

# 代理模型方法及其在岩土工程中的应用综述

毛凤山<sup>1,2</sup>, 陈昌富<sup>1,2\*</sup>, 朱世民<sup>1,2</sup>

(1. 湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082; 2. 湖南大学 建筑安全与节能教育部重点实验室, 湖南 长沙 410082)

**摘要:** 代理模型是一种高效的数学近似模型, 由于它能够显著地提高计算效率, 已经逐渐发展为一种新的计算方法, 并且它在岩土工程可靠度计算、优化设计和反分析等方面得到了广泛运用, 并大大提高了岩土工程问题的分析效率。本文首先介绍了代理模型方法的发展背景及基本原理; 然后综述了常用的多项式响应面代理模型、径向基代理模型、Kriging 代理模型、人工神经网络代理模型、支持向量回归代理模型、移动最小二乘法代理模型的建模方法及其特点, 并对构建代理模型时的抽样方法以及代理模型的精度评价方法进行了讨论; 其次, 详细阐述了代理模型方法在岩土工程的可靠度计算、优化设计和参数反求中的应用; 最后, 总结了代理模型方法应用于岩土工程中存在的问题及发展趋势。

**关键词:** 代理模型; 岩土工程; 可靠度; 优化设计; 反分析

中图分类号: TU12

文献标识码: A

文章编号: 2096-7195(2020)04-0295-12

## Surrogate model method and its application in geotechnical engineering

MAO Feng-shan<sup>1,2</sup>, CHEN Chang-fu<sup>1,2\*</sup>, ZHU Shi-min<sup>1,2</sup>

(1. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;

2. Key Laboratory of Building Safety and Energy Efficiency of Ministry of Education, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract:** Surrogate model is an efficient mathematical approximation model, as the application of surrogate model can improve the efficiency of calculation evidently, it has been developed into a new calculation method gradually. The surrogate model is widely used in reliability analysis, optimization design and inverse analysis in geotechnical engineering field nowadays, and it greatly improves the analysis efficiency of geotechnical engineering problems. In this paper, firstly, the development of the background and basic principle of surrogate model is introduced at the beginning of the paper. Secondly, the modeling method and its characteristic of commonly used surrogate models, such as polynomial response surface, radial basis function, Kriging, artificial neural network, support vector regression and move least squares are summarized. Then, the commonly used sampling methods and methods for evaluating the accuracy of surrogate model are also introduced. In addition, the application of surrogate model method in geotechnical engineering reliability design, geotechnical engineering optimization design and geotechnical engineering back analysis was expounded in detail. Lastly, the problems and development trend of surrogate model in geotechnical engineering field are summarized.

**Key words:** surrogate model; geotechnical engineering; reliability; optimization design; inverse analysis

## 0 引言

代理模型方法最早是在 20 世纪 60 年代提出用来解决结构优化设计问题。此后, 随着结构优化朝着多学科方向发展, 代理模型方法成为多学科优化设计的重要技术。

代理模型是指在不降低精度的前提下, 通过少量样本信息构建的计算量小, 但计算结果与原模型结果(数值分析或试验观测结果)相近的数学模型, 也称为响应面模型、元模型<sup>[1]</sup>。这种数学模型常被用于结构优化<sup>[2-3]</sup>及概率设计<sup>[4]</sup>、通信<sup>[5]</sup>等涉及多学科的、复杂的工程问题建模。

收稿日期: 2020-06-18

基金项目: 国家重点研发项目(No.2016YFC0800203)。

作者简介: 毛凤山(1992—), 男, 博士研究生, 主要从事岩土工程优化设计研究。E-mail: mfenngshan@hnu.edu.cn。

\*通讯作者: 陈昌富(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事地基处理、边坡工程及支挡结构与研究。E-mail: cfchen@163.com。

代理模型是一种根据各种抽样方法生成的样本点而建立的数学模型,能够极大地减少计算成本<sup>[6]</sup>。现有的代理模型中,有多项式响应面(PRSM)模型、径向基函数(RBF)模型、Kriging模型、支持向量机回归(SVR)模型和人工神经网络(ANN)模型,以及移动最小二乘法(MLS)代理模型等<sup>[4,7-8]</sup>。在抽样方法方面,有均匀实验设计<sup>[9]</sup>、正交试验设计<sup>[10]</sup>、拉丁超立方试验设计<sup>[11]</sup>等现代试验设计方法。

代理模型的精度依赖于代理函数的选择、代理函数参数的确定、抽样方法的选择,只有合适的参数取值才能得到较高精度的代理模型,对于不同的问题,不同的代理模型具有不同的精度。而且,代理模型作为一种特殊的数据拟合函数,在优化设计过程中与优化算法的协同、样本点的噪声都是影响代理模型优化精度与计算效率的关键因素。

随着代理模型方法的日渐成熟,代理模型方法在岩土工程的可靠度计算、优化设计和参数反求等方面的应用日益广泛。

常规的工程结构可靠度计算方法是在得到结构的功能函数后,利用一次二阶矩法<sup>[12]</sup>、二次二阶矩法<sup>[13]</sup>及高阶矩法<sup>[14]</sup>求解结构的可靠度。但对于一些复杂的工程可靠度计算问题,比如复杂地层中的隧道或地下结构等工程,由于很难甚至无法建立明确的显式功能函数,不得不借助于蒙特卡洛模拟(Monte Carlo Simulation, MCS)计算,但计算工作量巨大,尤其是对于一些破坏概率很小的工程,其计算工作量有时是无法接受。为此,一些特殊的抽样方法如重要抽样法被用来提高MCS法计算效率<sup>[15]</sup>,但仍无法从根本上改变计算效率较低的问题。而利用代理模型方法则可实现可靠度的高效计算,特别是当失效概率很小的时候,代理模型方法表现出了比MCS更为稳定的计算结果<sup>[16]</sup>。

对于复杂对象的优化问题,数值或模型实验成本太大,而采用代理模型优化是一种高效且经济的优化方法<sup>[17]</sup>。岩土工程优化设计一般指的是在满足设计要求的前提下,达到费用最小的单目标优化,或者是费用最小与性能指标参数最优的多目标优化。由于岩土工程真实优化问题的目标函数或约束条件往往没有显式表达式,采用代理模型对优化问题的目标函数或约束条件进行近似精度的替代,用以代替复杂的数值试验或模型试验可以实现对优化设计的目的,在建立代理模型后,优化问题只需要对代理模型进行寻优。

此外,由于岩土体材料的变异性,通过室内试

验和原位测试很难获取准确的岩土体参数值,采用数值模拟方法进行参数反求是一种获得岩土体准确参数的重要方法。在岩土工程参数反求中,首先利用数值模拟等方法构建出岩土体参数与岩土体变形及支护结构的内力和位移之间的关系模型,即代理模型,然后通过现场容易观测到的岩土体变形及支护结构的内力和位移等数据逆向计算岩土体材料参数。这样反求得到的岩土参数值是较真实的实时参数值,能够较好地反映工程的安全状态,可为岩土工程动态设计与施工提供可靠的设计与计算参数取值。

