

钙质砂最大最小孔隙比的确定及其影响因素分析

施勇¹, 贾献林², 吕国儿², 李宝建^{2,3*}

(1. 江苏海上龙源风力发电有限公司, 江苏 南通 226001; 2. 中国电建集团华东勘测设计研究院有限公司, 浙江 杭州 311122;
3. 浙江大学 建筑工程学院, 浙江 杭州 310058)

摘要: 相对密实度是影响钙质砂力学特性的重要指标, 密实的钙质砂表现为强度软化, 而松散的钙质砂呈现强度硬化。相对密实度是通过最大、最小干密度试验确定的最小、最大孔隙比计算获得。为探究试验方法、试验仪器以及细粒含量对钙质砂最大、最小孔隙比的影响, 本文开展了一系列室内土工试验。研究表明, 采用 1 000 mL 的量筒慢转法确定钙质砂最大孔隙比更为合理; 为避免颗粒破碎, 建议采用 1 000 mL 击实筒的振动锤击法确定钙质砂的最小孔隙比; 最大、最小孔隙比随细粒含量的增加呈先减小后增加的变化趋势, 40% 为对应的临界细粒含量。研究成果提高了土工试验的实用性, 完善了国家相关规范, 为岛礁工程的地基处理提供了理论依据和技术支持。

关键词: 钙质砂; 干密度; 孔隙比; 相对密实度; 细粒含量; 影响因素

中图分类号: TU411

文献标识码: A

文章编号: 2096-7195(2023)04-0293-06

Determination of maximum and minimum void ratios of calcareous sand considering various influence factors

SHI Yong¹, JIA Xian-lin², LV Guo-er², LI Bao-jian^{2,3*}

(1. Jiangsu Longyuan Offshore Wind Power Co., Ltd., Nantong 226001, Jiangsu, China;

2. Power China Huadong Engineering Co., Ltd., Hangzhou 311122, Zhejiang, China;

3. Department of Architecture and Civil Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, Zhejiang, China)

Abstract: Relative density is an important index affecting the mechanical behaviors of calcareous sand. The dense calcareous sand presents softening strength behaviors, whereas the loose calcareous sand exhibits hardening strength behaviors. The relative density is determined based on the maximum and minimum void ratios obtained by the maximum and minimum dry density tests. In order to explore the effects of test methods, instruments and fine particle content on the maximum and minimum void ratios of calcareous sand, a series of laboratory tests were carried out in this work. It is shown that a more accurate measurements of the maximum void ratio can be attained by using the 1 000 mL measuring cylinder with low rotation speed. In addition, in order to avoid particle breakage, it is suggested that the minimum void ratio of calcareous sand should be measured using the 1 000 mL compaction cylinder combining vibration with hit. Besides, the maximum and minimum void ratios of calcareous sand decrease first and then increase with increasing of fines content and 40% is the corresponding critical fines content. The research results have improved the practicability of geotechnical tests and the relevant provisions of national norms, and provided theoretical basis and technical support for the foundation treatment of island and reef projects.

Key words: calcareous sand; dry density; void ratio; relative density; fines content; influence factors

0 引言

钙质砂是由珊瑚骨骼、贝类、虫黄藻类等海洋

生物残骸沉积而成, 其主要组成成分是碳酸钙, 具有颗粒易破碎、形状极其不规则、内孔隙发育、微观结构复杂等显著区别于陆源砂的特点^[1-3]。因此,

收稿日期: 2022-11-14

基金项目: 浙江省自然科学基金重点项目 (LHZ19E090001); 浙江省博士后科研项目择优资助 (ZJ2022012)。

作者简介: 施勇(1971—), 男, 江苏南通人, 本科, 高级工程师, 主要从事新能源土建工程与综合管理研究工作。E-mail: 318803985@qq.com。

*通信作者: 李宝建(1991—), 男, 山东枣庄人, 博士, 工程师, 主要从事海洋岩土工程等方面的研究工作。E-mail: li_bj@hdec.com。

钙质砂这一特殊成因的砂土成为国内外诸多学者十分关注的研究课题。相对密实度是描述无黏性土紧密程度的重要参数,是填方工程(挡土墙、公路路基和地基处理等)中土体强度和稳定性的判定指标^[4-6]。砂土的相对密实度是通过最大孔隙比和最小孔隙比计算确定,而孔隙比不能直接量测,需要通过干密度换算。因此,对无黏性土相对密实度的研究主要聚焦于最大干密度和最小干密度的测定。工程上,常采用漏斗法或量筒法测定最小干密度来计算最大孔隙比;采用振动锤击法测定最大干密度来计算最小孔隙比^[7-8]。

