

# 复合地基固结解析理论研究方法与进展

卢萌盟

(中国矿业大学 力学与土木工程学院, 江苏 徐州 221116)

**摘要:** 复合地基固结理论源于砂井地基固结理论, 其研究所采用的基本假设和研究方法也借鉴了砂井理论的研究成果。然而, 由于复合地基具有桩体直径大和桩体应力集中的特点, 砂井地基的某些假定条件在复合地基固结理论中并不适用, 并导致复合地基固结度计算产生较大误差。基于此, 本文从复合地基固结理论基本假定的适用性出发, 对误差产生的根源进行分析, 揭示基本假定背后隐含的科学问题以及对应的工程问题。具体内容包括控制方程在等应变条件下的适用性、初始条件的改进、桩周流量相等假设的适用性、一维变形假设、非圆截面桩等效半径的确定、群桩单元划分方法及理论体系建立等基本问题。

**关键词:** 复合地基; 固结; 解析理论; 高置换率; 群桩模型; 等效半径

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 2096-7195(2020)06-0451-10

## Research methodologies and advances in analytical theory for consolidation of composite ground

LU Meng-meng

(School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)

**Abstract:** Consolidation theories for composite grounds originated from consolidation theories of sand-drained ground. The studies and the research methods about composite grounds adopted some basic assumptions in the theories of vertical drains. However, some assumptions of vertical drains theories are not applicable in composite ground theories; this is due to the large diameter of columns and stress concentration on the columns in the composite ground, which can inevitably lead to a large deviation in the calculation of the degree of consolidation. On this context, the reason for the resulting deviation is investigated from the analysis of applicability of the basic assumptions. The underlying scientific significances and the engineering problems corresponding to these investigated assumptions are revealed. The detailed contents of this paper include the analysis on the following basic problems, such as the adaptability of the governing equations with the equal strain assumption, the modification of the initial condition, the applicability of the assumption of equal flow at column-soil interface, one-dimensional deformation assumption, the determination of the equivalent radius of the columns with non-circular cross section, and the partition of the ground into elements with pile groups columns and the establishment of the associated theoretical frame.

**Key words:** composite ground; consolidation; theory; high replacement ratio; group pile model; equivalent radius

## 0 引 言

复合地基是指天然地基在地基处理过程中部分土体被增强或被置换, 且加固区由天然地基土体和增强体两部分组成的人工地基。在荷载作用下, 复合地基的土体和增强体共同承担荷载<sup>[1]</sup>。因此, 复合地基的形成须具备两个要素: (1) 地基由两种

及两种以上材料组成; (2) 基体和增强体共同承担外部荷载。采用复合地基可以较好发挥桩体和天然地基土体的承载潜能, 同时又能克服传统地基处理技术(如堆载预压法)工期长的不足, 满足对公路、铁路、大面积堆场、大型建筑群等大面积场地进行快速、高效、经济的地基处理要求, 因此在房屋建筑工程、公路、铁路、水利、港航等工程领域得到

收稿日期: 2020-11-09

基金项目: 国家自然科学基金(51878657); 江苏高校“青蓝工程”资助。

作者简介: 卢萌盟(1979—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事软黏土力学与地基处理方面的研究。E-mail: lumm79@126.com。

了广泛的应用。目前,复合地基已经与浅基础、桩基础并列成为土木工程中三种主要地基基础型式<sup>[1]</sup>。

复合地基中的桩体按材料可以分为散体材料桩和黏结材料桩两大类。由于散体材料桩能够始终与土体共同沉降从而共担荷载,因此复合地基概念在提出之初特指散体材料桩复合地基。然而,散体材料桩加固软土地基往往存在工后沉降大、承载力提高幅度有限的不足,因此,各种类型深层搅拌桩逐渐得到重视并在工程中大量应用。搅拌桩相比散体材料桩承载力较大,但是无法为地基中孔隙水消散提供通道,有可能导致后期土体固结沉降较大,从而在桩身引起负摩阻力,并引发复合地基由于承载力不足而发生稳定问题。近年来,为了同时解决承载力和后期沉降问题,复合地基中的桩型又衍生了新的变化,例如桩体材料同时包含散体材料和黏结材料两种不同功能属性的复合桩,多桩型联合使用(如散体材料桩或塑料排水板和黏结材料桩联合使用)的组合桩等。伴随着桩型的发展,复合地基的概念和内涵得到进一步拓展和延伸,此时,对于复合地基的判别仅需从其两要素的特点出发,满足两要素即可按照复合地基进行设计,否则属于桩基范畴。

散体材料桩和黏结材料桩均能加快地基土固结速率,但在加速机理上却有所不同。散体材料桩加速软土固结的机理可以归纳为三个方面:(1)应力集中效应,即桩体的高承载特性。由于压缩模量高于土体,复合地基中的桩体往往能够承担更多的荷载,土体分担的荷载则随之减小。因此,在同样大小的外部荷载作用下,土体最终的固结变形小于天然地基,完成固结所需要的时间缩短;(2)增加额外的排水通道。桩体除了承担更多荷载以外,还可作为排水通道,使地基中的孔隙水沿径向流入并沿竖向流出桩体,因此,桩体的存在改变了地基的排水方式,使地基由原来的一维竖向排水变为以径向排水为主、竖向排水为辅的二维径、竖向排水。另外,由于地基的水平向渗透系数一般为竖向渗透系数的2~4倍<sup>[2]</sup>,又使得径向排水的作用进一步得到增强;(3)大大缩短了排水路径。由于桩体间距一般远远小于待加固软土层厚度,从而有效缩短了排水距离。黏接材料桩也能加速软土地基固结,但其加速软土固结机理与散体材料桩不同,黏结材料桩的置入不改变地基原有的排水方式,也没有新增额外的排水通道,其加固机理主要源于桩体的应力集中效应。