本文主要综述代理模型方法及其在岩土工程中的应用,具体内容安排为:(1)引言部分主要介绍代理模型的含义及其产生背景;(2)代理模型方法,主要介绍代理模型方法的基本原理、常见代理模型的建模方法、样本点抽样方法和模型精度评价方法;(3)代理模型在岩土工程中的运用,主要综述了代理模型方法在岩土工程的可靠度计算、优化设计和参数反分析中的应用;(4)代理模型在岩土工程中的应用前景。

## 1 代理模式方法

### 1.1 代理模型方法的基本原理

对于不同岩土工程问题,应用代理模型的方式虽稍有差别,但其共同点都是先采用抽样方法确定出样本点,再利用数值方法得到样本点的输出,然后根据各样本点的输入输出建立一个相对简单明确的代理模型来代表原问题的输入输出关系。其基本原理如下:

(1)对于岩土工程问题,首先需要确定问题的设计变量 $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 及变量上下限 $(x_u, x_l)$ ,通过抽样方法确定 $m$ 个样本点位置 $X_i=(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \dots, x_m^{(i)})$ 。

(2)通过数值计算得到样本点 $X_i$ 处响应 $y_i$ 。并逐一得到所有样本点处的响应 $Y_i=(y_1^{(i)}, y_2^{(i)} \dots y_m^{(i)})$ 。

(3)针对样本点数据集 $X$ 与样本点处响应 $Y$ 构造代理模型,实现变量空间内任意 $x$ 处的响应 $\hat{y}$ 输出:

$$\hat{y} = f(x) \quad (1)$$

对于单目标优化问题,式(1)即为原优化问题的目标函数,而如果是多目标优化问题,则要先将每个目标函数分别建立代理模型<sup>[18]</sup>。当目标函数带有非线性方程组约束的时候,特别是约束条件也

是复杂的函数时,建立代理模型的效率会很低,传统的方法是将代理模型与约束条件各自独立处理<sup>[19]</sup>;但也可利用惩罚函数法将约束条件与目标函数统一起来<sup>[20]</sup>,这种处理方法增强了代理模型优化算法的稳定性。有了确定的目标函数,就可以利用传统的基于梯度算法或者智能算法对目标函数进行寻优。但若要进一步提高代理模型全局优化的精度,则可利用历史样本点驱动产生新的样本点加入代理模型,以提高在最优解局部的拟合精度。

对于可靠度分析计算问题,式(1)即为原问题的功能函数,于是只需要采用传统的验算点法或是中心点法对式(1)形式的功能函数进行可靠度计算<sup>[21]</sup>,也可以运用MC法抽样计算可靠度。

对于岩土工程参数反求问题,在建立代理模型后,将实测响应与代理模型计算响应的残差平方和作为目标函数,求出该目标函数最优解即为参数反求结果。

1.2 代理模型的类型

常见的代理模型有多项式响应面模型、径向基模型、Kriging模型、神经网络模型、支持向量回归模型、移动最小二乘法代理模型等。

(1) 多项式响应面代理模型

多项式响应面(Polynomial Response Surface method, PRSM)代理模型是采用多项式来拟合设计变量值与目标函数值之间的复杂关系。以二次响应面代理模型为例,其完备数学表达式为:

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j>i}^k \beta_{ij} x_i x_j \quad (2)$$

式中:  $\beta_0$ 、 $\beta_i$ 、 $\beta_{ii}$ 、 $\beta_{ij}$ 为未知系数;  $x_i$ 为第*i*个设计变量;  $\hat{y}(x)$ 是 $y(x)$ 的预测值;  $k$ 为变量维数。

当训练样本数多于未知系数的个数时,上述未知系数可采用最小二乘法估计法求取。在变量维数较少时,代理模型的形式可取如式(2)所示的完备二次多项式,但若变量维数较高时,采用完备二次多项式的待估参数个数将急剧增加,达到 $2k+1+k(k-1)/2$ 个,这将导致计算效率急剧下降。为提高计算效率,可采用无交叉项二次多项式响应面作为代理模型,但这样对于高度非线性问题,代理模型的预测值与真实值误差较大。因此,当模型数据本身维数较高或非线性行为较强时,不适宜采用多项式响应面作为代理模型<sup>[22]</sup>。

(2) 径向基代理模型

径向基函数(Radial Basis Function, RBF)是一种离散多元数据插值模型,其函数值依赖于样本点到待测点的Euclidean距离,通过线性叠加基函数

值得到径向基函数模型,径向基函数基本表达式如下:

$$\hat{y}(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \phi(\|X - X_i\|) \quad (3)$$

式中:  $\lambda_i$ 是第*i*个变量的权重系数;  $\|X - X_i\|$ 是向量待测点与样本点 $X_i$ 的Euclidean距离;  $n$ 为变量个数,  $\phi(r)$ 是径向基核函数。

采用径向基函数代理模型关键步骤是核函数的选择与权重系数的求解,采用不同的核函数及核函数参数,代理模型拟合的精度与局部特征会有所变化,因此,径向基函数的使用关键在于核函数及相应参数的确定。

(3) Kriging 代理模型

Kriging代理模型是利用已知样本点的线性加权获得未知位置处的函数值,通过求解加权系数插值得到变量空间内任一点的函数值,是一种基于方差最小的无偏估计方法。Kriging模型<sup>[23]</sup>最早由Danie Krige提出,用来确定矿产分布与储量估计;1989年Sacks将其推广到计算机试验分析<sup>[24]</sup>;此后,Kriging模型在航天、汽车、土木等方面得到广泛的运用,Kriging代理模型表达式如下:

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \lambda_i y_i \quad (4)$$

式中:  $\lambda$ 为加权系数,  $\lambda = [\lambda_1 \dots \lambda_i \dots \lambda_n]$ ;  $y_i$ 为样本点响应值。

为了方便计算加权系数,依据Kriging代理模型无偏估计与方差最小原理——估计值的期望值等于真实值:

$$E(\hat{y}(\mathbf{x}_i) - y(\mathbf{x}_i)) = 0 \quad (5)$$

并且需满足估计值的方差最小:

$$D[\hat{y}(\mathbf{x}_0) - y(\mathbf{x}_0)] = 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \quad (6)$$

式中:  $\gamma$ 为相关函数。

将式(4)代入式(5)中,得到:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (7)$$

式(6)的求解需要引入拉格朗日算子 $\varphi$ ,由此得到式(6)优化问题的解为:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + \varphi = \gamma(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_j) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

在Kriging模型中,加权系数 $\lambda$ 的求解涉及相关函数的 $\gamma(x_i, x_j)$ 值的计算,求得加权系数后,指定位置的响应估计值可以利用式(4)求得,  $\gamma$ 是