研究表明,砂土的最大、最小干密度主要受颗粒形状和大小、颗粒级配、试验仪器尺寸、试验方法以及细粒含量等方面影响^[9-11]。HUMPHRES^[12]通过对不同粒径的无黏性土进行室内试验,得到了一种利用经验法和图解法预测最大干密度的方法。VALLEJO^[13]提出了一种估算二元颗粒土混合物的最小孔隙比分析方法,但这种方法只适用于细小颗粒,且高估了最大干密度。李珊珊等^[11]充分考虑了不同试验方法、仪器尺寸以及黏粒含量对石英砂孔隙比的影响,并根据试验结果提出了试验方法和仪器尺寸的选择建议。MUSZYNSKI^[14]通过大量土工试验系统研究了细粒含量对无黏性土最大、最小孔隙比的影响,结果表明当细粒含量小于30%时,两者之间可以线性表达。此外,王新志等^[15]研究了不同粒组、含水量以及颗粒破碎对钙质砂最大、最小干密度的影响规律。

综上所述,关于砂土相对密实度的研究主要针对陆源石英砂,而缺少试验方法、仪器尺寸以及细粒含量等因素对钙质砂最大干密度和最小干密度影响的分析。本文分别通过漏斗法、量筒快转法、量筒慢转法以及振动锤击法系统研究了试验方法对钙质砂最大、最小孔隙比的影响,并分析细粒含量与孔隙比的内在联系。研究成果为岛礁工程钙质砂地基处理提供理论依据和技术支持。

1 试验概况

1.1 试验材料

本试验采用中国南海的天然钙质砂,颗粒呈灰白色,经过筛分试验得到试验砂土的颗粒级配曲线,如图1所示。分析发现,砂样不均匀系数和曲率系数分别为6.84和0.78,基本不含0.1 mm以下的细颗粒,属于不良级配砂土。主要原因是:(1)吹填过程中,在水流冲击和砂颗粒自重共同作用

下,粗颗粒聚集在吹填口附近区域,而细粒被水流冲到下游堆积,导致整个吹填区颗粒分配不均匀。而取土位置在吹填区上游表层,因此级配不良且细粒含量少。(2)取土运输工程中,发生巴西坚果效应,细粒聚集在土体底部从运输袋中流出。

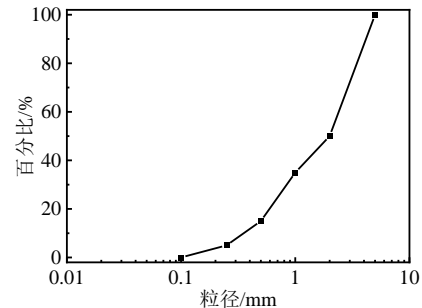


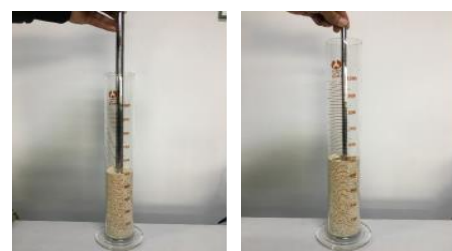
图1 钙质砂颗粒级配曲线

Fig. 1 Grain size distribution of calcareous sand

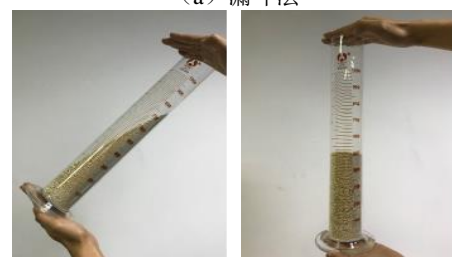
1.2 试验方案

(1) 钙质砂最小干密度的测定

《土工试验方法标准》(GB/T 50123—2019)^[8]规定:砂土的最小干密度宜采用漏斗法和量筒法,如图2所示。为了探究试验仪器尺寸和试验方法对钙质砂最小干密度的影响,试验采用3种容积量程(250、500和1000 mL),分别采用漏斗法(M1)、量筒快转法(M2)和量筒慢转法(M3)进行测量。其中漏斗法控制砂土落到量筒底部的速度为100 g/50 s,即700 g试验砂用时350 s匀速落入量筒底部;量筒快转法控制量筒转速为30 s/180°,即量筒左右倒转180°所用时间为30 s;量筒慢转法控制量筒转速为60 s/180°,操作方法同上。每组砂样重复做3次,2次试验结果的误差不得超过0.03 g/cm³,取三者的平均值作为最终结果。



