$\Delta R_{h0}/\text{mm}$	近似圆环计算刚度/ (MN/m^2)	标准圆环计算刚度/ (MN/m^2)
第一道圆环梁	1	0.012	83	800
第二道圆环梁	1	0.009	110	1 399
第三道圆环梁	1	0.009	110	1 399

3 讨论

(1) 经理论分析，支撑环梁的等效弹性支撑刚度同环梁中心线半径的平方成反比，同支撑截面积、弹性模量成正比。本研究将圆环简化为多段线，等效弹性支撑刚度与多段线的分段数有关。如

图5所示，在均布荷载 $p=1\text{ kN/m}$ 作用下，随着分段数增大，多边形趋于圆形，计算刚度值趋于平缓。如表2所示，当圆环半径 $R=6\text{ m}$ 、 12 m 、 18 m 时，标准圆环支撑刚度约是近似圆环的多段线支撑刚度的10倍。

表2 基坑环梁近似圆及标准圆刚度计算对比表

Table 2 Comparison of approximation and standard circle stiffness of ring beam

R/m	$p/(kN/m)$	$\Delta R_{n0}/mm$	近似圆环计算刚度/(MN/m ²)	标准圆环计算刚度/(MN/m ²)
6	1	0.012	83.0	800
12	1	0.050	20.0	200
18	1	0.113	8.8	89

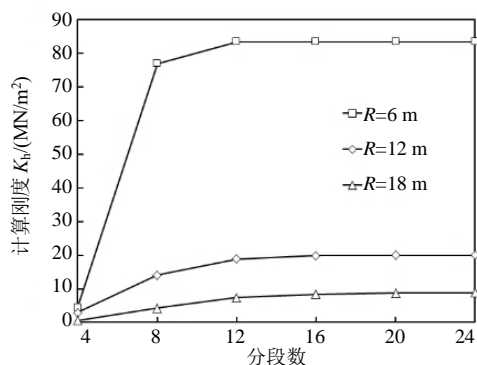


图5 计算刚度随分段数变化

Fig. 5 Stiffness calculation with different segment number

需要指出的是,当圆环半径为 $R=6\text{ m}$ 、 12 m 、 18 m 时,最优分段数分别为 12、20、24 段。在实际计算过程中,不同大小的圆环撑支撑刚度计算,需根据圆环半径来确定合适的分段数。

(2) 本研究以圆环半径为 6 m 的市政井为例,假设圆环梁上承受均布荷载,目的是初步探索用多段线近似圆环计算等效支撑刚度的可行性。相较于标准圆环,近似圆环支撑刚度计算已考虑了弯矩及剪力的影响。

在后续工程的运用中,考虑到基坑土方开挖时可能会出现不对称的现象,设计单位在计算支撑刚度时,应与施工单位对开挖顺序进行沟通,合理取值。

(3) 根据规范要求[10],现浇地下连续墙一字型槽段不宜大于 6 m ,L 形、T 形等槽段各肢长度总和不宜大于 6 m ,建议运用多段线计算圆环支撑刚度时,多段线的分段长不大于 6 m 。

4 结 论

随着城市地下空间的大力发展,圆环形基坑也越来越多,而在工程实践中,受施工因素影响,圆环撑往往做成近似圆环的多边形基坑,从而导致圆环撑理论标准圆环计算刚度同实际刚度存在较大差异,这对基坑围护设计、施工等参建单位带来了挑战。通过本文对圆环撑等效刚度理论分析和工程实际取值分析,标准圆环计算刚度和实际近似圆的

多段线支撑刚度存在较大差异,采用多边形环梁刚度取值偏于安全。为今后类似圆环撑刚度计算提供了参考,有一定的借鉴意义。

参考文献

- [1] 程建国,莫云,谢武军. 环梁支撑在深基坑支护中的设计及应用[J]. 土工基础,2012,26(1): 9-11, 15.
CHENG Jian-guo, MO Yun, XIE Wu-jun. Design and application of ring beam support in deep foundation pit support[J]. Soil Engineering and Foundation, 2012, 26(1): 9-11, 15.
- [2] 田帅. 基于 MIDAS/GTS 对基坑环梁内支撑的有限元分析[D]. 太原: 太原理工大学, 2018.
TIAN Shuai. Finite element analysis of inner support of foundation ring beam based on MIDAS/GST[D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2018.
- [3] 李森林,葛玉祥. 圆形基坑排桩环梁内撑弹性支点刚度系数算法[J]. 地下空间与工程学报,2017,13(增刊1): 129-134.
LI Sen-lin, GE Yu-xiang. Calculation method of retaining piles with annular beams elastic support[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2017, 13(S1): 129-134.
- [4] 周健,罗筱波. 圆形支护结构的拱效应等效支撑计算方法[J]. 岩土力学,2003,24(2): 169-172.
ZHOU Jian, LUO Xiao-bo. Structural computation of circular retaining structure[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(2): 169-172.
- [5] 潘泓,曹华先,吴世明,等. 深基坑开挖中圆形支护结构性状分析[J]. 工业建筑,1999(5): 2-5.
PAN Hong, CAO Hua-xian, WU Shi-ming, et al. Characteristic analysis of circular support structure in deep foundation pit excavation[J]. Industrial Construction, 1999(5): 2-5.
- [6] 杨骁,任凯凯,盛棋楸. 刚性环梁支撑圆形基坑支护结构变形解析解[J]. 力学季刊,2020,41(4): 684-694.

