

基于微极亚塑性本构的地基沉降模拟

芦伟男¹, 李学丰^{1,2*}

(1. 宁夏大学 物理与电子电气工程学院, 宁夏 银川 750021; 2. 宁夏大学 固体力学研究所, 宁夏 银川 750021)

摘要: 本文基于 ABAQUS 开发的微极亚塑性本构模型有限元程序, 模拟了砂土的平面应变试验和地基沉降变形。结合微极理论特有的内部尺度参数, 分析了该参数对局部变形规律、剪切带角度和厚度等特征的影响。通过提取地基模型剪切带内外单元的微极转动特征, 分析了地基沉降和剪切带的变化规律。结果表明, 微极理论的引入使得亚塑性本构模型可以更好地捕获应变局部化现象以及研究剪切带的宽度和倾角。微极理论包含单元的旋转自由度可以用来研究剪切带的旋转方向。地基沉降变形的研究发现, 剪切带内单元的旋转方向随着剪切带深度的增加而交替变化。剪切带条数和宽度均受到内部长度的影响。地基模型中内部长度越大, 剪切带宽度增加, 剪切带条数减少。砂土的平面应变试验表明, 剪切带宽度与内部长度线性相关, 剪切带宽度近似为内部长度的 11.6 倍。

关键词: 地基; 有限元; 亚塑性; 微极理论; 数值模拟

中图分类号: TU470.3

文献标识码: A

文章编号: 2096-7195(2023)02-0121-05

Simulation of foundation settlement with a micropolar hypoplastic constitutive model

LU Wei-nan¹, LI Xue-feng^{1,2*}

(1. School of Physics and Electronic-Electrical Engineering, Ningxia University, Yinchuan 750021, Ningxia, China;

2. Institute of Solid Mechanics, Ningxia University, Yinchuan 750021, Ningxia, China)

Abstract: In this paper, the plane strain test and foundation settlement deformation of sand were simulated based on the finite element program of micropolar hypoplastic constitutive model in ABAQUS. Combined with the unique internal scale parameter of micropolar theory, the influence of this parameter on the local deformation as well as the shear band inclination and width, was analyzed. By extracting the micropolar rotation characteristics of the elements inside and outside the shear band of the foundation model, the variation of foundation settlement and shear band was analyzed. The results show that the hypoplastic constitutive model combined with micropolar theory can better capture the strain localization phenomenon and study the width and dip angle of the shear band. Micropolar theory can be used to study the rotation direction of the shear band by including the rotational degree of freedom of elements. The study of foundation settlement deformation shows that the rotation direction of elements in the shear band changes alternately with the increase of the shear band depth. Both the number and width of shear bands are affected by the internal length. In the foundation model, the width of shear band increases and the number of shear bands decreases with the increase of internal length. The plane strain test of sand shows that the width of shear band is linearly related to the internal length, and the width of shear band is approximately 11.6 times the internal length.

Key words: foundation; finite element; hypoplastic constitutive model; micropolar theory; numerical simulation

0 引言

众多岩土试验和施工经验表明, 应变局部化是导致基础丧失承载能力的主要因素之一^[1]。传统的地基沉降主要通过工程经验公式进行计算得出, 经

验公式法普遍需要土体准确的性能参数, 并且忽视了应变局部化造成的较大误差。相比经验公式法, 基于传统弹塑性理论发展起来的地基沉降测试方法具有高效、便捷等优势。这类方法将土体视为理想弹塑体, 并且假定了相关联流动法则, 这与土体

收稿日期: 2022-04-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (1216020092); 宁夏科技创新领军人才计划项目 (KJT2019001)。

