DOI: 10.3785/j.issn.2096-7195.2024.06.006 【理论研究】

加筋垫层治理路基塌陷的对称半断面 模型试验研究

吴 迪,陈庆书,龚垒旭,吴建建*,李 丹 (桂林电子科技大学 建筑与交通工程学院,广西 桂林 541004)

摘 要:在回填压实过程中加铺具有加筋、反滤性能的土工织物的治理方法能有效解决工况复杂、工期紧张的城 市道路塌陷治理问题,且不易复塌。为进一步探明该治理方法适用的道路塌陷工况,尤其是塌陷宽度的适用范围, 设置了5组对称半断面和1组全断面室内大比例模型试验,对土工织物治理岩溶路基塌陷时土压力、位移场和织 物应力分布等进行研究。试验结果表明:对称半断面模型试验结果与全断面模型具有一致性,数据有效;塌陷宽 度是影响土工织物治理效果的重要因素,随着塌陷宽度的增加,塌陷边缘处稳定区最大竖向应力、加筋体最大拉 力以及填土竖向位移均显著增大,应根据该位置受力选择抗拉强度适宜的土工织物;在塌陷宽度为 2.0 m 时,采 用 *L*≥1.5*B* 的土工织物治理路基塌陷的效果良好,土工织物加筋垫层不宜应用于治理 *B*≥2.0 m 的大型路基塌陷, 揭示了土工织物治理路基塌陷方法的适用范围。

关键词:加筋垫层;路基塌陷;对称半断面;模型试验;塌陷宽度 中图分类号:U416 文献标识码:A 文章编号:2096-7195(2024)06-0572-08

Model test study on the symmetrical semi-section for treating subgrade collapse with reinforced cushion

WU Di, CHEN Qingshu, GONG Leixu, WU Jianjian*, LI Dan

(School of Architecture and Transportation Engineering, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, Guangxi, China)

Abstract: The treatment method of adding reinforced and anti filtering geotextiles during the backfilling and compaction process can effectively solve the problem of urban road collapse with complex working conditions and tight construction schedules, and it is not easy to collapse again. In order to further explore the applicable road collapse conditions of this treatment method, especially the applicable range of collapse width, five sets of symmetrical semi-section and one set of full-section large scale indoor model tests were set up to study the soil pressure, displacement field, and fabric stress distribution during the treatment of karst subgrade collapse with geotextiles. The test results show that the outcomes of the symmetrical semi-section model are consistent with the full-section model, and the data are effective. The collapse width is an important factor affecting the effectiveness of geotextile treatment. As the width of the collapse increases, the maximum vertical stress in the stable zone, the maximum tensile force of the reinforcement, and the vertical displacement of the fill all significantly increase at the edge of the collapse, where geotextiles with appropriate tensile strength should be selected according to the stress. When the collapse width is 2.0 m, the use of geotextiles with $L \ge 1.5B$ to treat subgrade collapse has a good effect. The geotextile reinforced cushion layer is not suitable for treating large subgrade collapses with $B \ge 2.0$ m. This reveals the scope of application of geotextile methods for treating subgrade collapses.

Key words: reinforced cushion; subgrade collapse; symmetrical semi-section; model test; collapse width

基金项目:国家自然科学基金(42067044);广西重点研发计划项目(桂科 AB23026028)。

作者简介:吴迪(1982—),男,辽宁台安人,博士,副教授,研究方向为岩土工程。E-mail:wudi@guet.edu.cn。

*通信作者:吴建建(1994一),男,安徽黄山人,硕士,工程师,研究方向为岩土工程。E-mail:guetcoiln_w@163.com。

收稿日期: 2023-07-26

0 引 言

近年来,频繁发生的城市道路塌陷事故受到社 会各界广泛关注。城市道路塌陷因具有突发性和隐 蔽性等特点, 且常发生在人口集中区域, 给社会带来 极大的安全隐患和损失。在课题组统计的广西区域 内 276 个城市路面塌陷案例中发现,近 10 年来塌陷 数量呈明显的上升趋势。城市道路塌陷产生的原因 众多,总体上可分为自然因素和人为因素,其中人为 因素占主导作用[1-3]。通过对案例的调查和统计分析 发现,城市道路塌陷往往具有规模不大、复发性强、 治理环境复杂等特点[4]。工程上常用的回填压实法因 无法封堵塌陷深处的贯通通道, 致塌因素依然长期 存在,回填土体颗粒因水力潜蚀仍不断流失,治理后 常再次塌陷。在回填压实的基础上铺设高强度土工 织物,利用织物的加筋作用实现整个加筋土体系的 自稳定,同时利用织物的反滤性能阻止回填土颗粒 的流失,适用于城市道路的塌陷治理。

