

孔隙率对砂土渗透稳定性影响的内部可视化研究

徐春瑞^{1,2}, 郭畅^{1,3}, 黄博^{1,2*}

(1. 浙江大学岩土工程研究所, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江大学超重力研究中心, 浙江 杭州 310058;
3. 香港理工大学土木与环境工程系, 香港 999077)

摘要: 砂土的渗透稳定性判别对堤坝灾害防治意义重大。忽视孔隙率对土体渗透稳定性的影响, 可能会加大灾害风险。本文借助透明土和平面激光诱导荧光技术, 以相同级配、不同相对密实度的材料为试验对象, 开展了渗透破坏试验, 分析了孔隙率对渗透稳定性的影响。结果表明: 从宏观水力角度看, 密实和松散两组试样的临界水力梯度实测值接近太沙基临界水力梯度, 表现为渗透稳定材料。从内部可视化分析上看, 密实试样整体隆起, 属于渗透稳定材料; 而松散试样的细粒明显迁移至试样顶部, 粗粒骨架基本未发生移动, 属于典型的管涌破坏现象, 故应被判定为渗透不稳定材料。这说明通过传统水力现象评估的渗透稳定性存在偏差, 试样的渗透稳定性受孔隙率影响, 应在渗透稳定性判别准则中加以考虑。之后, 提出了基于灰度累积分布函数的修正图像分割方法, 该方法通过图像离散化与相对灰度转换避免了区域灰度差异及整体灰度波动的影响, 实现了对试验全程试样内部结构变化的定量分析, 印证了试样的渗透稳定性判别结果。最后, 总结了国内外7种渗透稳定性判别准则, 并根据试验结果对其进行对比分析, 结果显示多数未考虑孔隙率影响的准则偏不安全, 考虑了孔隙率影响的准则又过于保守, KOVÁCS提出的准则从机理层面同时考虑了孔隙率和颗粒粒径的影响, 更具应用潜力。

关键词: 孔隙率; 渗透稳定性; 内部可视化; 透明土; 平面激光诱导荧光

中图分类号: TU41

文献标识码: A

文章编号: 2096-7195(2024)05-0451-12

Internal visualization study of the effect of porosity on the internal stability of granular soil

XU Chunrui^{1,2}, GUO Chang^{1,3}, HUANG Bo^{1,2*}

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, Zhejiang, China;

2. Center for Hypergravity Experimental and Interdisciplinary Research, Zhejiang University, Hangzhou 310058, Zhejiang, China;

3. Department of Civil and Environment Engineering, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong 999077, China)

Abstract: The internal stability determination of granular soil is important for the prevention of dyke and levee incidents. Ignoring the effect of porosity on internal stability of soil may increase disaster risk. This paper used transparent soil and PLIF (Planar Laser Induced Fluorescence) technology to conduct seepage failure soil column tests on materials with the same particle size distribution but different porosities. From a macroscopic hydraulic perspective, the measured critical gradients were close to the Terzaghi critical gradient, indicating that the two groups of specimens behaved like internal-stable soils. However, the internal images of the two groups of specimens show different failure modes. The denser one heaved and thus it is indeed an internal-stable material. As for the looser one, its fine particles migrated to the top, and the structure of the coarse particles remained stable. It is a typical piping phenomenon and thus the looser specimens should be determined as internal-unstable. It means that there is a deviation in the internal stability assessment based on traditional hydraulic phenomena. The porosity affects the internal stability of granular soil and thus should be considered in the internal stability criterion. Subsequently, this paper proposes a modified image segmentation method based on the cumulative gray-level curve. The regional deviation and fluctuation of images grayscale are avoided by the

收稿日期: 2023-04-07

作者简介: 徐春瑞(1998—), 男, 云南保山人, 硕士研究生, 主要从事砂土渗透破坏机理方面的研究工作。E-mail: xuchunrui_6499@zju.edu.cn。

*通信作者: 黄博(1973—), 女, 江苏南通人, 博士, 教授, 主要从事土动力学方面的研究工作。E-mail: cchuangbo@zju.edu.cn。

image discretization and the relative grayscale transformation. Using this method, a quantitative analysis of the global internal behaviors throughout the entire process was conducted to validate the internal stability conditions of the samples. At last, seven existing internal stability criteria were summarized in this paper. A comparative analysis was carried out according to the experimental results. It is found that most of the criteria that do not consider the effect of porosity are unsafe, while those considering the porosity effect are too conservative. The criterion proposed by KOVÁCS incorporates the effects of porosity and particle size showing the most promising potential.