作者简介: 芦伟男 (1992—), 男, 辽宁阜新, 博士研究生, 主要从事岩土本构模型研究。E-mail: luweinan1992@126.com。

的基本性质有所不符,如在实际中土体的弹性变小,土体存在的非共轴性等^[2]。

相比之下,亚塑性本构模型不仅依据岩土试验而建立,还摒弃了弹塑性模型中的众多假设,在土体的变形、破坏的描述中具有简单、准确、参数少等优势^[3]。在模拟应变局部化问题时,由于缺少描述材料微观特征的内部尺度,很难定量地分析剪切带宽度造成的影响。一些学者针对这一问题做出了研究,通过引入微结构理论(例如偶应力理论、不对称力学和偶极理论等)来模拟颗粒转动的影响。LIN等^[4-5]将离散元的颗粒旋转与微极理论的单元旋转相对应,建立了二者的联系。在此基础上,LIN等^[6]深入分析了内部长度与实际颗粒尺寸的关系,从宏观角度建立了内部长度与颗粒半径的关系,并结合单元试验进行了验证。LIN等^[7]还通过物理观测的手段,将实际剪切带的宽度和倾角与模拟的结果进行了对比。

本文在Wu-Bauer四参数亚塑性本构模型^[8]框架基础上,结合微极理论,模拟了双轴压缩试验和地基沉降试验,研究了微极理论参数(内部长度)对应变局部化的影响。通过地基沉降模拟,分析了不同深度的地基土沉降规律以及剪切带内外测点的转动规律。

1 微极亚塑性本构模型

1.1 亚塑性本构模型

亚塑性的基本思想由Kolymbas在1985年提出,他用率相关的非线性张量函数来描述非弹性材料的特性,假定应力率张量是由线性项和非线性项组成。

$$\mathring{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{L}(\boldsymbol{\sigma}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) + \mathbf{N}(\boldsymbol{\sigma}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) \quad (1)$$

式中: $\mathring{\boldsymbol{\sigma}}$ 为Jaumann应力率张量; $\boldsymbol{\sigma}$ 为Cauchy应力张量; $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 为应变率张量; \mathbf{L} 和 \mathbf{N} 分别表示线性项和非线性项。

WU等^[9]对函数的线性部分和非线性部分进行了改进,提出了一个四参数亚塑性模型(Wu-Bauer亚塑性模型)。LIN等^[6]又根据剑桥模型的有关概念,将临界状态线引入非线性项。

$$\mathring{\boldsymbol{\sigma}} = c_1 \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + c_2 \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) \boldsymbol{\sigma} + c_3 \frac{\text{tr}(\boldsymbol{\sigma} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}})}{\text{tr}(\boldsymbol{\sigma})} \boldsymbol{\sigma} + c_4 (\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}^*) f(e) \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\| \quad (2)$$

式中: $c_i (i=1, 2, 3, 4)$ 表示亚塑性模型的4个参数; $\boldsymbol{\sigma}^*$ 表示偏应力张量,即 $\boldsymbol{\sigma}^* = \boldsymbol{\sigma} - \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{I} / 3$, tr 表示张量

的迹, \mathbf{I} 为单位张量; $\|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\| = \sqrt{\text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^2)}$; $f(e)$ 表示临界状态线。

参考李学丰等^[10]的研究, $f(e)$ 可表示为:

$$f(e) = \left(\frac{e - e_{\min}}{e_r - \lambda_c (p / p_a)^\zeta - e_{\min}} \right)^a \quad (3)$$

式中: e 为孔隙率; e_{\min} 为最小孔隙率; a 为确定临界状态线的材料参数,由试验确定; e_r 、 λ_c 和 ζ 均为确定临界状态线的材料参数; p 为当前平均主应力; p_a 为大气压强。 e_{\min} 、 e_r 、 λ_c 、 ζ 和 a 分别取为0.35, 0.934, 0.019, 0.7和0.1,临界状态线的参数选取参见文献^[10]。

1.2 微极亚塑性本构模型

微极理论认为,颗粒除具有位移自由度之外,还具有单独的转动自由度。ERINGEN^[11]对此给出了数学证明,他们认为微极连续体的转动自由度是由接触力产生的,即节点力与内部长度 l 的乘积得到用于描述转动的偶应力。