国内外已从试验研究^[5-7]、数值分析^[8-10]和理论 分析^[11-15]等方面开展了大量土工合成材料治理塌 陷的研究,但现有研究模型多集中于具有塌陷威胁 的加筋路堤,并且土工合成材料一般为满铺,锚固 长度足够。然而对于采用土工织物治理城市道路塌 陷,土工织物的铺设范围应在保证安全的前提下尽 可能小,以减少开挖工作量。WU等^[16]和吴建建^[17] 对土工织物治理路基塌陷的铺设范围进行了模型 试验研究,但是该治理方法适用于何种规模的道路 塌陷仍需开展进一步研究。

在塌陷范围对加筋结构影响的研究方面,付宏 渊等^[10]探讨了不同临空段宽度对临空段端部拔出 量计算误差的影响。赵洪元等^[18]结合相关规范建立 了考虑塌陷宽度的抗岩溶塌陷水平加筋体设计方 法。万梁龙等^[7]研究表明,地表最大沉降与路堤中 是否形成封闭的应力穹顶密切相关,应力穹顶的高 度主要受塌陷尺寸等的影响。周亦涛等^[19]研究证实 土洞上方加筋体最大挠度随土洞宽度的增加而增 大。以上研究均为理论分析,需要进一步开展相关 试验研究作为其理论和方法的补充。

取对称全断面模型的一半构成对称半断面模型开展研究的方法已有相关结论。许莉等^[20]研究证实了半桥模型替代全桥模型的可行性,两者的作用规律基本相同。巨建民^[21]利用数学物理方法证明一般对称结构的振型具有普遍性质。李明等^[22]通过算例验证了中心对称半结构能够最大程度简化结构、

提高效率,利于开展试验。

基于此,本文通过对称半断面模型试验对土工 织物加筋垫层治理城市路基塌陷问题展开研究,着 重分析了塌陷宽度对土压力、织物拉力及填土竖向 位移的影响,揭示土工织物治理路基塌陷的适用 范围。

1 对称半断面模型试验

1.1 试验模型及监测方案

室内模型试验按1:5比例缩尺,在长1.5m、 宽0.6m、高1.5m的模型箱中开展,如图1所示。





对称半断面模型的实现方式:本研究问题为绝 对对称情形,全断面模型(图1(a))中部截断后侧 边设置刚性隔板,活动底板加设一定高度(根据大 量试验经验,取塌陷宽度B的2倍满足试验要求) 的活动侧板,模型箱侧壁用双层聚四氟乙烯薄膜加 以处理即得对称半断面模型(图1(b))。试验时, 模型土工织物在稳定土体部分满铺处理,在沉降土体部分向上翻折 2.0*B* 延伸至活动侧板并由图钉固定,活动侧板与刚性隔板接触部分设置有双层聚四氯乙烯膜,保证活动底板土工织物在试验过程中不被拔出,但产生竖向位移,模拟全断面模型塌陷时中部位置水平受力平衡有竖向挠度的情况。

本次对称半断面模型试验的监测元件布置情况如图2所示,全断面模型试验监测方案与半断面 一致,便于试验数据的对比。



本次试验中的土压力、织物拉力分别通过微型 土压力盒、电阻应变片量测获得,活动底板的沉降 量通过 YWJ-50 型机电百分表测得。所有监测元件 全部接入静态应变仪,并由计算机控制1次/秒的实 时数据采集。使用粒子图像测速系统(PIV)对塌陷 区砂土的竖向位移数据进行高频率采集和初步计 算分析,通过 Tecplot 等后处理软件对试验数据进 一步处理。

1.2 试验材料

模型试验试样土选用漓江砂,其物理力学指标 见表 1。由筛分法得到砂土的有效粒径 d_{10} =0.08 mm, 中值粒径 d_{30} =0.13 mm,限制粒径 d_{60} =0.22 mm,其 不均匀系数 C_u =2.75,曲率系数 C_c =0.96,为颗粒级 配不良粉砂,级配曲线如图 3 所示。

表1 试验砂物理力学指标

Table 1 Physical and mechanical indexes of test sand					
密度/	最大干密度/	含水率/	内摩擦角/	黏聚力/	
(g/cm ³)	(g/cm^3)	%	(°)	kPa	