只与空间距离有关的相关函数，满足距离为 0 时相关函数值为 1，距离为无穷大时为 0，相关性随距离的增大而减小，目前，较为常用的是“高斯指数模型”，如式 (9)。

$$\gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp\left(-\theta_i |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|^{p_i}\right) \quad (9)$$

$$1 \leq p_i \leq 2, \theta_i > 0$$

式中： $\theta_i, p_i$  为相关函数参数。

只有合适的参数取值能够获得最大的插值精度，在选用 Kriging 代理模型的时候，将  $\theta_i, p_i$  作为优化参数进行优化，能够大大提高 Kriging 代理模型的鲁棒性。Kriging 代理模型提出后，更为简便且在特殊情况下具备高精度的 Cokriging 与分层 Kriging 代理方法也被开发出来。Kriging 代理模型在样本数据具有较大成分的噪声的时候，拟合精度会降低，在运用 Kriging 代理模型之前进行数据归一化及噪声处理能够明显提高模型的精度<sup>[25]</sup>。

(4) 神经网络代理模型

神经网络 (Artificial Neural Network, ANN)，是基于生物神经网络传感的基本原理，模拟人脑的神经系统对复杂信息的处理机制的一种数学模型，该模型具有高容错性、并行分布、智能化和自学习等能力。

神经网络模型由输入层单元、输出层单元和隐层单元组成。输入层单元接受外部数据，输出层单元实现系统处理结果的输出，隐层单元处于输入和输出单元之间，是神经网络中数据处理部分。人工神经网络是一种非程序化、适应性、大脑风格的信息处理，其本质是通过网络的变换和动力学行为得到一种并行分布式的信息处理功能，并在不同程度和层次上模仿人脑神经系统的信息处理功能，其输入  $x$  与输出  $y$  的关系可以描述为：

$$\hat{y}_i = f\left(\sum_{i=1}^n w_{ij} x_i - \theta_i\right) \quad (10)$$

式中： $x_i$  为神经元的输入信号； $w_{ij}$  为权重系数； $\theta_i$  为阈值； $f$  为激励函数，常采用的激励函数有阈值型函数、线性函数、双曲函数、对数 Sigmoid 函数。

在实际应用中，由于神经网络代理模型的精度依赖于权重系数与阈值参数的选取，而 BP 神经网络作为一种单向传播多层前馈网络，采用最小二乘误差原理，通过调节权值  $w_{ij}$  与阈值  $\theta_i$ ，使输出误差最小。

(5) 支持向量回归代理模型

支持向量回归 (Supported Vector Regression, SVR) 起源于 Vapnik 于 1998 提出的基于支持向量

模式识别方法<sup>[26-27]</sup>，该方法是以统计学理论为基础，根据结构化最小化风险为目标进行，提高学习机的泛化能力，较好地解决了小样本、非线性、高维数、局部极小值等实际问题。

对于非线性数据集  $(x_i, y_i)$ ，SVR 采用式 (11) 的决策函数来计算任意  $x$  处的响应：

$$\hat{y}_i = \sum_{i=1}^n (\alpha_i - \alpha_i^*) K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) + b \quad (11)$$

式中： $\alpha_i, \alpha_i^*$  为未知参数； $K(x, x_i)$  为核函数，通常有多项式核函数、径向基核函数、sigmoid 函数。

未知参数的求取根据 KKT 条件：

$$\min \frac{1}{2} \sum_{i,j} (\alpha_i - \alpha_i^*)(\alpha_j - \alpha_j^*)(\mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x}_j) \quad (12)$$

$$+ \sum_{i=1}^n \alpha_i (\varepsilon - y_i) + \sum_{i=1}^n \alpha_i^* (\varepsilon + y_i)$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^n (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0 \\ \alpha_i, \alpha_j \in [0, C] \end{cases}$$

式中： $\varepsilon$  为不敏感带损失函数，用来考虑数据噪声的影响； $C$  为一正的常数，称为惩罚因子。

SVR 由于本身具有一定的噪声处理能力，并且作为一种无参数的代理模型方法，实践表明该代理模型在数据预测方面具有很高的精度。

(6) 移动最小二乘法代理模型

移动最小二乘法 (Moving Least Square Method, MLSM) 是近些年发展的一种高效的曲面拟合方法，克服了传统最小二乘法以全局残差作为收敛标准导致局部精度难以保障的问题，其数学表达式如下：

$$\hat{y} = \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \mathbf{a}_m(\mathbf{x}) \quad (13)$$

式中： $\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [p_1(x), p_2(x), \dots, p_m(x)]$  是多项式基函数，当变量维数为二维时，可采用以下形式：

- (1) 线性基函数  $\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [1, x_1, x_2]$   $m=3$
- (2) 二次基函数  $\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [1, x_1, x_2, x_1^2, x_1 x_2, x_2^2]$   $m=6$

$m$  为基函数项数； $\mathbf{a}_m$  为待求系数矩阵，当样本点数目大于基函数项数时，可以通过最小二乘法求解：

$$\mathbf{a}_m(\mathbf{x}) = (\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \mathbf{w}(\mathbf{x}) \mathbf{p}(\mathbf{x}))^{-1} \mathbf{p}(\mathbf{x})^T \mathbf{w}(\mathbf{x}) \mathbf{y} \quad (14)$$

其中： $w$  为权函数  $\mathbf{w} = \text{diag}(w_1(x), \dots, w_n(x))$ ，权函数  $w$  为一对角阵，其元素满足在  $x_i$  影响  $r_i$  半径内为非零实数，在影响半径  $r_i$  之外为零。

求得待求系数矩阵  $\mathbf{a}_m$  后，待估点  $x$  处的响应可以利用式 (13) 求得。

除了常用的以上 6 种代理模型外，还有诸如随

机森林、多项式混沌展开<sup>[28]</sup>等方法,它们在不同的使用对象上各有优缺点,但是本质上都是数据拟合及预测的方法。

### 1.3 代理模型抽样方法

抽样方法是研究如何用最少的样本点构造出误差最小的拟合函数,并能够考虑数据的随机误差,而代理模型的精度依赖于样本点的分布。因此,理想的抽样方法使代理模型以最小的计算成本达到最优的拟合精度。

传统的代理模型抽样方法有正交设计<sup>[10]</sup>、均匀设计<sup>[9]</sup>、拉丁超立方设计<sup>[11]</sup>等方法。正交试验设计方法是一种高效快速的试验设计方法,它是从全面试验方案中挑选出部分具有代表性的点。均匀实验设计是借鉴数论中一致分布理论,只考虑试验点在变量空间内均匀分散,试验次数相比正交试验次数明显的减少。拉丁超立方设计是将每个设计因素在其变化区间内分段后随机取值,但是不能够保证每个试验点具有最佳均匀分散的特点,许多学者对拉丁超立方实验设计方法提出了很多改进方法,例如通过引入优化算法实现快速最优拉丁超立方实验设计,保证了样本点的均匀分散<sup>[29]</sup>。