和砂井地基相比,复合地基主要有以下特点:

(1)桩体应力集中效应。复合地基强调桩体承担更多荷载的特点,而砂井地基不强调砂桩的承载特性,仅将其作为排水通道考虑,认为砂井和周边土体压缩模量相等,因此桩、土应力相等;(2)桩体直径大。以普通碎石桩复合地基为例,其井径比(影响区和桩体直径之比)一般介于1.5~5之间,中、高置换率挤密砂桩井径比则更小,介于1~1.5之间<sup>[3-4]</sup>。相对而言,普通砂井井径比通常较大,介于6~8之间,袋装砂井和塑料排水板则更大,介于15~22之间<sup>[5]</sup>;(3)桩体类型多。复合地基的桩体包括散体材料桩、黏结材料桩、复合桩和组合桩等,总之只要满足复合地基两要素的都可以归为复合地基。不同形式的复合地基其研究方法和关注点也有不同。

复合地基固结解析理论是复合地基固结过程的数学描述,主要研究复合地基在荷载作用下孔隙水压力随时间消散规律,可用于预测复合地基固结沉降随时间的发展规律。固结理论是复合地基设计和计算理论的重要组成部分,也是复合地基按沉降控制优化设计方法建立的基础。复合地基固结理论源于砂井地基固结理论,其研究所采用的基本假设和研究方法也大都借鉴了砂井理论的研究成果。1979年,在Barron砂井地基固结理论<sup>[6]</sup>的基础上,Yoshikuni<sup>[7]</sup>首次考虑了碎石桩桩体应力集中效应,给出了散体材料桩复合地基固结理论解,使得复合地基独立于砂井地基理论,也标志着复合地基固结理论诞生。经过几十年的发展,复合地基固结理论取得了一定的进展<sup>[8-12]</sup>,然而,这些研究大多都是在砂井地基固结理论的基础上考虑了应力集中效应,而对复合地基其他特点则考虑不足甚至不予考虑。另外,砂井地基固结理论的很多假定被直接用于求解复合地基固结问题,对这些假定在复合地基中的合理性和适用性却未加讨论和验证,从而掩盖了这些假定条件背后隐含的科学问题,导致计算结果出现较大误差。

研究复合地基固结不能脱离砂井地基固结既有的理论框架,而是需要从其研究方法和假定条件入手,针对具体问题,找到相应的方法和假设的不足,发掘其背后隐含的科学问题,建立该科学问题和研究内容的关联,从而对研究方法进行改进或者对假设条件进行合理的修正,并最终解决问题。因此,本文旨在针对复合地基自身特点,讨论几个常用假设条件在复合地基适用性,以及在理论研究中

应该如何考虑复合地基自身特点, 揭示假设条件背后所隐藏的科学问题。

## 1 复合地基研究的基本假定

目前, 复合地基研究常采用的基本假定有:

- (1) 荷载一次瞬时施加;
- (2) 土体水平渗透桩体施工形成的扰动区内保持不变, 且其值小于未扰动土渗透系数;
- (3) 桩体和土体的渗透系数、压缩模量在固结过程中保持不变;
- (4) 土体和桩体中的渗流服从达西渗透定律;
- (5) 桩体和土体只发生竖向一维变形, 无侧向变形, 也不发生剪切变形;
- (6) 等应变假设: 桩体和土体在任一深度和任一刻的竖向变形相等;
- (7) 桩体内没有径向渗流, 只发生竖向渗流;
- (8) 桩周流量相等假设: 任一深度处由桩周沿径向流入桩体的水量等于沿竖向流出桩体的水量。

在以上基本假定中, 有些假设条件不因地基形式的改变而改变, 例如假设 (1) ~ (4); 有些假设条件则会因为地基形式的改变而不再适用, 例如假设 (5) ~ (8), 其不适用性将在下文具体论述。这两类基本假定之间没有严格的区分, 由于目前研究水平的限制, 某些通用类假设条件对复合地基或者其它地基形式的适用性还没有被证明存在不妥之处, 或者说即使发现存在不妥但还无法在理论研究中予以区别对待。

下面对相关假定条件进行讨论, 包括其适用性及存在的问题, 以及由此假定条件出发可以解决的问题。

## 2 等应变假设下基本方程的适用性

砂井地基固结理论一般建立在两种变形假设之上, 即等应变和自由应变。自由应变是指地基在均布荷载下其变形是自由的, 地基内各点的变形不同, 地基会出现不均匀沉降, 但剪切变形不影响地基固结速率, 自由应变一般对应柔性荷载, 如填土荷载、路堤荷载等。等应变是指地基在均布荷载作用下地基内任一点的竖向变形相等, 地基不会发生不均匀沉降, 等应变一般对应刚性荷载, 如筏板基础下的地基变形。自由应变和等应变是地基变形的

两种极端情况, 地基实际变形一般介于这两者之间, 相对来说, 自由应变更接近于实际情况。1948年, Barron 总结了等应变和自由应变两种极端情况下的砂井地基固结理论<sup>[6]</sup>, 并首次给出了两种情况下考虑涂抹作用以及等应变条件下考虑井阻作用的砂井固结理论。同时 Barron 还指出, 自由应变解答较等应变解答复杂, 但两者计算结果相差不大, 这一结论也在其他人的研究中得到确认<sup>[13]</sup>。因此, 复合地基固结理论研究一般采用等应变假设。

式 (1) 为 Barron (1948) 给出的自由应变情况下的基本方程, 方程右边为土体内任一点处孔压的消散速率:

$$c_h \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_s}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_s}{\partial r^2} \right) + c_v \frac{\partial^2 u_s}{\partial z^2} = \frac{\partial u_s}{\partial t} \quad (1)$$