土工织物根据模型试验相似比选用医用纱布, 抗拉强度约 3.22 kN/m,拉伸模量为 48 kN/m,粘贴 应变片后医用纱布应力-应变标定曲线如图 4 所示。







1.3 试验安排

本次共进行 5 组对称半断面 (Z1-Z5) 和 1 组 全断面 (Z6) 模型试验,试验方案如表 2 所示。试 验时,医用纱布下层有一定厚度的填土,上层填土 按 100 mm 每层,分 10 次压实,活动底板以 2 mm/min 的速度沉降至 30 mm 结束。

表 2 试验方案							
Table 2 Test schemes							
试验	塌陷宽度	锚固长度	填土高度	锚固长宽比			
编号	<i>B</i> /mm	L/mm	<i>H</i> /mm	L/B			
Z1	150×2	0	1 000	0.0			
Z2	150×2	600	1 000	2.0			
Z3	200×2	600	1 000	1.5			
Z4	300×2	600	1 000	1.0			
Z5	600×2	600	1 000	0.5			
Z6	300	600	1 000	2.0			

2 对称半断面与全断面模型试验结果 对比

为验证对称半断面模型的有效性,选取半断面 Z2 组与全断面 Z6 组的相关试验数据进行对比,两 组试验的土工织物均未被拉断或拔出,在织物与活 动底板分离后结束试验,图 5 (a)、5 (b)分别是相 对沉降(*d=S/B*,沉降量与塌陷宽度之比)*d=*1%、 5%时两组土压力分布情况。可以看出,塌陷区 T1、 T2 土压力在沉降初期均快速下降至较小值,于沉降 中后期随织物与活动底板逐渐分离而接近于 0。两 组试验稳定区(T3—T6)土压力随沉降发生均明显 增加,增加幅度在初期时随远离塌陷界面逐渐减 小,沉降后期邻近塌陷界面 T3 时土压力虽有所下 降但仍显著大于初始土压力。邻近塌陷界面稳定区 土压力增长幅度先升后降,是因为随着塌陷发展, 塌陷区土料逐渐下陷,周边稳定区填土向塌陷区移 动补充,因而邻近塌陷界面处土料压实度降低,测 得的土压力增长幅度有所降低。总体来看,Z2组与 Z6 组各位置的土压力随沉降变化形势和各阶段土 压力分布曲线形式相近,对称半断面模型土压力试 验结果能表征相应的全断面模型试验。

图 5 (c) 是 Z2 组与 Z6 组土工织物局部测点 拉力-相对沉降量变化曲线对比。由图 5 (c) 可知, 半断面织物 Y1 处拉力较全断面要小, Y4 处拉力 则稍大于全断面,但两组相应位置织物拉力随沉降 变化的增长趋势相同,Y3、Y6处拉力的变化曲线 大致相同。图 5 (d) 是试验结束时不同高度填土竖 向位移曲线对比(d=10%),监测点位于活动底板 初始位置高度处(h=0m)的数据可以表征出 Z2 组 在沉降约 25 mm 时试验结束, Z6 组则是在 22 mm 时试验结束。其他监测点因位于织物上方,竖向位 移较 h=0 m 处显著要小,表明铺设土工织物后能有 效控制下方发生沉降时上方土料的变形。两组试验 不同高度填土竖向位移曲线形态一致,但 h=0.7 m 以下半断面数据稍大于全断面,这与半断面试验中 塌陷区土工织物一侧向上翻折 2.0B,并且在沉降 过程中土工织物有所下滑有关。总而言之,在土压 力、织物拉力和填土竖向位移这3个维度对比半断 面与全断面模型试验,验证了对称半断面模型试验 结果的有效性。