按照代理模型的建立步骤,抽样方法可以分为直接方法与序列迭代方法<sup>[30]</sup>,直接法是在优化设计前确定最终样本点的布置<sup>[31]</sup>,这种方法建立的代理模型精度受样本点数目及抽样方法的控制。序列迭代方法是一种基于历史样本点构造新的样本点的动态样本点布置方法:先利用简单的代理模型获得初步最优解位置,然后基于加点准则将新样本点到样本点集合中。采用序列样本点布置方法,通常比直接样本点布置方法获得更高精度最优解<sup>[32]</sup>,常用的加点准则有 EI 准则、MSP 准则、MSE 准则等<sup>[1]</sup>。

### 1.4 代理模型的精度评估

为评估代理模型的预测精度,可选取  $N_{\text{test}}$  个检验点,通过统计方法来度量代理模型的近似精度。代理模型的精度评估准则通常有以下 3 种。

(1) 均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 精度评估准则:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N_{\text{test}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{test}}} (\hat{y}_i - y_i)^2} \quad (15)$$

(2) 复相关系数 (Mean Square Error, MSE) 精度评估准则:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{test}}} (\hat{y}_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^{N_{\text{test}}} (\bar{y}_i - y_i)^2}, \bar{y}_i = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{test}}} \hat{y}_i}{N_{\text{test}}} \quad (16)$$

(3) 平均绝对误差 (Average Absolute Errors, AAE) 精度评估准则:

$$AAE = \frac{1}{N_{\text{test}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{test}}} |\hat{y}_i - y_i| \quad (17)$$

上述 3 个评估准则均为全局评估准则,当检验点个数 ( $N_{\text{test}}$ ) 较少时,却很难评价代理模型的全局代理精度<sup>[33]</sup>。因此,也有学者提出了基于代理模型得分策略的代理模型精度评估方法,该方法对检验点数量依赖性小<sup>[34]</sup>。

## 2 代理模型在岩土工程中的运用

### 2.1 代理模型在岩土工程可靠度计算中的应用

(1) 均质地层中岩土工程可靠度计算

均质地层的岩土体可认为在空间上不存在变异性,但对于复杂的岩土工程结构可靠度计算问题,即便采用抽样方法简化后的蒙特卡洛法依然需要消耗很大的计算资源<sup>[15]</sup>。并且对于失效概率很小

(如  $P_f < 10^{-6}$ ) 的岩土工程对象,蒙特卡洛法计算的精度会很低<sup>[16]</sup>,而代理模型方法的运用能够大幅度地减少计算工作量并且不显著降低精度。根据已有的研究,岩土工程对象可靠度计算代理模型方法主要针对边坡、隧道、大坝、基础工程。当采用代理模型作为功能函数时,岩土工程可靠度计算方法依然是采用传统的一阶矩法、一次二阶矩法、二次二阶矩法、高阶矩法、蒙特卡洛法,代理模型方法计算可靠度只是省去了利用复杂的原始模型计算功能函数值的过程,大大地节约了计算时间<sup>[35]</sup>,表 1 为代理模型方法在岩土工程中可靠度计算中的应用汇总。

对于边坡工程可靠度设计,以边坡承载力极限状态作为边坡的临界状态,功能函数代理模型样本点的分析方法有数值分析方法、极限平衡法、上限法等。对于简单边坡,可靠度计算常用极限平衡方法(如 Bishop 法、Spencer 法、Janbu 法),而数值分析方法常用于复杂边坡的可靠度计算。Wong<sup>[21]</sup>最早将多项式响应面代理模型运用于简单土质边坡可靠度分析并与有限元的结果进行对比,二者吻合很好。此后,为满足各种结构可靠度计算,发展了各种各样的代理模型来替代复杂功能函数<sup>[36-37]</sup>。

目前,常用于边坡可靠度计算的代理模型有 PRSM<sup>[38-40]</sup>、RBF<sup>[41]</sup>、Kriging<sup>[8,42-44]</sup>、SVR<sup>[41,45-48]</sup>、ANN<sup>[35,49]</sup>,其中 PRSM、Kriging 与 SVR 代理模型的运用较为成熟。早期的代理模型只是对于功能函数的简单拟合,样本点生成过程与代理模型的建立

是独立的过程,现在基于历史样本点拟合代理模型驱动产生新的样本点位置的代理模型方法能够显著提高代理模型精度<sup>[36,50]</sup>。在代理模型使用方面除了 ANN 不需要进行模型参数设置之外,其他模型都涉及模型的参数计算或设置,而参数的选择对于代理模型的精度有明显的影响,若以样本点的误差作为约束条件,对代理模型的参数也进行优化,得到在拟合和预测精度均将提高<sup>[43]</sup>。

由于地下结构、隧道工程存在着很大的不确定性,其可靠度计算需要考虑开挖施工、服役期间的可靠性。在隧道工程中失效准则有:(1)掌子面的稳定性;(2)地面变形;(3)位移速度;(4)衬砌内力;(4)支护内力和变形。因此,隧道结构可靠度分析中掌子面位移<sup>[51]</sup>或地面位移<sup>[52-53]</sup>、衬砌的变形和内力<sup>[54-56]</sup>常被当作功能函数。而对于隧道结构,由于土层参数和支护参数存在变异性,直接通过数值分析方法计算结构的可靠度有非常大的难度,因此利用代理模型能够很好的节约计算资源,在这类问题上,常用的代理模型是 PRSM 与 MLSM,它们都能达到理想的计算精度<sup>[55,57]</sup>。

现有的基础工程设计方法是采用安全系数法,但由于荷载随机性、土层参数的变异性,采用安全系数方法进行基础设计会造成结构可靠度误判。基础工程可靠度分析的对象包含深基础和浅基础,现有的浅基础的可靠度分析主要针对是条形基础和独立基础<sup>[44]</sup>,深基础针对的是桩基础<sup>[35,58]</sup>。不论是深基础还是浅基础都已经有了较为成熟的承载力

计算公式:以容许承载力和容许变形作为破坏准则,因此,在不考虑土层的空间变异性前提下,代理模型的建立过程较为简单。

在代理模型处理岩土工程可靠度问题的精度方面,蔡宁<sup>[59]</sup>对比了 PRSM、RBF、BPNN、SVM 在简单边坡和分层土质边坡可靠度计算结果表明:RBFNN、BPNN、SVM 能够提供比 PRSM 更高精度的可靠度指标计算结果,其中,SVM 的计算结果与 MCS 法计算结果最为接近。同时 Tan<sup>[40-41]</sup>也对比了带交叉项 PRSM、无交叉项 PRSM、RBF、SVM 代理模型在计算边坡可靠度的计算效率和精度,同样发现 SVM 代理模型是一种准确且高效的代理模型。

#### (2) 非均质地层中岩土工程可靠度计算

天然土体由于存在内部材料的不均匀性、荷载历史不均匀性等因素,这导致土体参数在空间上表现出一定的随机性<sup>[68]</sup>。岩土参数的空间变异性对岩土工程结构如隧道、边坡的可靠度有显著的影响。因此考虑岩土体的空间变异性的可靠度求解方法是今后基于可靠度设计的一个发展方向。在岩土工程中,按照随机场理论考虑变量的空间分布是岩土体材料空间变异性常用表征方法。