Key words: porosity; internal stability; internal visualization; transparent soil; PLIF (Planar Laser Induced Fluorescence)

0 引言

渗透破坏是引起堤坝病害、溃决的主要原因之一^[1]。从土体材料的几何条件判断并改善其渗透稳定性 (Internal Stability) 是堤坝工程中灾害预测和防治的重要依据^[2-3]。渗透稳定性较差的土常被称为渗透不稳定土 (Internal Unstable) 或“管涌”土, 其通常为无黏性土, 渗流作用下, 其中的细颗粒会在粗颗粒形成的孔隙通道中移动、流失^[4]。而渗透稳定性较好的土通常被称为渗透稳定土 (Internal Stable) 或“非管涌”土, 在无其他荷载的情况下, 非管涌土会在自下而上渗流作用下, 因有效应力丧失而发生流土破坏, 管涌与流土示意图如图 1 所示。

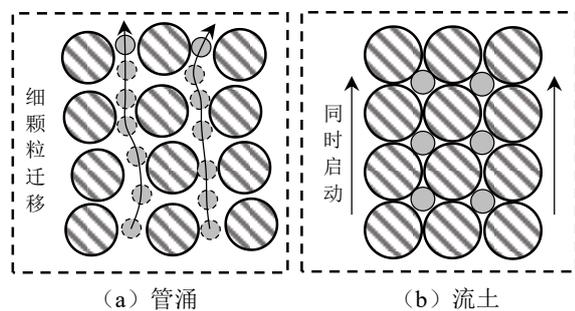


图 1 管涌与流土示意图

Fig. 1 Schematic diagram of piping and flowing soil

当孔隙率较大时, 粗颗粒骨架的孔隙尺寸也更大, 更易发生管涌, 忽视孔隙率的影响可能会增加管涌发生的风险。当前砂土的渗透稳定性判别方法主要包括基于反滤层设计理论的判别法^[5]、基于级配曲线分析的判别法^[6-8]、基于细颗粒含量的判别法^[9-10]、基于粗粒骨架孔径与细粒粒径相对大小的判别法等^[11]。这些方法通常基于理想的模型假设与宏观的试验结果, 鲜有学者从土体内部结构变化角度讨论孔隙率对砂土渗透稳定性的影响。

透明土材料和技术的出现使得对土体内部结构开展可视化观测成为了可能^[12]。HUNTER 等^[13]率先将这一技术应用于对渗透破坏问题的研究, 他们使用平面激光诱导荧光 (Planar Laser Induced Fluorescence, PLIF) 技术观察了松散透明土试样发

生渗透破坏时宏观水力现象和内部结构变化的对应关系, 并通过初步的灰度阈值分割方法将图像较亮一侧分割为粗颗粒区域、无颗粒区域及介于两者之间的区域, 定量分析了无颗粒区域占比的变化情况。我国学者谷敬云等^[14]在其基础上进一步观测到了管涌过程中细颗粒启动、运移和淤积等行为, 并通过图像灰度变化分析了管涌前后细粒填充率的变化, 发现了管涌发展进程的非均衡性。张海彬等^[15]利用相同技术, 对不同细粒含量的渗透不稳定砂土开展试验, 重点分析了细颗粒启动及管涌通道的形成过程, 结果显示管涌通道的形成受细粒含量的影响。梁越等^[16]引进了双光源 PIV/PTV 技术以区分孔隙流体与粗、细颗粒, 实现了对细颗粒迁移和孔隙流速变化的定性观察与定量分析。上述研究证明了透明土在砂土渗透破坏相关问题方面的应用价值, 但尚未有学者利用该技术对砂土渗透稳定性的影响因素进行过研究。此外, 由于激光强度衰减使图像难以避免地出现区域不均衡, 故目前的定量分析手段多针对特征时刻和局部区域, 难以反映试验全程的内部整体结构变化情况。