3 试验结果

3.1 土压力结果分析

对称半断面模型试验(Z1-Z5组)塌陷宽度对 土压力的影响结果如图 6 所示, 其中 Z1 为未铺设 土工织物组,活动底板沉降 30 mm 后结束试验, Z4、Z5 组因塌陷宽度较大,织物受力增加,分别在 沉降量为20mm、14mm时织物拉裂破坏,结束试 验。图 6 (a)、6 (b) 为各组试验塌陷区的土压力变 化曲线,塌陷发生后,各组 T1、T2 土压力均迅速 减小,且塌陷边缘位置变化更为明显,Z2、Z3组相 较 Z4、Z5 组变化也更为明显, Z2、Z3 组土压力曲 线迅速减小后慢慢趋于稳定,分别在 d=7%及 d=8.6%左右趋于 0。前者 Z2、Z3 组是因为沉降发 生后塌陷区织物变形大致呈悬链线状,塌陷边缘位 置会较早地与织物分离,相较中间位置土压力减小 得很快;后者 Z4、Z5 组则因为塌陷区土工织物兜 受更多范围土料后在竖向变形上增加, 甚至受力超 出材料强度发生破坏,于是图6(a)中Z2-Z5各 阶段土压力依次递增,Z4、Z5 因织物拉裂破坏导致 土压力水平相对较高。需要注意的是,Z1 因未布置 土工织物导致土压力水平也较高,但塌陷宽度较 小,未能够形成完整土拱以分配塌陷区竖向荷载, 而 Z4、Z5 塌陷宽度过大,未能在上部填土形成完 整土拱,表现为土压力水平大于未加筋工况。

图 6 (c)、6 (d) 是各组稳定区土压力变化曲线, 沉降各阶段土压力均高于初始土压力,即在沉降初 期土压力快速响应,增长迅速,大致呈现出离塌陷边 界越近,塌陷范围越广,土压力增长幅度越大的规 律。T3 位置土压力随沉降发展先增大后减小,减小 的原因同前文所述,为塌陷界面周边稳定区土料向 塌陷区移动导致压实度降低所致,Z4、Z5 相对Z2、 Z3 更早地进入减小阶段也印证了此说法,塌陷宽度 越大,稳定区土料越早发生移动。T4 位置因距离塌 陷边界较远,未发生明显的土料移动,受土拱效应和 土工织物拉膜效应影响,此处织物下方土压力一直 增长,但幅度较T3 位置要小。Z4、Z5 组 T4 土压力 较 Z2、Z3 组增长迅速,而 Z4 组 T4 土压力变化曲 线后期有所下降,这可能与土工织物被拉断有关。





3.2 填土位移结果分析

试验通过 PIV 对填土竖向位移进行观测,图 7 分别为 Z2、Z4 组沉降结束时 PIV 处理所得的填土

竖向位移云图。可以发现,随着塌陷宽度的增大, 填土位移明显增大,其中 Z4 组填土位移云图已贯 穿"地表",直接影响地表稳定性。



Fig. 7 Vertical displacement nephogram of fill soil

试验结束时各组按图 2(a)示意取标记点竖向 位移数据,如图8所示。h=0m处竖向位移数据可表 征各组试验结束时活动底板的沉降量,Z1-Z5组最 终沉降量 S 分别为 30 mm、25 mm、26 mm、20 mm 和 14 mm, Z1 组因未铺设土工织物沉降量较大, Z4、Z5 组则因织物被拉断而提前结束试验,此时上 覆填土整体竖向位移依旧较大。Z2—Z4组上层位移 标记点的竖向位移值较织物下层位移标记点的竖 向位移值均有明显降低,表明铺设土工织物能有效 约束下方塌陷引起的地表附近土体变形。塌陷由下 至上逐渐发展,填土竖向变形也由下至上逐渐传 递,对于填土变形控制较好的 Z2 组,由下至上各 位移标记点处数据分别为 25.00 mm、7.38 mm、 5.62 mm, 4.00 mm, 2.37 mm, 1.26 mm, 0.69 mm, 0.37 mm、0.00 mm、0.00 mm、0.00 mm; 而对于塌 陷宽度较大,控制效果不佳的 Z5 组,对应数据则 为 14.00 mm、13.12 mm、12.75 mm、12.35 mm、 12.08 mm, 11.57 mm, 11.19 mm, 10.93 mm,

10.71 mm、10.39 mm、9.89 mm,填土变形表现为 "整体"下滑,没有达到减小下部土体沉降的治理 目标,导致表层土体变形仍较大。





3.3 织物拉力结果分析

Z2-Z5组Y1、Y3、Y4、Y6测点织物拉力随相 对沉降量的变化曲线如图9所示,其中Z4、Z5组仅 列出织物破坏前的数据。由图9可知,各组织物拉力 最大值均来源于稳定区紧邻塌陷边缘的Y3监测点, 其最大拉力值及与同组其他监测点的数值差正相关 于塌陷宽度。各组间相应位置织物拉力变化趋势大致 相近,Y1处织物拉力随沉降发展先指数增长后线性 稳定;Y3处Z2、Z3组先指数增长后线性稳定,Z4、 Z5组近似线性快速增长;Y4处Z2、Z3组先指数增 长后线性缓慢增长,Z4、Z5组指数缓慢增长;Y6处 各组均表现为线性缓慢增长,增长水平正比于塌陷宽 度。Z2、Z3组后期织物与活动底板分离,受力进入 稳定状态,而Z4、Z5组分别在相对沉降量 *d*=4.67% 和 *d*=7.0%时应变片失去信号,织物拉断破坏。