在考虑了岩土体的空间变异性后,岩土工程对象的破坏模式会与各向同性材料不一样。例如,对于边坡而言,考虑岩土体的空间变异性之后,边坡存在多个潜在滑裂面;群桩基础在考虑空间变异性之后会产生诸如承台有偏斜和单桩承载力不足等更为复杂的破坏模式<sup>[28]</sup>。因此,考虑岩土体材料的

表 1 代理模型在岩土工程中的应用

Tab. 1 Summary of applications of surrogate model in geotechnical engineering field

代理模型方法类型	岩土工程对象	作者
PRSM	边坡	Wong <sup>[21]</sup> 、Zhang <sup>[38]</sup> 、Li <sup>[39]</sup> 、Ji <sup>[60]</sup> 、Tan <sup>[40]</sup> 、蔡宁 <sup>[59]</sup>
	隧道	Lü <sup>[55, 57]</sup> 、Miro <sup>[53]</sup> 、Guilhem <sup>[51]</sup> 、Hamrouni <sup>[56]</sup>
	水平受荷桩	Chan <sup>[58]</sup>
RBF	边坡	谭晓慧 <sup>[61]</sup> 、Tan <sup>[40, 41]</sup>
Kriging	浅基础	Zhang <sup>[44]</sup>
	边坡	苏永华 <sup>[50, 62]</sup> 、Luo <sup>[43]</sup> 、Zhang <sup>[44]</sup> 、Guo <sup>[63]</sup>
	隧道	Li <sup>[64]</sup> 、Zhou <sup>[65]</sup>
	竖向受荷桩	Zhang <sup>[44]</sup>
SVR	边坡	Zhao <sup>[45]</sup> 、Samui <sup>[46, 47]</sup> 、Li <sup>[48]</sup> 、Tan <sup>[40, 41]</sup> 、蔡宁 <sup>[59]</sup>
ANN	隧道	Lü <sup>[66]</sup>
	边坡	Cho <sup>[49]</sup> 、蔡宁 <sup>[59]</sup>
	桩基础	Piliounis <sup>[42]</sup>
	大坝	Cho <sup>[49]</sup> 、Piliounis <sup>[42]</sup>
MLSM	隧道	肖志鹏 <sup>[67]</sup> 、Lü <sup>[54]</sup>

空间变异性的代理模型方法远比不考虑岩土体参数的空间变异性可靠度计算要复杂。直接采用数值计算方法(如随机有限元法)进行岩土工程可靠度计算,费时费力<sup>[69]</sup>。为此,提出了一些基于代理模型的非均质岩土体中工程可靠度计算方法,比如多重响应面方法<sup>[16,70-71]</sup>、Kriging法<sup>[72]</sup>。

## 2.2 代理模型在岩土优化设计中的应用

近年来,已发展出基于代理模型的单目标优化、多目标优化和约束优化方法,以应对日益复杂的优化问题<sup>[73]</sup>。对于岩土工程优化问题,以造价为目标函数的优化问题最为常见。一般来说,造价的显式表达式是比较容易获得的,但是使结构满足预定功能的约束条件如失效概率、沉降、应力应变等涉及岩土体或支护参数等复杂约束,往往很难有显示表达式,因此,代理模型通常用于对约束条件的拟合。例如,以造价为目标函数,利用代理模型拟合扩展基础设计功能函数来进行扩展基础的可靠度设计<sup>[74]</sup>;以造价为目标函数,利用多种代理模型拟合复合地基沉降及差异沉降对复合地基进行优化设计<sup>[75-78]</sup>。总的来说,利用代理模型辅助进行岩土工程优化设计尚需进一步的研究。

## 2.3 代理模型在岩土工程参数反分析中的应用

岩土工程反分析一般依据现场实测的岩土体位移数据<sup>[79]</sup>、支护结构变形<sup>[80]</sup>以及支护结构内力<sup>[81]</sup>数据反求岩土体的物理力学参数,而在反分析过程中,需要建立任意岩土体力学参数下岩土体位移或支护结构变形及内力的响应模型,大多数情况下,响应模型不具备显式表达式,但可利用代理模型将原响应模型显式化。为了提高岩土体参数反演的精度,选用的实测数据一般为数据序列,例如,利用抗滑桩的桩身位移曲线反算岩土体土层参数,利用路基的沉降时间序列数据反演路基土层参数,因此,岩土工程参数反演需要建立多个代理模型才能实现数据序列的输出。除了利用岩土体变形或支护响应进行参数反求外,也有利用地质资料对区域岩土体参数进行插值来推演岩土体参数值,如利用离散钻孔资料对区域的岩土体参数进行推算<sup>[82]</sup>。

## 3 代理模型在岩土工程中的应用前景

代理模型技术为解决岩土工程问题提供了一个高效的解决方案,它能够大幅提高岩土工程可靠度计算、优化设计、参数反求的效率。但由于面对的问题日益复杂化,而且对代理模型的效率及精度也有更高要求,因此,代理模型方法在岩土工程中

的应用,还有以下方面值得进一步研究:

(1) 随着工程问题的日益复杂,参数越来越多,多参数、多目标输出、高精度、高效率的代理模型技术研究成为趋势。对于变量维数很高的复杂问题,使用代理模型会带来数值上的困难,在代理模型建立之前先进行重要变量筛选和降维可显著提高代理模型建立的效率<sup>[83]</sup>。在代理模型精度方面,利用加点法来迭代更新样本点集可以提高代理模型的拟合精度。例如在利用多项式代理模型计算可靠度的时候,动态的更新样本点的个数与位置能够更好地提高代理模型计算精度<sup>[84]</sup>;通过多重代理模型技术也能很好地提高代理模型的精度<sup>[85-86]</sup>。因此,合适的加点法则是一种提高代理模型精度的有效方法。

(2) 对于可靠度计算方面,目前的代理模型方法多针对单一的破坏模式,考虑多种失效模式或极限状态的基于代理模型的可靠度分析方法还有待进一步研究,特别是考虑岩土体材料空间变异性的可靠度计算的代理模型方法。

(3) 代理模型是一类特殊的函数,在进行优化计算时,如何利用代理模型本身的梯度信息加快优化算法的寻优速度是今后的研究方向之一,比如梯度信息的引入能够大幅提高 Kriging 代理模型的优化效率。同时,构造并建立最佳代理模型的高效优化算法也是提高代理模型优化计算效率的关键技术<sup>[83]</sup>,值得进一步深入研究。

(4) 代理模型样本点的响应值一般通过实际测量或数值计算得到,但由于仪器或测量方法的原因,实际测量具有不可避免的误差,数值计算结果也存在网格划分误差或数值计算误差,这些原因导致样本点数据具有一定大小的随机噪声<sup>[70]</sup>,噪声的存在可能会导致代理模型优化及反分析的结果是错误的。将噪声处理技术引入代理模型构建中能够得到更符合实际的代理模型优化结果<sup>[87]</sup>。