同时, Barron (1948) 也给出了等应变情况下的基本方程, 其方程右边改用地基任一深度处平均孔压的消散速率, 即:

$$c_h \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{u}_s}{\partial r^2} \right) + c_v \frac{\partial^2 \bar{u}_s}{\partial z^2} = \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial t} \quad (2)$$

上面两式中:  $u_s$  是土体内任一点处的超静孔压;  $\bar{u}_s$  是土体内任一深度处的平均孔压;  $c_h$  和  $c_v$  分别为土体的水平向和竖向固结系数。

由于上面两个方程求解较为复杂, 因此一般按照 Carrillo 定理<sup>[14]</sup>, 将其分解为竖向和径向两个固结基本方程, 并对其各自的解答按下式进行组合来获得考虑径、竖向渗流的总固结度解答:

$$U_{rz} = 1 - (1 - U_r)(1 - U_z) \quad (3)$$

式中:  $U_{rz}$  为同时考虑径、竖向组合渗流的地基总固结度;  $U_r$  是只考虑径向渗流的地基固结度;  $U_z$  是只考虑竖向渗流的地基固结度, 其解答为 Terzaghi 一维竖向固结解<sup>[15]</sup>。

值得说明的是, Carrillo 定理的提出是基于自由应变条件下的固结基本方程 (1), 方程 (1) 的推导是在柱坐标系下取一个深度和径向均无限小的微圆环单元, 分别求出其径向和竖向的水流变化量, 再取其和等于微单元的体积变化量得到。然而, 在等应变条件下, 由于微元体内无需引入平均孔压, 砂井地基固结基本方程则无法通过上面的方法获取, 因此, Barron 假定地基内的径向和竖向渗流可以单独考虑, 根据 Carrillo 定理给出了如式 (2) 所示的基本方程。实际上, 该方程和 Carrillo 定理

并不适应。谢康和<sup>[16]</sup>通过理论方法证明：在等应变条件下，和 Carrillo 定理相适应的砂井固结基本方程不是方程（2），需将方程（2）中对应竖向固结的第二项由任一点的孔压改为任一深度处的平均孔压，即：

$$c_h \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_s}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_s}{\partial r^2} \right) + c_v \frac{\partial^2 \bar{u}_s}{\partial z^2} = \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial t} \quad (4)$$

由于等应变条件的解答通常是一个收敛速度极快的级数，取前几项计算即能满足工程设计的精度要求，便于使用，更重要的是，其计算结果和自由应变下的计算结果相差无几。因此，针对复合地基桩、土变形协调的特征，其固结理论研究一般采用等应变假设，其固结基本方程也相应地采用方程（4），再结合相应的边界条件和初始条件进行求解。

### 3 初始条件——共同承担外部荷载

复合地基固结的初始条件不同于砂井地基，除了考虑应力集中效应，还要考虑桩、土共同承担外部荷载的特点。工程中砂井一般直径较小，其分担的外部荷载有限，因此，Barron 在分析砂井地基固结时假定砂井的压缩模量和周边土体相同，这一做法也在之后的砂井固结理论中得以沿用。正因如此，在外部荷载施加的瞬间，土体和砂井内的初始超静孔压相等，那么作用在地基表面的均布荷载也必然等于土体内的初始孔压。然而，对于散体材料桩复合地基而言，由于桩体和土体压缩模量不同，同时又共同承担外部荷载，因此在等应变条件下，荷载施加的瞬间，桩体和土体内的初始孔隙水压力必然不等，此时作用在地基表面的均布荷载不再等于土体内的平均初始孔压，而应等于复合地基内任一深度处对桩体和土体按面积加权的平均初始孔压。因此，复合地基的初始条件需能够反映桩体应力集中和桩、土共同承担荷载的特点。

### 4 桩周流量相等假设的适用性——兼谈中、高置换率散体材料桩复合地基固结

散体材料桩复合地基固结分析中的很多假定都直接源于砂井理论，而有些假定条件在复合地基中的适用性未经验证即直接加以采用，从而导致对地基固结性状的误判。例如，为了描述桩体的排水作用，现有复合地基固结理论<sup>[8-12]</sup>大多都采用桩周

流量相等假定，认为任一时刻从桩周流入桩体的水量等于从桩体流出的水量。实际上，该假设存在两个不足：（1）相当于假定桩体内的含水量始终保持不变（流入等于排出），因此忽略了桩体自身的固结的影响；（2）由于含水量不变，也意味着桩体的体积始终保持不变，这显然和等应变假定相互矛盾，因为等应变条件假定认为桩体和土体均发生变形且变形相等。以上两点的本质是忽略了桩体自身固结这一关键因素，不难推断，桩体直径越大，忽略桩体自身固结对复合地基固结速率影响越大。

作者通过两种方法考虑了桩体自身固结的影响，一种对桩周流量相等假设进行改进<sup>[17]</sup>，另一种则同时考虑桩体内的径向和竖向渗流，对桩体和土体一样均采用如式（4）所示的基本方程进行求解<sup>[18-19]</sup>。两种方法均能克服以往理论中存在的桩周流量相等假设和等应变假设相互矛盾的不足，相比之下，第二种方法更加严密，结果也更加精确。另外，两种方法的计算结果均表明：考虑桩体自身固结时，复合地基固结速率会变慢，在时间上则表现为复合地基达到同样固结度时所需时间更长；而且，这种固结度减小值和时间延长量会随着桩体置换率的增大而增大，这一点和日本的港口技术规范<sup>[4]</sup>对中、高置换率挤密砂桩复合地基固结速率的观测结果完全一致。因此，在工程应用中，考虑桩体自身固结的影响有着重要的实际意义，那就是可以用来求解中、高置换率挤密砂桩复合地基的固结问题。