综上所述, 本文采用同一级配、不同相对密度的透明土试样开展了渗透破坏试验, 通过对比不同试样在宏观水力现象与内部细观结构变化方面的差异, 分析了孔隙率对试样渗透稳定性的影响。此外, 本文提出了一种基于灰度累积分布函数的修正图像分割方法, 解决了区域灰度差异与不同时刻整体灰度波动对图像分析的影响, 并以此定量分析了两组试样在试验全程的内部结构变化情况。最后, 本文总结了国内外现有的 7 种渗透稳定性判别准则, 并根据试验结果对其可靠性进行了对比分析。

1 透明土渗透破坏试验

1.1 试验材料与制样流程

本文采用 HUANG 等^[17]的方法, 以熔融石英砂为固相、混合油 (15 号工业白油与 EI 溶剂油混合) 为液相配制透明砂土。同时, 参考 PLIF 方法,

在调配混合油时, 加入了少量尼罗红染料, 之后混合油将在波长 532 nm 的绿色激光照射下发出波长为 635 nm 的橙黄色光, 而固体材料不发光, 因而固液相材料可以被灰度 CCD 相机 (Charge-Coupled Device Camera) 明显区分开来。

本文采用粗、细粒质量比为 4:1 的间断级配熔融石英砂开展试验, 其粗、细粒粒径范围分别为 4~5 mm、1.00~1.25 mm, 熔融石英砂级配曲线图如图 2 所示, 熔融石英砂实物如图 3 (a) 所示。根据 KÉZDI^[5] 提出的渗透稳定性判别准则 (见本文第 5 章节), 该级配的判别系数为 3.42, 小于但接近 KÉZDI 提出的临界值 4, 应判定为渗透稳定材料。

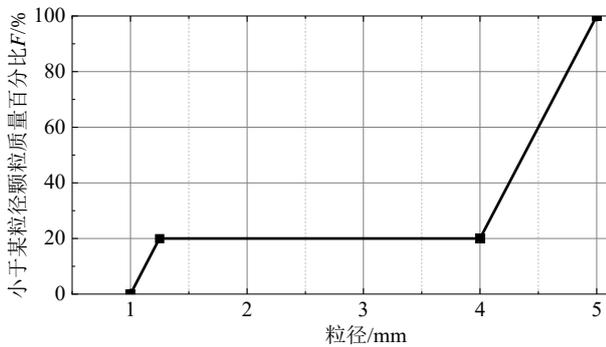


图 2 熔融石英砂级配曲线图

Fig. 2 Particle size distribution of fused silica sand

为研究孔隙率对渗透稳定性的影响, 本文使用相对密度 D_r 分别为 90% 和 45% 的两组试样开展试验, 记为密实试样 D (Dense) 和松散试样 L (Loose), 相关物理参数如表 1 所示。

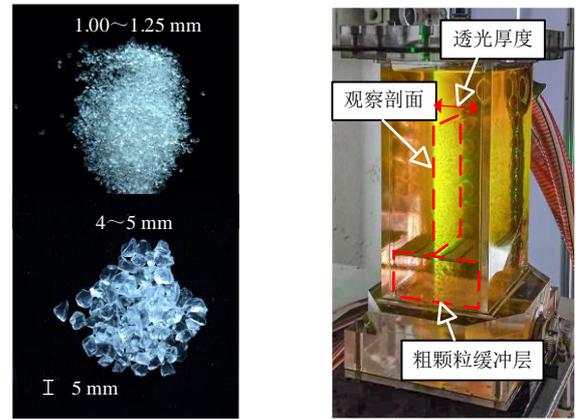
表 1 物理参数表

Table 1 Summary of physical parameters

材料	参数	取值
熔融石英砂	颗粒比重 G_s	2.23
	最大孔隙比 e_{max}	0.91
	最小孔隙比 e_{min}	0.45
	折射率	1.458 5
混合油	密度(20 °C) ρ_f	0.832 3 g/cm ³
	运动黏滞系数(20 °C) η	11.6×10 ⁻² cm ² /s
	折射率	1.458 5