(5) 在使用代理模型进行优化设计的时候,不同的对象用不同的代理模型求解的精度会不一样,在进行优化设计的时候如何选择合适的代理模型及代理模型参数是代理模型使用过程中的主要障碍<sup>[89]</sup>。例如 Costa 提出了一种自动选择径向基代理模型基函数方法<sup>[90]</sup>,通过建立表征代理模型精度的参数实现代理模型自动选择是目前普遍的做法<sup>[2,91]</sup>,但是对于非线性及高维的问题的代理模型及参数的自动选择依然是难点。

(6) 代理模型在复合地基的优化设计及可靠

度分析时候,主要用于建立复合地基设计变量与其沉降或差异沉降的关系式,这种思路可以利用于复杂复合地基(如劲芯水泥土复合桩复合地基、异形桩复合地基)的优化设计和可靠度分析。

## 4 结 语

本文详细介绍了代理模型方法的基本原理以及 PESH、RBF、Kriging、ANN、SVM、MLSM 这 6 种通用代理模型,介绍了代理模型技术在岩土工程可靠度计算、优化设计、反分析方面的应用,同时结合代理模型的研究进展探讨了代理模型在岩土工程中的应用前景。代理模型的使用极大地提高了岩土工程可靠度计算、优化设计、反分析的效率,尽管如此,代理模型应用到岩土工程中依然有很多方向需要做更深入的研究。在代理模型精度方面,多参数代理模型的变量筛选、代理模型加点方法都对代理模型的精度有提高。在代理模型方法计算效率方面,利用重要抽样等方法能够提高代理模型方法的计算效率。同时,对于岩土工程问题,代理模型的噪声消除、多重响应面方法及代理模型自动选择方法值得学界重点关注。

## 参考文献

- [1] 韩忠华. Kriging 模型及代理优化算法研究进展[J]. 航空学报, 2016, 37(11): 3197–3225.  
HAN Zhong-hua. Kriging surrogate model and its application to design optimization: A review of recent progress[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(11): 3179–3225.
- [2] MEHMANI A, C S M C, MESSAC A. Concurrent surrogate model selection (COSMOS): Optimizing model type, kernel function, and hyper-parameters[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2017, 57(3): 1093–1114.
- [3] 陈国栋, 卜继玲. 基于序列径向基函数的多目标优化方法及其应用[J]. 汽车工程, 2015, 37(9): 1077–1083.  
CHEN Guo-dong, BU Ji-ling. An multi-objective optimization scheme and its application based on sequential radial basis function[J]. Automotive Engineering, 2015, 37(9): 1077–1083.
- [4] FORRESTER A, SOBESTER A, KEANE A. Engineering design via surrogate modelling: A practical guide[M]. University of Southampton, UK: A John Wiley and Sons, Ltd., 2008.
- [5] 王丹青, 李萍. 利用 GEK 代理模型的天线快速多目标优化设计[J]. 西安电子科技大学学报(自然科学版), 2018, 45(2): 129–134.  
WANG Dan-qing, LI Ping. Expedited antenna multi-objective optimization method based on gradient-enhanced kriging surrogate model[J]. Journal of Xidian University, 2018, 45(2): 129–134.
- [6] BOX G E P, WILSON K B. On the experimental attainment of optimum conditions[J]. Journal of the Royal Statistical Society, 1951, 13(1): 1–45.
- [7] SHI M Y, WANG R, LIU E W, et al. Deep Reinforcement Learning Based Computation Offloading for Mobility-Aware Edge Computing[C]//International Conference on Communications and Networking in China, Cham: Springer, 2019: 53–65.
- [8] WANG L W, LIANG Q L. Representation learning and nature encoded fusion for heterogeneous sensor networks[J]. IEEE Access, 2019, 7: 39227–39235.
- [9] FANG K T. The Uniform Design: Application of number-theoretic methods in experimental design[J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica, 1980, 3: 363–372.
- [10] DENG L Y. Orthogonal Arrays: Theory and applications[J]. Technometrics, 2000, 42(4): 440–440.
- [11] MCKAY M D, BECKMAN R J, CONOVER W J. Comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code[J]. Technometrics, 1979, 21(2): 239–245.
- [12] CORNELL C A. A probability based structural code[J]. Journal of the American Concrete Institute, 1969, 66(12): 974–985.
- [13] BREITUNG K. Asymptotic approximations for multinormal integrals[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1984, 110(3): 357–366.
- [14] ZHAO Y G, ZHAO L U, LIN Y S. Structural reliability assessment based on forth moment sandardization of performance function[J]. Journal of Structural & Construction Engineering, 2008, 73(630): 1251–1256.
- [15] ENGELUND S, RACKWITZ R. A benchmark study on importance sampling techniques in structural reliability [J]. Structural Safety, 1993, 12(4): 255–276.
- [16] JIANG S H, HUANG J S. Efficient slope reliability analysis at low-probability levels in spatially variable soils[J]. Computers & Geotechnics, 2016, 75: 18–27.