(a) 漏斗法



(b) 量筒法

图2 最小干密度测定方法

Fig. 2 Test methods to determine minimum dry density

(2) 钙质砂最大干密度的测定

《土工试验方法标准》(GB/T 50123—2019)^[8]规定:最大干密度试验宜采用振动锤击法。为了分析仪器尺寸对钙质砂最大干密度的影响,试验分别选用 250 mL 和 1 000 mL 的击实筒分 3 次装样、击实。每组试验重复做 3 次,2 次试验的误差不得超过 0.03 g/cm³,取三者的平均值作为最终结果。此外,考虑到钙质砂易颗粒破碎的特性,试验结束后将砂样重新筛分并与原始颗粒级配对比,分析击实过程中的颗粒破碎情况。

(3) 细粒含量对钙质砂孔隙比的影响

细粒含量是影响砂土紧密程度的关键因素^[11],为进一步研究其对钙质砂孔隙比的影响,配制细粒含量(粒径 $D < 0.075$ mm)为 10%、20%、30%、40%、50%、60%、70%、80%、90%、100% 的钙质砂试样,通过上述方法测定最小、最大干密度,进而确定最大、最小孔隙比。试验前用清水洗砂并烘干,试验过程中严格控制落砂速度,避免细颗粒扬尘。

2 试验结果与分析

2.1 理想状态下砂土孔隙比分析

建立理想物理模型能更好地探究土体的物理特性,且理想化球体模型能够较好地适用于砂土颗粒^[16-17]。为了讨论方便,在理论计算中假设砂土颗粒是直径为 D 的完全不可压缩球体,则在最松散和最密实状态下的颗粒分布如图 3 所示。

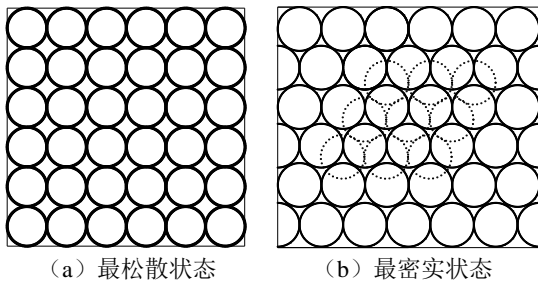


图3 砂土颗粒理想状态分布图

Fig. 3 Ideal distribution of sand particles

(1) 单一尺寸砂土

对单一尺寸的砂土,其最松散状态如图 3 (a) 所示,每层和每列土颗粒的圆心均都在同一水平和竖直线上,其最大孔隙比按下式计算:

$$V = 6D \times 6D \times D = 36D^3 \quad (1)$$

$$V_s = 6 \times 6 \times \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^3 = 6\pi D^3 \approx 18.85D^3 \quad (2)$$

$$V_v = V - V_s \approx 17.15D^3 \quad (3)$$

$$e_{\max} = \frac{V_v}{V_s} = 0.9098 \quad (4)$$

式中: e_{\max} 为最大孔隙比; V 、 V_s 、 V_v 分别指砂土总体积、砂颗粒总体积、砂粒之间的孔隙总体积。

另一方面,图 3 (b) 为砂土最密实状态下的示意图。每个土颗粒均嵌入到上层和下层相邻两个球体的孔隙内,同时也嵌入到两个侧面(图中虚线部分)三球间的孔隙中。通过数学运算,容易得出上下层球心的距离为 $\sqrt{3}/2D$,则砂土总体积 V 为:

$$V = 6D \times \left(\frac{5\sqrt{3}}{2} + 1\right) D \times D \approx 31.98D^3 \quad (5)$$