4 结 论

(1)对称半断面模型试验较全断面模型试验, 虽有可能因边界条件处理不完美而影响个别数据, 但仍能反映很多问题,试验结果一致,且存在减少 试验工作量、提升效率等优势。

(2)回填过程中铺设土工织物对于适当宽度 的塌陷有良好的治理效果。塌陷宽度是影响治理效 果的重要因素,随着塌陷宽度的增加,稳定区最大 竖向应力、加筋体最大拉力以及填土竖向位移均显 著增大,尤其是稳定区边缘处竖向正应力随宽度增 大急剧升高,不加筋时该处土压力随塌陷发生快速 降低,但趋于一个稳定值。

(3) 土压力及筋材拉力均在塌陷边缘处最大, 因此在运用土工织物治理塌陷工程时应考虑该位 置的受力情况,严格考量并选择适宜的土工织物抗 拉强度。同时筋材刚度也较大,能更好地发挥筋材 的拉膜效应,约束塌陷区土体的竖向位移。

(4) Z2、Z3 组试验效果较好,Z4、Z5 组发生 破坏,按照模型试验相似比,土工织物加筋垫层不 适宜治理塌陷宽度大于2.0 m 的大型路基塌陷。

参考文献

- [1] 胡聿涵,白玉川,徐海珏.近 10 年中国城市道路塌陷 原因及防治对策分析[J].公路,2016,61(9):130-135.
 HU Yuhan, BAI Yuchuan, XU Haijue. Analysis of reasons for urban road collapse and prevention and control countermeasures in recent decade of China[J]. Highway, 2016, 61(9): 130-135.
- [2] 陈雨昂, 唐荣, 方建, 等. 2014—2018 年中国城市路面 塌陷时空规律与原因分析[J]. 水利水电技术, 2020, 51(7): 108-116.

CHEN Yuang, TANG Rong, FANG Jian, et al. Analysis on spatio-temporal law and causation of urban road collapse in China from 2014 to 2018[J]. Water Resources and Hydropower Engineering, 2020, 51(7): 108–116.

[3] 时刚,王宇虓,武天仪,等.交通荷载下城市路面塌陷
 问题的试验研究[J].地下空间与工程学报,2020,16(4):
 1202-1209.

SHI Gang, WANG Yuxiao, WU Tianyi, et al. Model experiments on ground collapse under traffic roads[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2020, 16(4): 1202–1209. [4] 陈昌彦,肖敏,贾辉,等.城市道路地下病害成因及基于综合探测的工程分类探讨[J].测绘通报,2013(增刊2):5-9.

CHEN Changyan, XIAO Min, JIA Hui, et al. The genesis of urban underground roads diseases and classification of engineer[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2013(S2): 5–9.

[5] 贺炜,李昆,王芳洪.防岩溶塌陷加筋垫层大比例模型 试验及设计理论研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2016, 35(5): 980-988.

HE Wei, LI Kun, WANG Fanghong. Large-scale experimental study of multi-layered reinforcement to prevent underneath sinkhole in Karst terrain and the design method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2016, 35(5): 980–988.

- [6] HUCKERT A, BRIANÇON L, VILLARD P, et al. Load transfer mechanisms in geotextile-reinforced embankments overlying voids: experimental and analytical approaches[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2016, 44(3): 442–456.
- [7] 万梁龙,陈福全,邹维列. 岩溶塌陷影响下加筋路基承 载机理研究[J]. 长江科学院院报, 2017, 34(2): 56-62.
 WAN Lianglong, CHEN Fuquan, ZOU Weilie.
 Mechanisms of load transfer in geosynthetic-reinforced embankments subjected to localised karst collapse[J].
 Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2017, 34(2): 56-62.
- [8] LAWSON C R, YEE T W. Serviceability limits for basal reinforced embankments spanning voids[C]//Geo-Frontiers 2011: Advances in Geotechnical Engineering. Reston, VA: American Society of Civil Engineers, 2011: 3276–3285.
- [9] TRAN V D H, MEGUID M A, CHOUINARD L E. Threedimensional analysis of geogrid-reinforced soil using a finite-discrete element framework[J]. International Journal of Geomechanics, 2015, 15(4): 04014066.
- [10] 付宏渊, 殷苗苗, 贺炜. 防治公路岩溶塌陷的土工合成 材料设计理论研究[J]. 岩土力学, 2011, 32(10): 2983-2988.