挤密砂桩根据置换率  $\alpha_s$  大小，可以分为低置换率  $\alpha_s \leq 0.4$ ，中置换率  $0.4 < \alpha_s < 0.7$ ，高置换率  $\alpha_s \geq 0.7$ <sup>[4]</sup>。低置换率挤密砂桩常用于道路工程、建筑工程等陆上工程；中、高置换率挤密砂桩在日本起步较早，在沿海软土地基工程中得到广泛的使用。在我国，中高置换率挤密砂桩的应用则刚刚起步，主要用于海底软基处理、外海筑港和人工岛建设工程中。例如，港珠澳大桥岛隧过渡段和上海国际航运中心洋山深水港区的工作船重力式码头均采用中、高置换率挤密砂桩进行软基加固。

低置换率挤密砂桩由于桩体直径不大，一般不考虑桩体内径向渗流，采用桩周流量相等假设进行求解，对地基固结度的计算结果影响不大，尤其是对于砂井地基或者塑料排水板地基而言，其井径比较大，采用桩周流量相等假设造成的误差极小，完全可以忽略不计，即井周流量相等假设对于砂井和塑料排水板地基是精确的<sup>[20]</sup>。然而，对于中、高置换率挤密砂桩而言，由于桩体直径大，忽略桩体自

身固结必然会产生较大误差。我国现行的相关规范还没有涉及中、高置换率挤密砂桩复合地基固结度计算的问题,对各种置换率散体材料桩复合地基固结度的计算基本都采用改进的高木俊介法。然而,日本的港口技术规范<sup>[4]</sup>根据大量工程观测结果发现:相比以往理论的计算结果,工程实测得到的挤密砂桩复合地基固结速率普遍较慢,固结完成所需的时间明显延迟,而且,延迟的时间会随着桩体置换率的增大而增大,即计算误差随置换率增大而增大。这一工程现象无法用已有固结理论进行解释,显然,该现象和考虑了桩体自身固结的复合地基固结解<sup>[17-19]</sup>得到的计算结果完全一致。实际上,文献研究<sup>[21]</sup>表明:当挤密砂桩的置换率为0.8时,考虑和不考虑桩体自身固结得到的两个固结度最大差值可达43%。而且,通过案例分析表明,某一置换率为0.5的挤密砂桩复合地基,要使地基达到90%的固结度,不考虑桩体自身固结时需时144 d,考虑桩体自身固结需时263 d,时间延迟量达119 d,说明桩体自身固结对中、高置换率散体材料桩复合地基固结的影响不容忽视。

## 5 一维变形假设——兼谈散体材料桩径向变形的影响

以往散体材料桩复合地基固结理论存在的另一个不足就是沿用了桩体和土体均受侧向约束而只发生竖向变形的假定。正如前面所述,散体材料桩复合地基一个很重要的特征就是桩体在固结过程中除了会发生竖向的压缩,还会产生侧向的膨胀变形,即桩和土的变形均为二维变形。基于此,有学者对考虑桩体和土体发生二维变形情况下的固结理论进行了研究<sup>[22-24]</sup>。其方法和思路是将二维变形分解为单一的竖向变形和径向变形,竖向变形会在桩-土界面引起新的径向应力,径向变形同样也会引起竖向应力,然后根据桩-土界面上的应力相等和位移协调条件,以及地基表面外荷与桩、土承担荷载相等的平衡条件,得到考虑桩、土发生二维变形时的应变表达式,进一步可以得到地基的固结度表达式。计算结果表明传统的不考虑桩体侧向变形的固结理论会高估地基的固结速率。该方法由于能够考虑桩体和土体的侧向变形,更能真实地反映地基的变形性状。然而,该法在理论上也存在不严密之处,例如由于用土体任一深度处的平均孔压代替任一点处的孔压,从而造成桩-土界面上孔压不

连续;另外,假定桩体的侧向变形沿深度均匀分布,这一点与实际工程中桩体的上半部由于侧向约束不足而发生鼓胀变形不符。然而,尽管存在上述不足,这种简化的解析研究方法在理论创新方面不失其进步作用,而且也能给出一些新颖的结论,例如其对桩土应力比的预测也比只考虑竖向变形的解答更接近实际。

## 6 非圆截面排水体等效半径的确定——兼谈复合桩复合地基

工程中有时会遇到非圆形截面的排水体,可称之为异形截面排水体,最常见的塑料排水板即为其中一种,一般呈薄板状,典型的截面尺寸为宽100 mm,厚4 mm,具有周长大而截面积小的特点。对于这种异形截面排水体而言,在进行固结分析之前需将其按照一定的原则将其转化为一个圆柱形排水体,然后在柱坐标系下进行求解。目前,文献报道的排水体等效半径的确定方法大概有三种,第一种按照截面周长相等的原则确定<sup>[25,26]</sup>,例如我国现行《建筑地基处理技术规范》即采用等效截面周长的方法来确定等效半径<sup>[5]</sup>;第二种按照截面面积相等原则确定<sup>[27]</sup>;第三种属于周长等效法的一些衍生或改进,基于模拟类比的方法进行确定,例如利用电势模拟水力梯度和采用有限元反算等<sup>[28-30]</sup>。然而,到目前为止,没有任何一种等效半径的确定方法被研究和工程设计人员普遍接受。

地基内增设排水体后,地基中的孔隙水将沿水平向流入排水体,然后在排水体内沿竖向流出排水体。也就是说,流入排水体的水量受其周长控制,流出排水体的水量则受其截面面积控制。因此,当非圆截面排水体排水能力为有限值时,按周长等效的方法高估了排水体截面积(周长相等,圆面积最大),也就高估了流出排水体的排水性能;而按截面面积等效则低估了流入排水体的水量(面积相等,圆周长最小),因此低估了排水体的排水能力。