- [17] VU K K, AMBROSIO C D', HAMADI Y, et al. Surrogate-based methods for black-box optimization[J]. *International Transactions in Operational Research*, 2017, 24(3): 393–424.
- [18] WANG L W, LIANG Q L. Partial interference alignment for heterogeneous cellular networks[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 22592–22601.
- [19] BAGHERI S, KONEN W, EMMERICH M, et al. Self-adjusting parameter control for surrogate-assisted constrained optimization under limited budgets[J]. *Applied Soft Computing*, 2017, 61: 377–393.
- [20] DONG H, SONG B, DONG Z, et al. SCGOSR: Surrogate-based constrained global optimization using space reduction[J]. *Applied Soft Computing*, 2018, 65: 462–477.
- [21] WONG F S. Slope reliability and response surface method[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1985, 111(1): 32–53.
- [22] SIMPSON T W, LIN D K J, CHEN W. Sampling strategies for computer experiments: design and analysis[J]. *International Journal of Reliability and Applications*, 2001, 2(3): 209–240.
- [23] KRIGE D G. A statistical approach to some basic mine valuation problems on the witwatersrand[J]. *Journal of the Chemical, Metallurgical and Mining Engineering Society of South Africa*, 1953, 4(1): 18.
- [24] SACKS J, WELCH W J, MITCHELL T J, et al. Design and analysis of computer experiments[J]. *Statistical Science*, 1989, 4(4): 409–435.
- [25] JIN R, CHEN W, SIMPSON T W. Comparative studies of metamodelling techniques under multiple modelling criteria[J]. *Structural Optimization*, 2001, 23(1): 1–13.
- [26] VAPINK V N. *Statistical learning theory*[M]. New York: Wiley, 1998.
- [27] VAPINK V N. *The nature of statistical learning theory*[M]. New York: Springer, 1995: 409.
- [28] LEUNG Y F, LO M K. Probabilistic assessment of pile group response considering superstructure stiffness and three-dimensional soil spatial variability[J]. *Computers and Geotechnics*, 2018, 103: 193–200.
- [29] VIANA F A C, VENTER G, BALABANOV V. An algorithm for fast optimal Latin hypercube design of experiments[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2009, 82(2): 135–156.
- [30] 李坚. 代理模型近似技术研究及其在结构可靠度分析中的应用[D]. 上海: 上海交通大学, 2013.
- LI Jian. Study of surrogate model approximation and surrogate-enhanced structural reliability analysis[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2013.
- [31] KALAGNANAM R J, DIWEKAR U M. An efficient sampling technique for off-line quality control[J]. *American Society for Quality*, 1997, 39(3): 308–319.
- [32] LIN Y. An efficient robust concept exploration method and sequential exploratory experimental design[D]. Atlanta: Georgia Institute of Technology, 2004.
- [33] 冯娅娟. 基于代理模型法的不确定性多体动力学分析[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2013.
- FENG Ya-juan. Uncertainty analysis of multibody dynamics base on metamodels[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2013.
- [34] HAMAD H. Validation of metamodels in simulation: A new metric[J]. *Engineering with Computers*, 2010, 27(4): 309–317.
- [35] PILIOUNIS G, LAGAROS N D. Reliability analysis of geostructures based on metaheuristic optimization[J]. *Applied Soft Computing Journal*, 2014, 22(5): 544–565.
- [36] ECHARD B, GAYTON N, LEMAIRE M. AK-MCS: An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation[J]. *Structural Safety*, 2011, 33(2): 145–154.
- [37] SCHUELLER G I, BUCHER C G, BOURGUND U, et al. On efficient computational schemes to calculate structural failure probabilities[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 1989, 4(1): 10–18.
- [38] ZHANG J, ZHANG I, TANGWILSON M H. New methods for system reliability analysis of soil slopes[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2011, 48(7): 1138–1148.
- [39] LI D Q, JIANG S H, CAO Z J, et al. Efficient 3-D reliability analysis of the 530 m high abutment slope at Jinping I Hydropower station during construction[J]. *Engineering Geology*, 2015, 195(11): 269–281.
- [40] TAN X H, HOU X L, LI D, et al. Response surface method of reliability analysis and its application in slope stability analysis[J]. *Geotechnical & Geological Engineering*, 2013, 31(4): 1011–1025.
- [41] TAN X H, BI W H, HOU X H, et al. Reliability analysis using radial basis function networks and support vector machines[J]. *Computers and Geotechnics*, 2011, 38(2):

- 178–186.
- [42] XIANG H, LI Y, LIAO H, et al. An adaptive surrogate model based on support vector regression and its application to the optimization of railway wind barriers[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2016, 55(2): 701–713.
- [43] LUO X, LI X, ZHOU J, et al. A kriging-based hybrid optimization algorithm for slope reliability analysis[J]. *Structural Safety*, 2012, 34(1): 401–406.
- [44] ZHANG J, ZHANG L M, TANG W H. Kriging numerical models for geotechnical reliability analysis[J]. *Soils and Foundations*, 2011, 51(6): 1169–1177.
- [45] ZHAO H B. Slope reliability analysis using a support vector machine[J]. *Computers & Geotechnics*, 2008, 35(3): 459–467.
- [46] SAMUI P. Least square support vector machine applied to slope reliability analysis[J]. *Geotechnical & Geological Engineering*, 2013, 31(4): 1329–1334.
- [47] SAMUI P, LANSIVAARA T, KIM D. Utilization relevance vector machine for slope reliability analysis[J]. *Applied Soft Computing*, 2011, 11(5): 4036–4040.
- [48] LI S J, ZHAO H B, RU Z L. Slope reliability analysis by updated support vector machine and Monte Carlo simulation[J]. *Natural Hazards*, 2013, 65(1): 707–722.
- [49] CHO S E. Probabilistic stability analyses of slopes using the ANN-based response surface[J]. *Computers and Geotechnics*, 2009, 36(5): 787–797.
- [50] 苏永华, 罗正东, 张盼凤, 等. 基于 Kriging 的边坡稳定可靠度主动搜索法[J]. *岩土工程学报*, 2013, 35(10): 1863–1869.
- SU Yong-hua, LUO Zheng-dong, ZHANG Pan-feng, et al. Active searching algorithm for slope stability reliability based on Kriging model[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, 35(10): 1863–1869.
- [51] MOLLON G, DIAS D, SOUBRA A H, et al. Probabilistic analysis of circular tunnels in homogeneous soil using response surface methodology[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2009, 135: 1314–1325.
- [52] MIRO S, HARTMANN D, SCHANZ T. Global sensitivity analysis for subsoil parameter estimation in mechanized tunneling[J]. *Computers and Geotechnics*, 2014, 56: 80–88.
- [53] MIRO S, KÖNIG M, HARTMANN D, et al. A probabilistic analysis of subsoil parameters uncertainty impacts on tunnel-induced ground movements with a back-analysis study[J]. *Computers and Geotechnics*, 2015, 68: 38–53.
- [54] LÜ Q, XIAO Z P, JI J, et al. Moving least squares method for reliability assessment of rock tunnel excavation considering ground-support interaction[J]. *Computers and Geotechnics*, 2017, 84: 88–100.
- [55] LÜ Q, SUN H Y, LOW B K. Reliability analysis of ground-support interaction in circular tunnels using the response surface method[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2011, 48(8): 1329–1343.
- [56] HAMROUNI A, DIAS D, SBARTAI B. Reliability analysis of shallow tunnels using the response surface methodology[J]. *Underground Space*, 2017, 2(4): 246–258.
- [57] LÜ Q, LOW B K. Probabilistic analysis of underground rock excavations using response surface method and SORM[J]. *Computers and Geotechnics*, 2011, 38(8): 1008–1021.
- [58] CHAN C L, LOW B K. Probabilistic analysis of laterally loaded piles using response surface and neural network approaches[J]. *Computers and Geotechnics*, 2012, 43: 101–110.
- [59] 蔡宁, 赵明华. 边坡稳定可靠度替代模型分析[J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2014, 45(8): 2851–2856.
- CAI Ning, ZHAO Ming-hua. Analysis of alternative model for slope stability reliability[J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2014, 45(8): 2851–2856.
- [60] JI J, LOW B K. Stratified response surfaces for system probabilistic evaluation of slopes[J]. *Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering*, 2012, 138(11): 1398–1406.
- [61] 谭晓慧, 宋传中, 侯晓亮. 基于径向基函数响应面法的岩质边坡可靠度分析[J]. *地下空间与工程学报*, 2016, 12(1): 250–255.
- TAN Xiao-hui, SONG Chuan-zhong, HOU Xiao-liang. Reliability Analysis of Rock Slope Using RBFN-based Response Surface Method[J]. *Chinese Journal of Underground Space and Engineering*, 2016, 12(1): 250–255.
- [62] 苏永华, 杨红波. 基于代理模型的边坡稳定可靠度算法[J]. *应用力学学报*, 2012, 29(6): 705–710.
- SU Yong-hua, YANG Hong-bo. Reliability algorithm of