FU Hongyuan, YIN Miaomiao, HE Wei. Study of design theory of geosynthetics for treating road sinkhole collapse hazard in karst terrain[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(10): 2983–2988.

[11] 朱斌,陈若曦,陈云敏,等. Trapdoor 位移相关土压力

579

及抗沉陷加筋设计新方法[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(12): 1895-1901.

ZHU Bin, CHEN Ruoxi, CHEN Yunmin, et al. Trapdoor deflection-related earth pressure and new design method of reinforcements to resist local subsidence[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(12): 1895–1901.

 [12] 贺炜,付宏渊. 岩溶区路堤下塌陷防治的水平加筋设 计方法研究[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(增刊 1): 365-370.

HE Wei, FU Hongyuan. Design of horizontal reinforcement as prevention of sinkhole hazards for roadbed engineering in karst areas[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(S1): 365–370.

[13] 陈福全, 万梁龙. 岩溶塌陷影响下加筋路基加筋体设 计方法[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2018, 49(1): 208-216.

CHEN Fuquan, WAN Lianglong. Design method for geosynthetics as reinforcement to prevent embankments from collapsing due to localised sinkholes[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2018, 49(1): 208–216.

- [14] GALVE J P, GUTIÉRREZ F, GUERRERO J, et al. Optimizing the application of geosynthetics to roads in sinkhole-prone areas on the basis of hazard models and cost-benefit analyses[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2012, 34: 80–92.
- [15] PONOMARYOV A, ZOLOTOZUBOV D. Several approaches for the design of reinforced bases on karst areas[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2014, 42(1): 48– 51.
- [16] WU D, LUO C, LI Y K, et al. Application of a geotextile in the treatment of post-subsidence in karst areas[J]. Applied Sciences, 2021, 11(24): 11826.
- [17] 吴建建. 土工织物治理岩溶路基塌陷加筋机理研究

[D]. 广西桂林: 桂林电子科技大学, 2020.

WU Jianjian. Research on reinforcement mechanism of geotextiles in controlling of karst subgrade collapse[D]. Guilin, Guangxi: Guilin University of Electronic Technology, 2020.

[18] 赵洪元, 蔺港, 杨胜波. 公路路堤抗溶洞塌陷水平加筋 体受力机理及设计方法研究[J]. 中外公路, 2015, 35(4): 35-38.

ZHAO Hongyuan, LIN Gang, YANG Shengbo. Study on mechanical mechanism and design method of horizontal reinforcement for resisting cave collapse of highway embankment[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2015, 35(4): 35–38.

- [19] 周亦涛,陈福全. 抗条形沉陷的土工合成材料加筋体 设计[J]. 中国科技论文, 2019, 14(4): 441-446.
 ZHOU Yitao, CHEN Fuquan. Design of reinforcement of geosynthetics for resisting strip settlement[J]. China Sciencepaper, 2019, 14(4): 441-446.
- [20] 许莉,张超,郑俊浩,等.基于半桥试验的双塔斜拉桥
 纵向地震响应研究[J].土木工程学报,2020,53(1):73-83.

XU Li, ZHANG Chao, ZHENG Junhao, et al. Seismic response of cable-stayed bridge with double towers based on half-bridge model[J]. China Civil Engineering Journal, 2020, 53(1): 73–83.

[21] 巨建民. 对称结构振型特性的一般性证明[J]. 大连铁 道学院学报, 2006, 27(3): 8-12.
JU Jianmin. Proof of model peculiarity in symmetry structure[J]. Journal of Dalian Railway Institute, 2006,

27(3): 8-12.
[22] 李明, 钟豪. 半结构法在中心对称结构计算中的应用
[J]. 力学与实践, 2017, 39(4): 400-403.
LI Ming, ZHONG Hao. Application of semi-structure method in calculation of central symmetric structure[J].
Mechanics in Engineering, 2017, 39(4): 400-403.