砂粒体积主要由 3 部分构成: V_{s1} 为砂颗粒体积之和,共 36 个完整球体; V_{s2} 为第一层上半部和第六层下半部孔隙内嵌入的球体体积,上下两层共有 12 个孔隙,单个孔隙嵌入的球体体积记为 V_{s2}' ; V_{s3} 为嵌入在两侧面三球之间孔隙砂粒的体积,两侧共有 120 个孔隙,单个孔隙嵌入的球体体积记为 V_{s3}' ,则:

$$V_{s1} = 6 \times 6 \times \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^3 = 6\pi D^3 \approx 18.85D^3 \quad (6)$$

$$V_{s2} = 12 \times V_{s2}' = 12 \times \frac{1}{4} \times \left\{ 6\pi D^3 - \left[\left(\frac{\sqrt{3}D}{2} - \frac{D}{2}\right) \times 2 \right]^3 \right\} \approx 0.384D^3 \quad (7)$$

$$V_{s3} = 120 \times V_{s3}' = 120 \times \left[\frac{\pi}{36} D^3 - \frac{1}{3} \times 0.471 \times \left(\frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{1}{2}\right) D^3 \right] \approx 4.51D^3 \quad (8)$$

砂粒的总体积为:

$$V_s = V_{s1} + V_{s2} + V_{s3} = 23.74D^3 \quad (9)$$

砂土孔隙的总体积为:

$$V_v = V - V_s = 8.24D^3 \quad (10)$$

因此,理想模型的最小孔隙比为:

$$e_{\min} = \frac{V_v}{V_s} = 0.347 \quad (11)$$

上述结果表明,在单一尺寸球颗粒的理想化模型中,最大和最小孔隙比与颗粒尺寸大小无关,是一个固定值。

(2) 两种不同尺寸砂土混合物

当两种不同尺寸的砂颗粒混合时,大颗粒和小

颗粒在砂土总质量中所占比例会极大地影响最大和最小孔隙比。图4是根据前人已有理论分析和试验研究^[7,11]总结的最小孔隙比 e_{min} 随细粒含量的变化规律示意图。L点表示较大颗粒尺寸砂样的最密实填充情况,当向其加入较小尺寸的砂粒时,由于小颗粒会不断填充大颗粒之间的孔隙,导致砂土最小孔隙比逐渐下降,对应图中的填充阶段。当小颗粒含量超过T点对应的临界值时,孔隙体积随小颗粒含量增加呈明显的上升趋势。然后在替换阶段,粗颗粒逐渐被细颗粒取代直到完全替换为细粒砂土(S点)。即最小孔隙比在L-T阶段逐渐减小到最小值(T点),之后在T-S过程中不断增大到S点。理论上,L点和S点的 e_{min} 应该相等,因为上述研究已表明在单一尺寸砂粒的理想化模型中,最大和最小孔隙比与颗粒尺寸无关。

理论上,细粒含量对钙质砂最大孔隙比的影响应与图4相似,随着细粒含量的不断增加,两者混合物的最大孔隙比先减小后增大,存在一特定临界值使最大孔隙比最小。

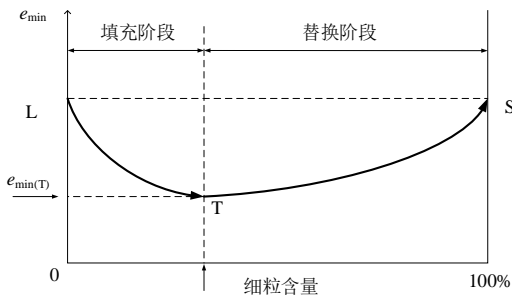


图4 细粒含量对钙质砂最小孔隙比的影响示意图

Fig. 4 Schematic diagram of the effect of fines content on the minimum void ratio of calcareous sand