考虑到微极理论中旋转张量对 $\mathring{\boldsymbol{\sigma}}$ 、 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 、 $\boldsymbol{\sigma}$ 和 $\boldsymbol{\sigma}^*$ 的影响,将这4个张量改进为微极形式。在微极理论中,曲率张量 \mathbf{K} 和偶应力张量 \mathbf{M} 是反对称张量,并且 $\text{tr}(\mathbf{M}) = \text{tr}(\mathbf{K}) = \text{tr}(\mathbf{M} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) = \text{tr}(\mathbf{K} \boldsymbol{\sigma}) = 0$, $\mathbf{M} = \mathbf{M}^*$ 。根据LIN等^[4-5]的研究,微极形式的亚塑性本构模型可表示为:

$$\mathring{\boldsymbol{\sigma}} = c_1 \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + c_2 \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) \boldsymbol{\sigma} + c_3 \frac{\text{tr}(\boldsymbol{\sigma} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) - \text{tr}(\mathbf{M} \mathbf{K})}{\text{tr}(\boldsymbol{\sigma})} \boldsymbol{\sigma} + c_4 f(e) \sqrt{\|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\|^2 + l^2 \|\mathbf{K}\|^2} (\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}^*) \quad (4)$$

$$\mathring{\mathbf{M}} = c_1 l \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{K} + c_2 \frac{\text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})}{l} \mathbf{M} + c_3 \frac{\text{tr}(\boldsymbol{\sigma} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) - \text{tr}(\mathbf{M} \mathbf{K})}{l \text{tr}(\boldsymbol{\sigma})} \mathbf{M} + 2c_4 f(e) \sqrt{\|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\|^2 + l^2 \|\mathbf{K}\|^2} \frac{\mathbf{M}}{l} \quad (5)$$

式中: l 为内部长度; $\mathring{\mathbf{M}}$ 为偶应力率张量。

1.3 有限元刚度矩阵

微极形式的有限元刚度矩阵可通过对式(4)和式(5)求导获得,表示为 $\mathbf{S} = \mathbf{H}(\boldsymbol{\sigma}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \mathbf{M}, \mathbf{K})$,矩阵形式表示为:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathring{\boldsymbol{\sigma}}_{ij}}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{mn}} (5 \times 5) & \frac{\partial \mathring{\boldsymbol{\sigma}}_{ij}}{\partial \mathbf{K}_{mn}} (5 \times 2) \\ \frac{\partial \mathring{\mathbf{M}}_{ij}}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{mn}} (2 \times 5) & \frac{\partial \mathring{\mathbf{M}}_{ij}}{\partial \mathbf{K}_{mn}} (2 \times 2) \end{bmatrix} \quad (6)$$

应力张量的更新可表示为:

$$\boldsymbol{\sigma}_{t_{n+1}} = \boldsymbol{\sigma}_{t_n} + \boldsymbol{\sigma} \Delta t = \boldsymbol{\sigma}_{t_n} + \mathbf{H}(\boldsymbol{\sigma}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \mathbf{M}, \mathbf{K}) \Delta t \quad (7)$$

式中: Δt 为时步; $\boldsymbol{\sigma}_{t_{n+1}}$ 为下一时步的应力张量; $\boldsymbol{\sigma}_{t_n}$ 为当前时步的应力张量。

2 计算模型和结果

2.1 平面应变模型

采用有限元软件 ABAQUS,建立了平面应变模型,模型尺寸为 60 mm×20 mm,被剖分成 1 200 个正方形单元。在模型的下端面施加竖直约束,在下端面的中间节点施加固定约束。模型的计算过程为:先对模型施加围压,再进行剪切。为了探究微极理论中内部长度 l 对剪切带宽度 w_s 的影响,采用 5 个方案进行研究,方案 1~5 的 l 分别为 0.1 mm、0.3 mm、0.5 mm、0.7 mm 和 1.0 mm。在模型内部加入了正方形弱化区。弱化区的边长为 10 mm,弱化区的上边界距离模型的上边界为 10 mm,左边界与模型的左边界重合。根据 WU 等^[9] 的研究,亚塑性本构模型的参数可通过常规三轴试验得到,本文弱化区与普通区的本构模型参数选取参考了丰浦砂的材料参数^[12],模型参数见表 1。