因此,作者提出了一种环形等效的方法,即将异形截面排水体等效为一个环形,由于环形具有中空的特点,可以通过调节中空面积来保证排水体外周长和截面积在转化前后保持不变,从而克服了传统圆形等效方法的不足,该方法已经在塑料排水板地基中得到应用<sup>[31]</sup>,结果表明:最终决定排水板排水效果的是其截面积,而不是其周长,按照周长进行等效高估了排水板的排水能力。

另一方面,排水体等效半径的确定还跟排水体的排水能力即井阻作用有关。当排水体的排水能力为无限大时(即不考虑井阻作用时),此时,无论沿周长流入排水体的水量再多,均可以从排水体中顺利排出,因此,此时排水体的等效半径应该从周长相等的原则进行等效。而现实中排水体的排水能力一般是一个有限值,而且还会随着土颗粒的堵塞或施工不当造成排水能力逐渐减弱甚至失效。因此,在这种情况下,决定其排水能力的应该是截面积,而非周长。

环形等效的方法同样也适用于异形截面劲芯碎石复合桩复合地基的固结问题。劲性碎石复合桩是在碎石桩中心搅拌形成一个低强度混凝土芯,这样可以通过劲芯提高桩体强度,将荷载传递到土层更深处,又能通过包裹劲芯的碎石桩加速固结,该技术近年来在工程中得到了越来越多的应用。在分析非圆截面劲芯碎石复合桩复合地基固结问题时,可将包裹在劲芯外围的碎石桩等效为环形,该环形面积和外周长均与之前保持不变,以此如实描述流入和流出碎石壳的水量,再将劲芯等效为一个面积不变的环形,两个环形靠近在一起,即可反映劲芯碎石复合桩复合地基的固结特性。作者采用该法对复合桩复合地基固结问题开展了研究,研究结果表明<sup>[32]</sup>:仅从加速固结的角度出发,小截面而高模量的劲芯芯桩往往效果较好;如果综合考虑加速固结、减小沉降和提高承载力,劲芯的芯桩率(劲芯面积和复合桩面积之比)建议最大取0.5,超过0.5对加速固结作用不明显,另外,芯桩的压缩模量越大,综合加固效果越强。

## 7 单元划分法——兼谈多元组合桩复合地基固结理论的研究

近年来,复合地基技术呈现出由单一桩型的一元复合地基向多桩型联合使用的多元复合地基发展的趋势。郑俊杰等<sup>[33]</sup>提出了多元复合地基概念和设计思想,并将多元复合地基成功应用到多个工程项目中,实践表明,多元复合地基在工程中能够大幅提高地基承载力,减小沉降,具有较好的经济性。多元复合地基已经在淮盐高速<sup>[34]</sup>、临连高速<sup>[35]</sup>以及上海地区某路桥过渡段<sup>[36]</sup>等多项工程中获得成功应用。

工程实践促进和带动了理论的发展,人们也逐渐开始了对多元复合地基固结理论的研究。然而,

由于多元复合地基复杂的地基模型,对其固结特性的研究也大都采取简化的研究办法。例如章定文等<sup>[37]</sup>将塑料排水板和土体按照渗透系数等效为均质土体,再采用等效后的渗透系数,研究了搅拌桩联合排水板复合地基的固结特性,本质仍然是天然地基的一维固结模型,因而无法考虑排水板与水泥土桩之间的相互影响。陈蕾等<sup>[38]</sup>针对排水板和水泥土桩采用梅花布桩的工况,选取一个排水桩和其紧邻的三个水泥土桩为研究对象,并假定不排水桩刚好位于排水桩的影响区边界上,给出了这种特殊情况下的多元复合地基固结解析解。该模型认为土体的水流由外向内沿径向流向排水板,比较符合实际工程中的水流方向,然而该文没有考虑处于分析单元外边界上的水泥土桩施工对周边土体产生的扰动作用和排水板的井阻作用。叶观宝等<sup>[39,40]</sup>和张振等<sup>[41]</sup>针对搅拌桩和排水板采用梅花形布置的工况,取一个搅拌桩和周边的三个排水板为研究对象并将其转化为一个圆柱形单元,再将分布在外围不连续的排水板简化为连续的排水墙,这样土体中水流由中心沿径向由内向外发生渗流,在不考虑排水板涂抹和井阻作用的前提下,给出了该问题的固结解答。但文中没有对水流向外发生径向渗流的假定的合理性进行评价。另外,该文只考虑了处于单元中心的水泥土桩的扰动作用,不考虑分析单元外边界的排水板对周边土体的扰动作用和排水板的井阻作用。刘吉福<sup>[42]</sup>认为多元复合地基内的排水桩和弱排水桩内均存在孔压,并假定复合地基内排水桩和弱透水桩内的孔压沿深度成比例变化,给出了水流由外向内和由内向外两种固结模型的固结解析解,显然该假定并不符合实际,理论上也难以成立。以上研究对促进多元复合地基加固机理的认识都有积极的作用。然而不难发现,这些研究要么采用的方法过于简化,要么采用的假定不符合理论与实际,理论分析模型又缺乏理论和实际工程验证,制约了其在工程中的推广应用。

在实际工程中,排水体通常按三角形或正方形大面积布置于加固区内。在以往的砂井或者复合地基固结理论中,整个地基在平面上被平均划分为一个个排水体,然后任取其中一个排水体为中心,和周围相邻排水体连线的中垂线为边界,组成一个单元进行分析。如图1所示,当排水体按正三角形布置时,分析单元截面为一个正六边形;按正方形布置时,分析单元截面为正方形。由于正六边形或正方形截面在数学上处理较为困难,通常需根据面积