由于空气与试样的折射率不同, 细小的气泡也会导致透明土的透明度下降, 故饱和是透明土制样过程中极为重要的一步, 另外, 间断级配土在制样时易发生粗、细粒分离^[18]。考虑上述原因, 本文对水下沉积法 (Slurry Deposition Technique)^[19] 进行了改良, 逐层制备透明土试样, 试样 D 共 7 层, 目标层厚为 2 cm, 试样 L 共 6 层, 目标层厚为 2.3 cm。

具体方法为: (1) 根据设计级配按份称取每层所需的干燥熔融石英砂颗粒为 300 g, 粗、细颗粒混合均匀后加入足量混合油; (2) 在真空罐内进行排气以获得饱和的透明土材料; (3) 将透明土材料按份缓慢加入渗透仪, 并根据设计相对密实度用击锤按压至所需高度, 最终获得高度分别为 14.0 cm 和 13.8 cm 的透明土试样, 如图 3 (b) 所示。



(a) 熔融石英砂

(b) 透明土试样

图 3 透明土材料和试样

Fig. 3 Material and sample of transparent soil

1.2 试验装置与试验流程

透明土渗透破坏试验及观测系统如图 4 所示, 包括试验系统和观测系统两部分。

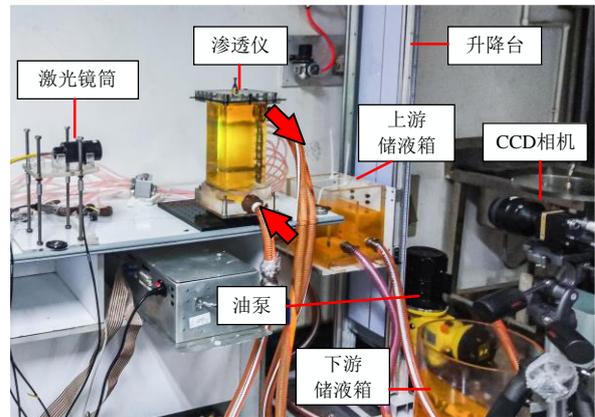


图 4 透明土渗透破坏试验及观测系统

Fig. 4 Apparatus for transparent soil seepage failure test and observation

试验系统包括渗透仪、上游储液箱、下游储液箱、上游储液箱的升降台及油泵等, 透明土渗透破坏试验系统工作原理如图 5 所示。

渗透仪参照 HUNTER 等^[13] 的做法, 设计为方形, 以避免观测时光线偏折和图像畸变。其通体由有机玻璃制成, 分为土筒和顶盖两部分。土筒内部横截面尺寸为 10 cm×10 cm, 其侧壁设置两个相距 12.5 cm 的测压孔与压差传感器相连, 用以记录试

样两端孔隙流体总压力差。透明土试样之下设置 5 cm 厚的缓冲层,用粒径大于 5 mm 的透明土填充,以避免产生集中射流直接冲刷试样,缓冲层与试样用多孔板隔开。顶盖在试样装填完成后,采用法兰的方式与土筒连接并密封。渗透仪的下部和上部通过内径为 1.9 cm 的管道与上、下游储液箱连接。

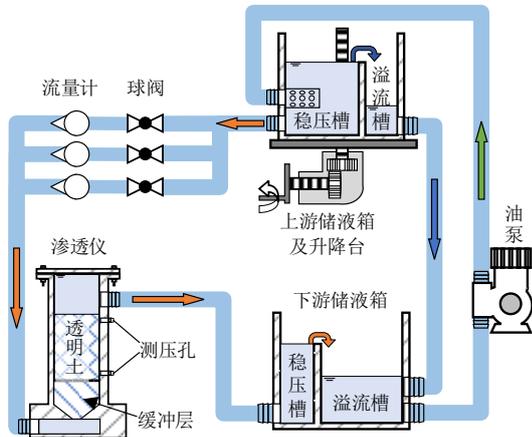


图 5 透明土渗透破坏试验系统工作原理

Fig. 5 Working principle of transparent soil seepage failure test system

上、下游储液箱参照郭畅^[20]的方法,均设置稳压槽与溢流槽以维持液位稳定。两者的溢流槽通过管道相连,使上游储液箱中溢出的混合油可汇流至下游储液箱溢流槽。油泵设置于下游储液箱溢流槽和上游储液箱稳压槽之间,可将混合油重新泵送至上游,实现混合油的循环供给以满足长时间试验需要。上游储液箱置于升降台之上,试验时通过调节升降台高度控制试样上、下游水头差。