需要说明的是,引入弱化区是为了弥补各向同性模型不易触发应变局部化的缺陷,如 LIN 等^[7] 通过引入弱化区,触发了剪切带。

表 1 弱化区与普通区的模型参数表

Table 1 Model parameters of weakening zone and common zone

区域	c_1	c_2	c_3	c_4
普通区	-53.33	-234.55	-210.29	-105.90
弱化区	-48.00	-219.97	-242.06	-107.78

2.2 平面应变模型结果

微极理论中引入了内部长度作为正则化机制,在应变局部化模拟上发挥了一定的优势,而内部长度对剪切带宽度有较大的影响。图 1 给出了大主应变为 4% 时方案 1~5 的单元旋转分布云图。由图 1 可以发现,破坏集中在试样的中部,并且破坏区呈

剪切带形。剪切带内部单元的旋转速度较大,并且较集中,而外部单元的旋转速度分布均匀且变化不大。

内部长度 l 对剪切带宽度 w_s 的影响可由图 2 发现,当 $\epsilon_1=4\%$ 时,随着 l 的增加, w_s 近似线性增加。内部长度与剪切带宽度呈近似线性的关系,可表示为 $w_s(l)=11.6l+2.1$ 。

2.3 地基计算模型

采用 ABAQUS 建立了 40 m×40 m 的地基模型,模型被划分为 12 996 个正方形单元,每个单元的边长为 0.35 m。在模型下端施加竖直约束和固定转动约束。在模型上端的中部设置加载区域,区域宽度为 1.4 m,模型未考虑自重的影响。为了分析不同深度的沉降规律,在模型的左右对称线上设置了 7 个测点,测点间距为 7 个单元。为了分析单元转动规律,在模型的右侧设置了 6 个测点,测点呈 45° 分布,测点位置如图 3 所示。计算过程可分为两步,即对模型先施加 25 kPa 的围压,再施加竖直向下速度进行剪切。模型材料参数和本构模型参数与平面应变模型正常区的参数相同,内部长度 l 分别为 0.001 m、0.01 m、0.025 m 和 0.05 m。

图 4 给出了不同内部长度的单元旋转分布云图,图中蓝色代表单元发生顺时针旋转,红色代表单元发生逆时针旋转,图 4 (a) 中标记了测点的实际位置。图中可以发现,荷载作用下单元上端面发生下陷,下陷区两侧形成“蝴蝶形”的转动集中区,转动集中区内单元旋转的方向相反。

当内部长度 l 较小时 ($l=0.001$ m 和 $l=0.01$ m),在集中区下方形成对称分布的 3 对剪切带(图 4 (a) 和图 4 (b)),剪切带宽度随深度的增加而减小,其中第一剪切带最宽,第三剪切带最窄,剪切带内单元旋转角度随深度的增加而减小。还可以发现,3 对剪切带内的单元交替旋转,以右侧 3 条剪切带为