等效的原则将六边形或者正方形的分析单元转化为圆形，这样，每个分析单元均由一个位于中心的圆柱形砂井和一个包围砂井的环柱形土体组成，土中的水沿径向流入排水体井，然后再沿竖向流出排水体。这种分析方法可称之为“单井（桩）法”。

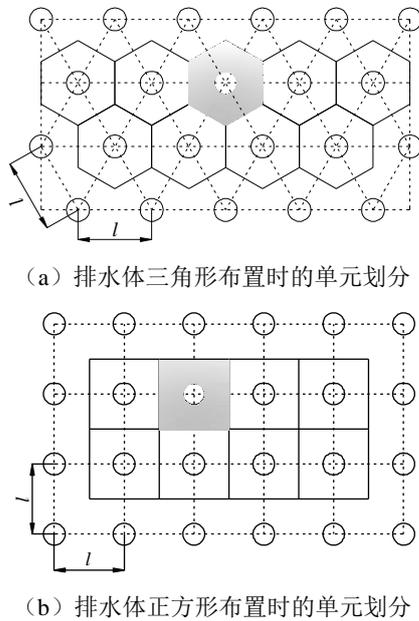


图1 单井（桩）法单元划分

Fig. 1 The element partition method of a single well (pile)

上述“单井（桩）法”由于分析单元内只含有一个砂井（桩），因此无法用于含多种桩型的组合桩复合地基固结问题。组合桩复合地基固结分析的关键是如何对地基进行合理的单元划分，将不同类型的桩体和土体共同纳入一个单元进行分析。只有在分析单元内，才能够全面考虑不同桩体的施工扰动和排水体的排水能力等因素的影响。因此，作者提出了一种同时适用于单一桩型和多桩型联合使用的新的复合地基群桩固结解析模型及其解答<sup>[43-45]</sup>，并在砂井地基和碎石桩复合地基中对其理论的严密性和计算精度进行了验证，介绍如下。

如图2所示，工程中桩体通常按某一形式有规则地布置（如三角形、矩形、密集型三角形和矩形排列）。和单井法的单元划分方法不同，此时以一个排水桩为中心，取相邻的排水桩和不排水桩为外边界，共同组成一个单元来进行分析，这样既可在将排水桩、不排水桩和土体三种介质共同纳入一个单元，同时又能将整个地基无遗漏地平均划分为一系列相同的单元。这样的单元划分法在应对任意桩体排列形式时具有普适性，可通过不同的外边界排水桩和不排水桩数量来反映不同的桩体排列形式。

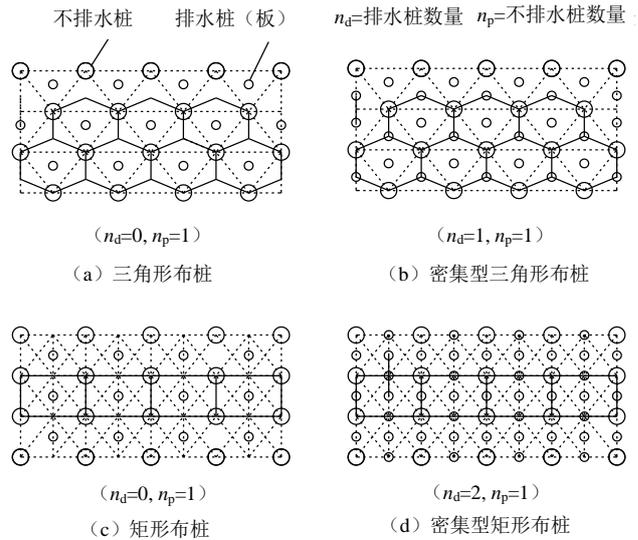


图2 群桩单元划分法

Fig. 2 The element partition method of pile group

如图3所示，将地基进行单元划分后，再根据面积等效的原则，将所划分的六边形或者矩形单元等效为圆形，同时将位于外边界的不排水桩和排水桩分别等效为面积相等的环形，置于圆柱形单元外围，这样，外边界环形排水体的排水能力取决于外边界上排水桩的数量。在该模型内，由于中心和边界均有排水桩存在，因此单元内的水流呈双向流，即土体内的水沿径向同时向内流入中心排水桩和向外流入外边界的环形等效排水体中，再沿竖向各自流出排水体。按照常识，土体中的水流通常是由周边沿径向流入排水板，这种双向流模型假定的水流方向与水流的实际流向不符，因此有必要对其合理性进行验证。作者将新的双向流模型用于求解单一桩型的砂井地基<sup>[43]</sup>和碎石桩复合地基<sup>[44]</sup>两种地基固结问题，新模型得到的地基固结度计算结果和以往单井（桩）法的计算结果几乎完全一致，验证了这种双向流模型的精确性和合理性。

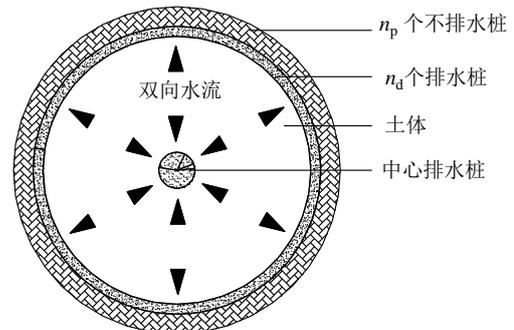


图3 组合桩复合地基固结分析单元

Fig. 3 Element of consolidation analysis in compound pile

另外,该模型除了适用性极强的优势以外(适用于任意桩体规则布置形式),还有考虑因素全面的优势,既同时考虑中心排水桩、外围排水桩和不排水桩的扰动效应,又能考虑排水桩的井阻作用,是目前解决多桩型联合使用的组合桩复合地基固结问题最先进的固结解析模型。