2.2 钙质砂最大孔隙比影响因素分析

分别用漏斗法(M1)、量筒快转法(M2)和量筒慢转法(M3)测定钙质砂试样的最小干密度,经公式计算得到相应的最大孔隙比,如图5所示。

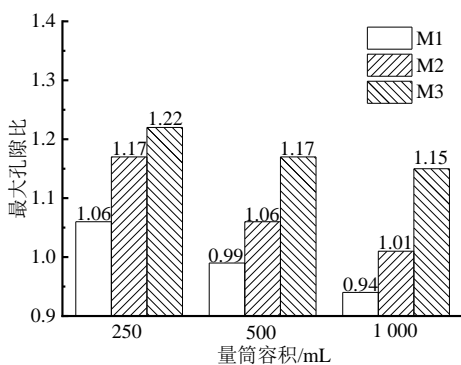


图5 不同试验方法确定的钙质砂最大孔隙比

Fig. 5 Maximum void ratios of calcareous sand by the three considered methods

从图中不难发现,在相同量筒容积下,漏斗法测量的最大孔隙比最小,量筒快转法次之,量筒慢转法最大,这是因为试验方法不同造成的。使用漏斗法时,虽然砂粒在长颈漏斗口下落时初速度很小且有锥形塞减缓其下落产生的动能,但为了避免仪器对砂样干扰,锥形塞在量筒中距离砂样表面有一定的距离,使砂颗粒下落到量筒底部时仍有下冲速度,导致砂样堆积较密实,宏观上表现为钙质砂最大孔隙比较小。同样地,量筒快转法也会使砂粒有一定的速度,但是显然慢于漏斗法,因此量筒快转法测定的最大孔隙比大于漏斗法,量筒慢转法最大。从图中还可以看出,当采用同一种试验方法时,最大孔隙比随着量筒容积增大而略有减小。主要是因为容积较小时,量筒内径偏小,砂颗粒之间更易出现层状排列,粗粒与筒壁更易出现空洞,导致最大孔隙比偏大。

综上所述,建议采用1000 mL的量筒慢转法对钙质砂最小干密度进行测量。本试验所采用砂样的最大孔隙比为1.15,与理想值0.91有一定偏差。主要原因有^[11]:(1)钙质砂颗粒不是规则的球体,而是有大量的长条状和片状等极其不规整的形状,因此试验过程中容易出现结拱成穴。(2)本试验采用的砂样级配不良,且粗颗粒较多。而已有研究表明^[15],随着粒径的增加,钙质砂最小干密度减小,最大孔隙比略有增加。因此,本试验选取砂样的最大孔隙比较大。(3)不同于陆源石英砂,钙质砂颗粒含有大量的内孔隙,其宏观表现为最小干密度较小,而最大孔隙比较大。

2.3 钙质砂最小孔隙比影响因素分析

表1汇总了容积为250 mL和1000 mL击实筒测定的钙质砂最大干密度和最小孔隙比。不难发现,在相同试验条件下,250 mL击实筒测得的最小孔隙比小于1000 mL的测量值。

表1 250 mL和1000 mL容积下钙质砂最大干密度和最小孔隙比

容积/ mL	每组砂 质量/g	最大干密度/ (g/cm ³)	最大干密度 均值/(g/cm ³)	最小孔隙比 均值
250	389.5	1.558		
	392.5	1.570	1.561	0.78
	388.7	1.555		
1000	1503.2	1.503		
	1485.1 1491.4	1.485 1.491	1.493	0.87

试验后,对砂样重新筛分得到颗粒级配曲线如图6所示。图中可以看出,相较于1 000 mL,250 mL击实筒的钙质砂试样发生了较明显的颗粒破碎现象。主要由于250 mL击实筒内径较小,试验过程中能量更易集聚,钙质砂颗粒破碎导致其最大干密度增大而最小孔隙比降低。因此,在使用振动锤击法测量钙质砂的最大干密度时,为保证更贴近于原始颗粒级配,建议采用1 000 mL的击实筒。这与范孟华等^[18]的结论不同,因为其试验材料为普通石英砂,击实过程中颗粒破碎不明显,考虑到击锤和击实筒直径保持一致便于均匀压实,所以建议使用250 mL击实筒。而钙质砂的颗粒破碎是其最重要的物理性质之一,不可忽略。因此,本砂样最大干密度采用 1.493 g/cm^3 ,最小孔隙比为0.87,与最小孔隙比理论值有很大偏差,其原因与最大孔隙比的原因相似。

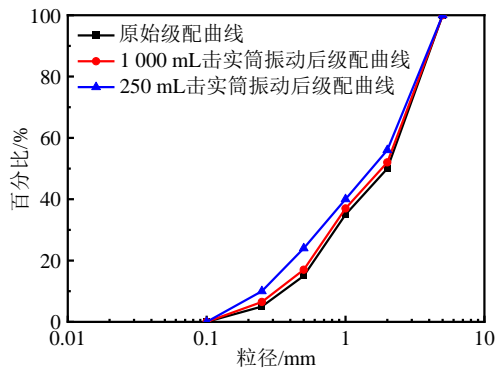


图6 250 mL和1 000 mL击实筒的钙质砂颗粒级配曲线
Fig. 6 Grain-size distribution of calcareous sand for 250 mL and 1 000 mL compaction cylinders