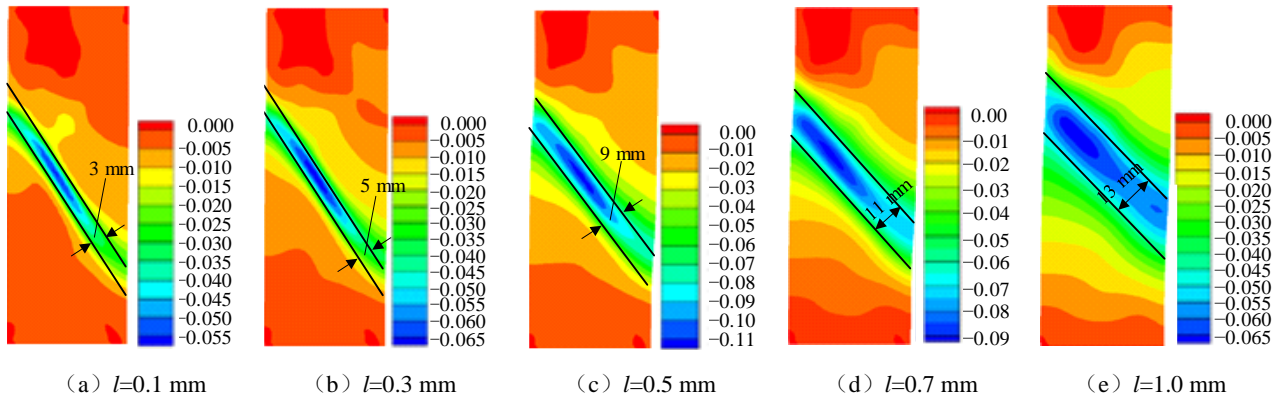


图 1 方案 1~5 的单元旋转分布云图 ($\epsilon_1=4\%$)

Fig. 1 Element rotation distribution nephogram of schemes 1-5 ($\epsilon_1=4\%$)

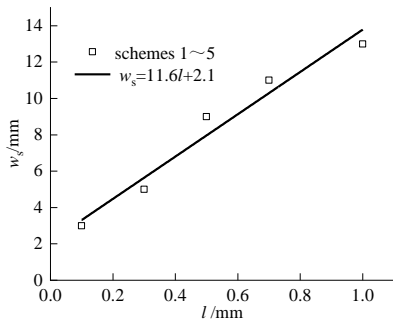


图2 方案1~5内部长度 l 与剪切宽度 w_s 关系曲线 ($\epsilon_1=4\%$)
 Fig. 2 Relation curve between internal length l and shear width w_s in schemes 1-5 ($\epsilon_1=4\%$)

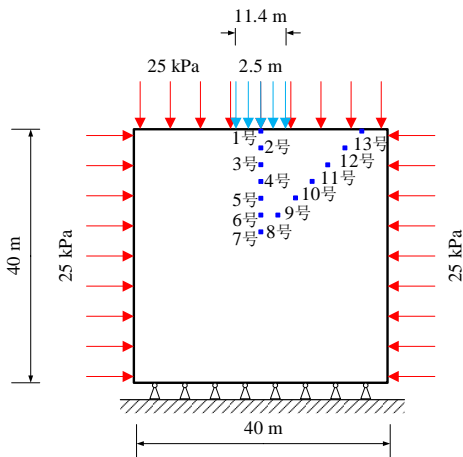


图3 计算模型
 Fig. 3 Computational model

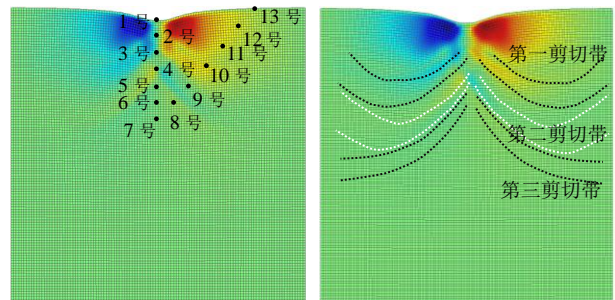
例 (图 4 (b)), 第一剪切带内的单元发生逆时针旋转, 第二剪切带内的单元发生顺时针旋转, 第三剪切带内的单元再次发生逆时针旋转。这一现象与唐洪祥和李锡夔^[13] 的模拟结果有所不同, 他们呈现的 Cosserat 塑性区的分布, 并未产生多条剪切带。这也与本构模型的选取有关。

当内部长度 $l=0.025$ m 时 (图 4 (c)), 第一和第二剪切带的宽度略有增加, 但单元旋转方向未发生改变, 第三剪切带则很难被察觉。这是因为图 4 (b) 中第二与第三剪切带内单元旋转方向相反, 第二剪切带宽度增加, 与第三剪切带有所重合, 导致第三剪切带不易被观察到, 并且导致 $l=0.025$ m 时第二剪切带内单元旋转角度减小。当内部长度较大时 ($l=0.05$ m), 3 对剪切带基本消失, 仅能得到沉降导致的集中区。这也与剪切带增宽相互重合有关。