## 8 结 论

复合地基固结理论是复合地基设计和计算理论的重要组成部分,也是复合地基按沉降控制优化设计方法建立的基础。本文从复合地基固结理论常用基本假定适用性的讨论出发,对复合地基的研究内容、创新方法以及最新进展进行了论述,主要结论有:

(1) 等应变解答相比自由应变解答形式简单且误差不大,因此复合地基固结理论大多基于等应变假设。然而,在等应变假设下,同时考虑径、竖向渗流的固结方程是根据 Carrillo 定理提出,但和 Carrillo 定理又不相适应,只有将方程中对应竖向渗流孔压采用任一深度处的平均值才能和 Carrillo 定理相适应;

(2) 复合地基固结初始条件应反映桩、土共同承担荷载和桩体应力集中效应;

(3) 桩周流量相等假设和等应变假设不相适应,在复合地基中误差较大,但对砂井和塑料排水板地基误差极小,可忽略不计;桩周流量相等假设的本质是忽略了桩体自身固结的影响,而考虑桩体自身固结是求解大直径即高置换率散体材料桩复合地基固结问题的关键,可显著提高其计算精度;

(4) 散体材料桩在发生沉降时桩体会发生向外的侧向变形,考虑桩体侧向变形的复合地基固结速率要慢于只考虑一维竖向压缩的复合地基固结速率;

(5) 对等效直径的求解可以解决非圆形截面排水体和包含不排水芯的复合桩复合地基的固结问题。对于此类问题,可将排水体等效为环形排水体,保证等效前后其外周长和截面积保持不变,从而保证流入和流出排水体的水量在等效前后保持一致;研究结果发现,决定排水体排水性能的是其截面面积,而非外周长;

(6) 对地基进行单元划分时,采用群桩单元的划分方法和相应的固结解析模型,可求解多桩型联合使用的组合桩复合地基固结问题。

## 参考文献

- [1] 龚晓南. 复合地基理论与工程应用(第二版)[M]. 北京: 中国建筑工业出版社. 2007.
- [2] CHU J, BOM W, CHANG M F, et al. Consolidation and permeability properties of Singapore marine clay[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2002, 128(9): 724-732.
- [3] HAN J, YE S L. Simplified method for consolidation rate of stone column reinforced foundations[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2001, 127(7): 597-603.
- [4] Ports and Harbours Bureau, Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism (MLIT); National Institute for Land and Infrastructure Management, MLIT; Port and Airport Research Institute[S]. 2009. *Technical Standards and Commentaries for Port and Harbour Facilities in Japan (English Edition)*. Overseas Coastal Area Development Institute of Japan.
- [5] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 建筑地基处理技术规范: JGJ 79-2012[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2013.
- [6] BARRON R A. Consolidation of fine-grained soils by drain wells[J]. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 1948, 113: 718-742.
- [7] YOSHIKUNI H. Design and control of construction in the vertical drain method[M]. Gihoudou Publishing Co., Ltd., 1979: 37-44.
- [8] ZHANG Y G, XIE K H, WANG Z. Consolidation analysis of composite ground improved by granular columns considering variation of permeability coefficient of soil[C]//ASCE GeoShanghai International Conference Special Publication, Ground Modification and Seismic Mitigation (GSP 152), 2006.
- [9] 王瑞春, 谢康和, 关山海. 变荷载下散体材料桩复合地基固结解析解[J]. *浙江大学学报: 工学版*, 2002, 36(1): 12-16.  
WANG Rui-chun, XIE Kang-he, GUAN Shan-hai. Analytical solutions for consolidation of composite ground with granular columns under time-dependent loading[J]. *Journal of Zhejiang University: Engineering Science*, 2002, 36(1): 12-16.
- [10] WANG X S, JIAO J J. Analysis of soil consolidation by