2.4 细粒含量对钙质砂孔隙比的影响分析

钙质砂孔隙比随细粒含量的变化规律如图7所示。从图中不难发现,随着细粒含量从0%增加到30%左右, e_{\max} 和 e_{\min} 均呈下降趋势,在30%~50%细粒含量范围内,属于转换区,表明从填充孔隙阶段到替换阶段的转变。当细粒含量超过40%时, e_{\max} 和 e_{\min} 随着细粒含量的增加而逐渐增大,直到最终达到100%,即砂样全由细粒组成。可以看出,图7中孔隙比随细粒含量的变化规律与图4中两种不同尺寸球体混合物的变化趋势相同,但不含细颗粒的 e_{\max} 和 e_{\min} 均高于细粒含量为100%的钙质砂,这与理想值及已有学者的研究结果不同^[16-17,19]。主要有两个原因:(1)试验砂颗粒级配不良,存在大量的粗颗粒。已有研究表明^[15]随着钙质砂颗粒直径的增大,孔隙比也增加。因此,相比于细粒砂,原始颗粒的钙质砂具有更多的孔隙。(2)与细颗粒相比,粗颗粒钙质砂的内孔隙更为发达,所以 $e_{\max(100\%)}$ 和 $e_{\min(100\%)}$ 均小于 $e_{\max(0\%)}$ 和 $e_{\min(0\%)}$ 。

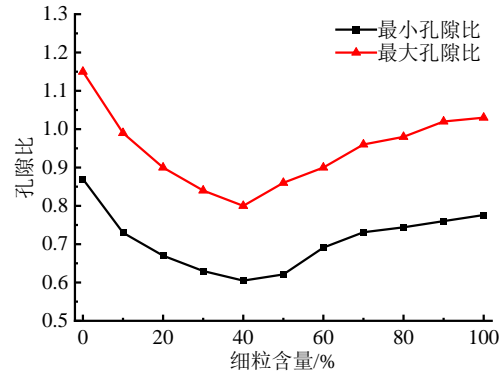


图7 钙质砂孔隙比随细粒含量的变化规律

Fig. 7 Variation of void ratio of calcareous sand with different fines contents

3 结论与建议

(1) 针对钙质砂这类易颗粒破碎的砂土开展土工试验时,建议《土工试验方法标准》应按下述方法进行:a)最小干密度和最大干密度试验分别采用量筒慢转法和振动锤击法;b)为避免仪器尺寸对试验结果的影响,使用容积为1 000 mL的量筒和击实筒。

(2) 细粒含量对钙质砂的最大、最小孔隙比有较大影响:当细粒含量从0%增加到40%时,最大、最小孔隙比均呈下降的趋势;当超过40%时,最大、最小孔隙比逐渐上升;直到最终达到100%,此时的最大、最小孔隙比均小于原始值。

(3) 某一特定级配钙质砂的干密度试验结果是不唯一的,它取决于试验方法和试验仪器尺寸。因此,在比较其最大、最小孔隙比时,采用相同的试验条件(包括方法、仪器、环境等)是必要的前提。

参考文献

- [1] 孙越,肖杨,周伟,等.钙质砂和石英砂压缩下的颗粒破碎与形状演化[J].岩土工程学报,2022,44(6):1061-1068.
SUN Yue, XIAO Yang, ZHOU Wei, et al. Particle breakage and shape evolution of calcareous and quartz sands under compression[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2022, 44(6): 1061-1068.
- [2] 刘汉龙,马国梁,肖杨,等.微生物加固岛礁地基现场试验研究[J].地基处理,2019,1(1):26-31.
LIU Han-long, MA Guo-liang, XIAO Yang, et al. In situ experimental research on calcareous foundation stabilization using MICP technique on the reclaimed coral reef islands[J]. Journal of Ground Improvement, 2019, 1(1): 26-31.