- slope stability based on Kriging metamodel[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2012, 29(6): 705–711.
- [63] GUO X, DIAS D. Kriging based reliability and sensitivity analysis-Application to the stability of an earth dam[J]. Computers and Geotechnics, 2020, 120: 103411.
- [64] LI T Z, YANG X L. An efficient uniform design for Kriging-based response surface method and its application[J]. Computers and Geotechnics, 2019, 109: 12–22.
- [65] ZHOU S, GUO X, ZHANG Q, et al. Influence of a weak layer on the tunnel face stability-Reliability and sensitivity analysis[J]. Computers and Geotechnics, 2020, 122: 103507.
- [66] LÜ Q, CHAN C L, LOW B K. Probabilistic evaluation of ground-support interaction for deep rock excavation using artificial neural network and uniform design[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2012, 32: 1–18.
- [67] 肖志鹏, 吕庆, 赵宇. 基于移动最小二乘法的隧道支护稳定可靠度分析[J]. 武汉大学学报(工学版), 2016, 49(5): 683–689.
- XIAO Zhi-peng, LÜ Qing, ZHAO Yu, et al. Reliability analysis for tunnel support stability based on moving least square method[J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2016, 49(5): 683–689.
- [68] PHOON K K, KULHAWY F H. Characterization of geotechnical variability[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1999, 36(4): 612–624.
- [69] 文明, 张顶立, 房倩. 高速铁路隧道围岩参数空间变异性的力学响应分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, 36(7): 1697–1709.
- WEN Ming, ZHANG Ding-li, FANG Qian. Stochastic analysis of surrounding rock behavior of high speed railway tunnel considering spatial variation of rock parameters[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, 36(7): 1697–1709.
- [70] 蒋水华, 李典庆, 曹子君. 考虑参数空间变异性的边坡可靠度及其敏感性分析多重响应面法[J]. 防灾减灾工程学报, 2015, 35(5): 592–598.
- JIANG Shui-hua, LI Dian-qing, CAO Zi-jun, et al. Multiple response surfaces method for probabilistic analysis and reliability sensitivity analysis of slopes considering spatially varying soil properties[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2015, 35(5): 592–598.
- [71] LI L, CHU X. Multiple response surfaces for slope reliability analysis[J]. International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, 2015, 39(2): 175–192.
- [72] AL-BITTAR T, SOUBRA A H, THAJEEL J. Kriging-based reliability analysis of strip footings resting on spatially varying soils[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2018, 144(10): 1–11.
- [73] JAKOBSSON S, PATRIKSSON M, RUDHOLM J, et al. A method for simulation based optimization using radial basis functions[J]. Optimization and Engineering, 2009, 11(4): 501–532.
- [74] JUANG C H, WANG L. Reliability-based robust geotechnical design of spread foundations using multi-objective genetic algorithm[J]. Computers and Geotechnics, 2013, 48: 96–106.
- [75] 陈昌富, 李欣, 毛凤山. 基于正交数值试验法深厚软土区复合地基按沉降控制优化设计[J]. 公路工程, 2018, 43(2): 49–53.
- CHEN Chang-fu, LI Xin, MAO Feng-shan. Settlement-based optimization design on composite foundation in region with deep soft soils by orthogonal numerical tests[J]. Highway Engineering, 2018, 43(2):49–53.
- [76] 陈昌富, 李欣, 龚晓南. 基于支持向量机沉降代理模型复合地基优化设计方法[J]. 铁道科学与工程学报, 2018, 15(6): 1424–1429.
- CHEN Chang-fu, LI Xin, GONG Xiao-nan. Composite foundation's optimization design of settlement's surrogate models based on support vector machines[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2018, 15(6): 1424–1429.
- [77] 李欣. 基于沉降代理模型的复合地基优化设计方法[D]. 长沙: 湖南大学, 2017.
- LI Xin. Optimization design method of composite foundations based on settlements' surrogate models[D]. Changsha: Hunan University, 2017.
- [78] PHUTTHANANON C, JONGPRADIST P, JONGPRADIST P, et al. Parametric analysis and optimization of T-shaped and conventional deep cement mixing column-supported embankments[J]. Computers and Geotechnics, 2020, 122: 103555.
- [79] MÜTHING N, ZHAO C, HÖLTER R, et al. Settlement

- prediction for an embankment on soft clay[J]. *Computers and Geotechnics*, 2018, 93: 87–103.
- [80] QI X H, ZHOU W H. An efficient probabilistic back-analysis method for braced excavations using wall deflection data at multiple points[J]. *Computers and Geotechnics*, 2017, 85: 186–198.
- [81] SCHOEFS F, LE K T, LANATA F. Surface response meta-models for the assessment of embankment frictional angle stochastic properties from monitoring data: An application to harbour structures[J]. *Computers and Geotechnics*, 2013, 53: 122–132.
- [82] WANG C, ZHU H. Combination of Kriging methods and multi-fractal analysis for estimating spatial distribution of geotechnical parameters[J]. *Bulletin of Engineering Geology & the Environment*, 2016, 75(1): 1–11.
- [83] CHO H, BAE S, CHOI K K, et al. An efficient variable screening method for effective surrogate models for reliability-based design optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2014, 50(5): 717–738.
- [84] ALLAIX D L, CARBONE V I. An improvement of the response surface method[J]. *Structural Safety*, 2011, 33(2): 165–172.
- [85] WANG G G, DONG Z, AITCHISON P. Adaptive response surface method-A global optimization scheme for approximation-based design problems[J]. *Engineering Optimization*, 2001, 33(6): 707–733.
- [86] WANG L, SHAN S, WANG G G. Mode-pursuing sampling method for global optimization on expensive black-box functions[J]. *Engineering Optimization*, 2004, 36(4): 419–438.
- [87] REGIS R G, SHOEMAKER C A. Combining radial basis function surrogates and dynamic coordinate search in high-dimensional expensive black-box optimization[J]. *Engineering Optimization*, 2013, 45(5): 529–555.
- [88] BANDARU S, NG A H C. An empirical comparison of metamodeling strategies in noisy environments[C]//In Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-2018). 2018. Kyoto, Japan: SwePub (National Library of Sweden).
- [89] BAGHERI S, KONEN W, BACK T. Online selection of surrogate models for constrained black-box optimization[C]//IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (IEEE SSCI 2016). Athens, 2016.
- [90] COSTA A, NANNICINI G. RBFOpt: An open-source library for black-box optimization with costly function evaluations[J]. *Mathematical Programming Computation*, 2018, 10(4): 597–629.
- [91] SLEM M B. Automatic selection for general surrogate models[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018, 58: 1–16.