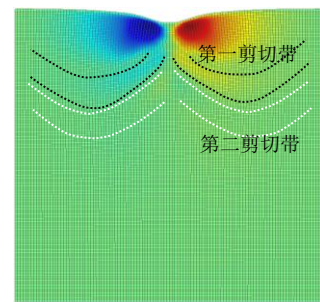
图 5 (a) ~ (d) 给出了不同内部长度 1~7 号测点的沉降 d -时步曲线。图中可以发现, 沉降-时步曲线呈线性下降, 沉降-时步曲线斜率随着测点深度的增加而减小, 即位于模型上端面的 1 号测点沉降最快, 7 号测点的沉降最慢。由图 5 (a) ~ (d)

可以发现, 不同内部长度的沉降-时步曲线相差不大, 内部长度 l 对沉降的影响并不显著。这表明, 对于模型的沉降而言, 内部长度的影响体现在剪切带宽度上。

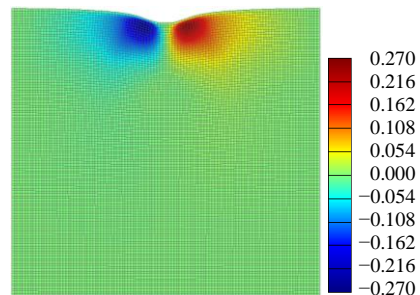
图 6 给出了 7~13 号测点的旋转角度随时步的变化规律, 测点的选取近似与剪切带延伸方向垂直。图中可以发现, 7 号测点和 13 号测点基本未发生旋转, 这与两测点的位置有关。由图 4 (a) 可知, 7 号测点位于模型左右剪切带的对称线上, 距离剪切带较远; 13 号测点位于模型上端面, 受到加载条件的约束, 模型上端面的测点均不发生旋转。8 号、9 号和 10 号测点位于剪切带中心位置, 并且测点的转速较快。11 号测点的旋转角度-时步曲线呈“s 形”, 该测点符号的改变表示测点旋转方向的变化。12 号测点距离旋转集中区较远, 导致该测点的转速较低。综上可知, 距离剪切带或集中区较近的测点具有较快的转速, 而位于剪切带边缘的测点转速较低。