- [3] 吴杨, 崔杰, 李能, 等. 岛礁吹填珊瑚砂力学行为与颗粒破碎特性试验研究[J]. 岩土力学, 2020, 41(10): 3181-3191.
WU Yang, CUI Jie, LI Neng, et al. Experimental study on the mechanical behavior and particle breakage characteristics of hydraulic filled coral sand on a coral reef island in the South China Sea[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, 41(10): 3181-3191.
- [4] 龚晓南. 地基处理手册[M]. 第三版. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008.
GONG Xiao-nan. Foundation Treatment Manual[M]. Third Edition. Beijing: China Architecture & Building Press, 2008.
- [5] 汪稔, 吴文娟. 珊瑚礁岩土工程地质的探索与研究——从事珊瑚礁研究30年[J]. 工程地质学报, 2019, 27(1): 202-207.
WANG Ren, WU Wen-juan. Exploration and research on engineering geological properties of coral reefs——engaged in coral reef research for 30 years[J]. Journal of Engineering Geology, 2019, 27(1): 202-207.
- [6] 夏玉云, 乔建伟, 刘争宏, 等. 振动碾压对吹填珊瑚砂地基工程特性影响的试验研究[J]. 地基处理, 2020, 31(4): 277-284.
XIA Yu-yun, QIAO Jian-wei, LIU Zheng-hong, et al. Experimental study on the influence of vibration rolling on engineering behaviors of dredged coral sand foundation[J]. Journal of Ground Improvement, 2020, 31(4): 277-284.
- [7] CUBRINOVSKI M, ISHIHARA K. Maximum and minimum void ratio characteristics of sands[J]. Soils and Foundations, 2002, 42(6): 65-78.
- [8] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 土工试验方法标准: GB/T 50123—2019[S]. 北京: 中国计划出版社, 2019.
Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Standard for Geotechnical Testing Method: GB/T 50123—2019[S]. Beijing: China Planning Press, 2019.
- [9] 鞠远江, 胡明鉴, 秦坤坤, 等. 珊瑚礁岛钙质砂细颗粒渗透运移规律研究[J]. 岩土力学, 2021, 42(5): 1245-1252, 1265.
JU Yuan-jiang, HU Ming-jian, QIN Kun-kun, et al. Experimental study of filtration & fine particles migration of calcareous sand in coral reef island[J]. Rock and Soil Mechanics, 2021, 42(5): 1245-1252, 1265.
- [10] 王磊, 蒋翔, 肖杨, 等. 钙质砂颗粒的尺寸效应及雪崩动力学特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(6): 1029-1038.
WANG Lei, JIANG Xiang, XIAO Yang, et al. Experimental research on size effect and avalanche dynamics characteristics of calcareous sand particles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, 43(6): 1029-1038.
- [11] 李珊珊, 李大勇, 高玉峰. 砂土最大最小孔隙比测定及其影响因素分析[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(3): 554-561.
LI Shan-shan, LI Da-yong, GAO Yu-feng. Determination of maximum and minimum void ratios of sands and their influence factors[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(3): 554-561.
- [12] HUMPHRES H W. A method for controlling compaction of granular materials[J]. Highway Research Board Bulletin, 1957(159): 41-57.
- [13] VALLEJO L E. Interpretation of the limits in shear strength in binary granular mixtures[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2001, 38(5): 1097-1104.
- [14] MUSZYNSKI M R. Determination of maximum and minimum densities of poorly graded sands using a simplified method[J]. Geotechnical Testing Journal, 2006, 29(3): 263-272.
- [15] 王新志, 王星, 翁贻令, 等. 钙质砂的干密度特征及其试验方法研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(增刊2): 316-322.
WANG Xin-zhi, WANG Xing, WENG Yi-ling, et al. Characteristics of dry density of calcareous sand and its testing methods[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(S2): 316-322.
- [16] ZHOU G Y, PAN K, YANG Z X. Energy-based assessment of cyclic liquefaction behavior of clean and silty sand under sustained initial stress conditions[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2022, 164(2023): 107609.
- [17] CHANG C S, WANG J Y, GE L. Modeling of minimum void ratio for sand-silt mixtures[J]. Engineering Geology, 2015, 196: 293-304.
- [18] 范孟华, 孔德志. 砂相对密度试验方法的改进[J]. 岩矿测试, 2007, 26(5): 428-430.
FAN Meng-hua, KONG De-zhi. Improvements on method for relative density of sand experiments[J]. Rock and Mineral Analysis, 2007, 26(5): 428-430.
- [19] CHANG C S, WANG J Y, GE L. Maximum and minimum void ratios for sand-silt mixtures[J]. Engineering Geology, 2016, 211: 7-18.