- vertical drains with double porosity model[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2004, 28: 1385-1400.
- [11] HAN J, YE S L. A theoretical solution for consolidation rates of stone column-reinforced foundations accounting for smear and well resistance effects[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2002, 2(2): 135-151.
- [12] XIE K H, LU M M, HU A F, et al. A general theoretical solution for the consolidation of a composite foundation[J]. *Computers and Geotechnics*, 2009, 36(1-2):24-30.
- [13] RICHART F E. A review of the theories for sand drains[J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 1957, 83(3): 1-38.
- [14] CARRILLO N. Simple two and three dimensional cases in the theory of consolidation of soils[J]. *Journal of Mathematical Physics*, 1942, 21(1): 1-5.
- [15] TERZAGHI K. *Erdbaumechanik*[M]. Vienna: F. Deuticke, 1925.
- [16] 谢康和. 砂井地基固结理论、数值分析与优化设计[D]. 杭州: 浙江大学, 1987.
- XIE Kang-he. Sand-drained ground: consolidation theory, numerical analysis and optimal design[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 1987.
- [17] XIE K H, LU M M, LIU G B. Equal strain consolidation for stone columns reinforced foundation[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2009, 33(15): 1721-1735.
- [18] LU M M, XIE K H, GUO B. Consolidation theory for a composite foundation considering radial and vertical flows within the column and the variation of soil permeability within the disturbed soil zone[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2010, 47(2): 207-217.
- [19] 卢萌盟, 谢康和, 刘干斌, 等. 考虑桩体固结和土体渗透性抛物线分布固结解[J]. *岩土工程学报*, 2009, 31(7): 1069-1074.
- LU Meng-meng, XIE Kang-he, LIU Gan-bin, et al. Solutions for consolidation considering column consolidation and parabolic distribution of soil permeability[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, 31(7): 1069-1074.
- [20] 卢萌盟, 谢康和. 复合地基固结理[M]. 北京: 科学出版社. 2016.
- [21] LU M M, JING H N, WANG B, et al. Consolidation of composite ground improved by granular columns with medium and high replacement ratio[J]. *Soils and Foundations*, 2017, 57(6): 1088-1095.
- [22] CASTRO J, SAGASETA C. Consolidation around stone columns. Influence of column deformation[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2009, 33(7): 851-877.
- [23] 卢萌盟, 谢康和, 周国庆, 等. 基于二维弹性变形的碎石桩复合地基固结分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2011, 30(S1): 3260-3268.
- LU Meng-meng, XIE Kang-he, ZHOU Guo-qing, et al. Consolidation analysis of stone column-reinforced composite ground based on two-dimensional elastic deformation[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2011, 30(S1): 3260-3268.
- [24] JORGE C, CÉSAR S. Deformation and consolidation around encased stone columns[J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2011, 29: 268-276.
- [25] HANSBO S. Consolidation of clay by band-shaped prefabricated vertical drains[J]. *Ground Engineering*, 1979, 12(5): 16-18.
- [26] CHAI J, MIURA N. Investigation of factors affecting vertical drain behavior[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 1999, 125(3): 216-226.
- [27] FELLENIUS B H. CASTONGUAY N G. The efficiency of band shaped drains: a full scale laboratory study[R]. Report to National Research Council and The Industrial Research Assistance Programme, 1985: 54.
- [28] ABUEL-NAGA H M, BOUAZZA A. Equivalent diameter of prefabricated vertical drain[J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2009, 27(3): 227-231.
- [29] ATKINSON M S, ELDRED P J L. Consolidation of soil using vertical drains[J]. *Geotechnique*, 1981, 31(1): 33-43.
- [30] LONG R, COVO A. Equivalent diameter of vertical drains with oblong cross section[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1994, 120(9): 1625-1630.
- [31] 卢萌盟, 张强, 靖洪文, 等. 基于环形等效的排水板地基固结[J]. *岩石力学与工程学报*, 2018, 37(2): 513-520.
- LU Meng-meng, ZHANG Qiang, JING Hong-wen, et al. Consolidation of band-shaped drain based on equivalent annular drain[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2018, 37(2): 513-520.
- [32] LU M M, ZHANG Q, WANG Y X, et al. Analytical

- solutions for consolidation of composite ground with composite columns with circular and non-circular cross section[J]. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 2020, Jun.12.  
<https://doi.org/10.1080/19648189.2020.1767698>.
- [33] 郑俊杰, 区剑华, 吴世明, 等. 多元复合地基的理论与实践[J]. *岩土工程学报*, 2002, 24(2): 208-212.  
ZHENG Jun-jie, OU Jian-hua, WU Shi-ming, et al. Theory and practice of multi-element composite ground[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Journal*, 2002, 24(2): 208-212.
- [34] LIU S Y, HAN J, ZHANG D W, et al. A combined DJM-PVD method for soft ground improvement[J]. *Geosynthetics International*, 2008, 15(1): 43-54.
- [35] ZHANG D W, LIU S Y, HAN W J, et al. A combined dry jet mixing- prefabricated vertical drain method for soft ground improvement: a case study[J]. *Marine Georesources & Geotechnology*, 2013, 31: 332-347.
- [36] YE G B, ZHANG Z, HAN J, et al. Performance evaluation of an embankment on soft soil improved by deep mixed columns and prefabricated vertical drains[J]. *Journal of Performance of constructed facilities (ASCE)*, 2013, 27: 614-623.
- [37] ZHANG D W, LIU S Y, HONG Z S. Consolidation calculation method of soft ground improved by DJM-PVD combined method[C]//*Geotechnical Special Publication*, n 125, *Ground Modification and Seismic Mitigation-Proceedings of the GeoShanghai Conference*, 2006: 29-36.
- [38] 陈蕾, 刘松玉, 洪振舜. 排水粉喷桩复合地基固结计算方法的探讨[J]. *岩土工程学报*, 2007, 29(2): 198-203.  
CHEN Lei, LIU Song-yu. HONG Zhen-shun. Study of consolidation calculation of soft ground improved by dry jet mixing combined with vertical drain method[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Journal*, 2007, 29(2): 198-203.
- [39] YE G B, ZHANG Z, XING H F, et al. Consolidation of a composite foundation with soil-cement columns and prefabricated vertical drains[J]. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 2012, 71: 87-98.
- [40] 叶观宝, 张振, 邢皓枫, 等. 组合型复合地基固结分析[J]. *岩土工程学报*, 2011, 33(1): 45-49.  
YE Guan-bao, ZHANG Zhen, XING Hao-feng, et al. Consolidation of combined composite foundation[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Journal*, 2011, 33(1): 45-49.
- [41] ZHANG Z, YE G, XING H. Consolidation analysis of soft soil improved with short deep mixed columns and long prefabricated vertical drains (PVDs)[J]. *Geosynthetics International*, 2015, 22(5): 1-14.
- [42] 刘吉福. 路堤下等应变复合地基的固结分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2009, 28(S1): 3042-3050.  
LIU Ji-fu. Analysis of consolidation of equal-strain composite ground under embankment[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2009, 28(S1): 3042-3050.
- [43] LU M M, SLOAN S W, INDRARATNA B, et al. A new analytical model for consolidation with multiple vertical drains[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2016, 40(11): 1623-1640.
- [44] LU M M, JING H, ZHOU Y, et al. General analytical model for consolidation of stone columns-reinforced ground and combined composite ground[J]. *ASCE International Journal of Geomechanics*, 2017, 17(6), 04016131.
- [45] LU M M, JING H W, ZHOU A N, et al. Analytical models for consolidation of combined composite ground improved by impervious columns and vertical drains[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2018, 42(6): 871-888.