(a) $l=0.001$ m (b) $l=0.01$ m



(c) $l=0.025$ m



(d) $l=0.05$ m

图4 单元旋转分布云图

Fig. 4 Element rotation distribution nephogram

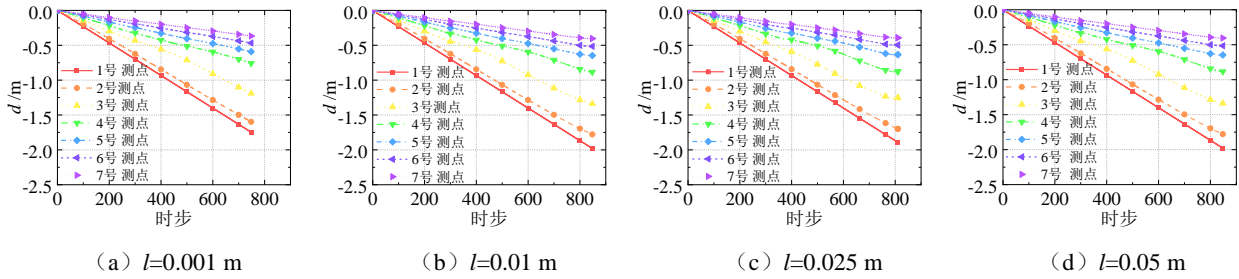


图 5 1~7 号测点的沉降-时步曲线

Fig. 5 Settlement-time step curves of No.1-7 monitoring points

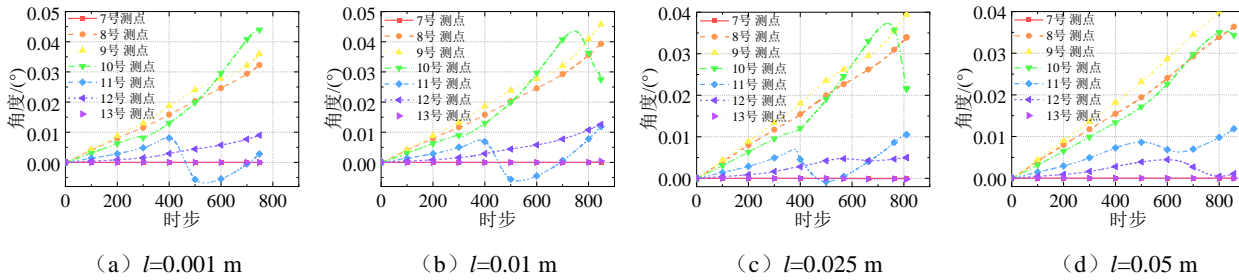


图 6 7~13 号测点的旋转角度-时步曲线

Fig. 6 Rotation angle-time step curves of No.7-13 monitoring points

3 结 论

本文基于微极亚塑性本构模型的 ABAQUS 子程序,模拟了砂土的双轴压缩试验和地基沉降过程,并对地基的破坏进行了分析。微极理论的引入使得亚塑性本构模型可以更好地捕获应变局部化现象以及研究剪切带的宽度和倾角。得出以下几点结论:

(1) 采用微极亚塑性本构模型能有效地模拟地基沉降的应变局部化现象。根据微极理论特有的单元旋转云图发现,地基模型中剪切带内单元的旋转方向随着深度的增加而交替变化。

(2) 内部长度影响地基模型中的剪切带条数,内部长度越大,剪切带条数减少。并且随着内部长度的增加,不同深度的剪切带有所重合,导致剪切带条数减少。

(3) 微极理论中内部长度是影响应变局部化特征的主要因素之一。砂土的平面应变试验表明,剪切带宽度与内部长度线性相关,剪切带宽度近似为内部长度的 11.6 倍。

参考文献

[1] 李学丰, 黄茂松, 钱建固. 基于非共轴理论的各向异性砂土应变局部化分析[J]. 工程力学, 2014, 31(3): 205-211, 246.
LI Xue-feng, HUANG Mao-song, QIAN Jian-gu. Strain localization analysis of anisotropic sands based on

non-coaxial theory[J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(3): 205-211, 246.
[2] 栾茂田, 武科, 范庆来, 等. 复合加载下桶形基础循环承载性能数值分析[J]. 海洋工程, 2007, 25(3): 88-94.
LUAN Mao-tian, WU Ke, FAN Qing-lai, et al. Numerical analysis of cyclic bearing capacity of bucket foundation under combined loading mode[J]. The Ocean Engineering, 2007, 25(3): 88-94.
[3] 黄文雄, 张涛. 颗粒土的亚塑性-塑性本构模拟[J]. 固体力学学报, 2015, 36(增刊 1): 32-37.
HUANG Wen-xiong, ZHANG Tao. A mixed hypoplasticity-conventional plasticity formulation for constitutive modelling of granular soils[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2015, 36(S1): 32-37.
[4] LIN J, WU W. A comparative study between DEM and micropolar hypoplasticity[J]. Powder Technology, 2016, 293: 121-129.
[5] LIN J, WU W. Comparison of DEM simulation and hypoplastic model[C]//The Fifth Biot Conference on Poromechanics. Vienna, 2013: 1815-1819.
[6] LIN J, WU W. A general rotation averaging method for granular materials[J]. Granular Matter, 2017, 19(3): 44.
[7] LIN J, WU W, BORJA R I. Micropolar hypoplasticity for persistent shear band in heterogeneous granular materials[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2015, 289: 24-43.