上游储液箱和渗透仪之间设置 3 个并联的齿轮流量计(量程分别为 10~100 mL/min、100~1 000 mL/min、800~10 000 mL/min),分别配合一球阀使用,试验时根据情况切换流量计以记录实时流量。

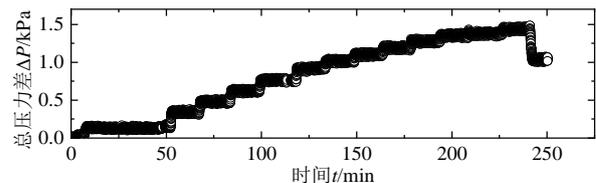
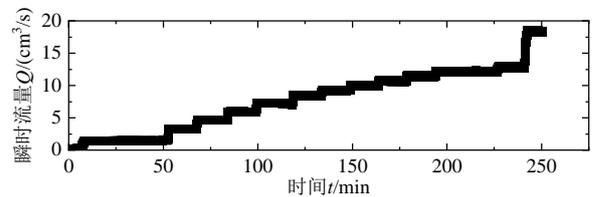
观测系统包括激光发生器、激光镜筒、CCD 相机。其中,激光发生器可产生点状激光(其照射在不透光平面上为一光点),点状激光经由激光镜筒可转换成线状激光(其照射在不透光平面上为 1 条直线,线宽约 2 mm,与本文试验材料的 d_{50} 之比约为 1:2.2)。线状激光从渗透仪左侧入射,可照亮透明土内部某一剖面,如图 3 (b) 所示,CCD 相机架设在渗透仪正前方,记录试验过程中该剖面的图像。根据易立达^[21]的研究,透明土的透光厚度(即渗透仪前表面到激光照射剖面的距离,如图 3 (b) 所示)会影响图像清晰度。考虑到观察剖面的代表性,经反复比选,本文将透光厚度设置为 6 倍最大粒径。

试验前,调整并固定装置各部件位置,标定像素与被测体物理距离间的比例系数^[22]。试验时,逐级抬升上游储液箱,待该级水头下流量稳定 15 min 后提升至下一级,每级提升高度以试样水力梯度增加 0.1 为衡量依据,当观察到试样发生整体破坏后停止试验。试验全程以 1 Hz 的采样频率记录传感器数据,CCD 相机同步观察记录剖面图像。

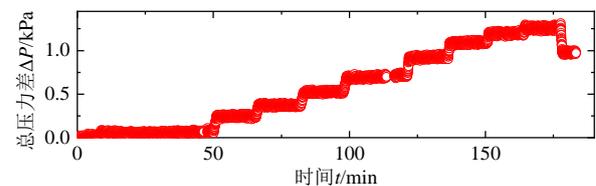
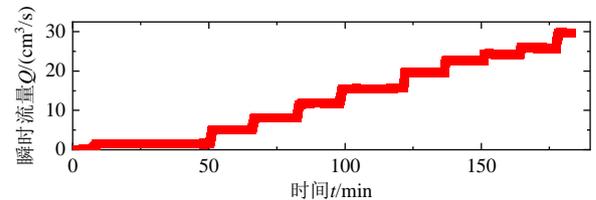
2 基于传感器数据的宏观水力现象

2.1 试验结果

试验过程中分别通过压差传感器和流量计记录试样两端孔隙流体总压力差 ΔP 与通过试样的瞬时流量 Q 随时间的变化,如图 6 所示。



(a) 试样 D



(b) 试样 L

图 6 测压孔间总压力差及瞬时流量变化

Fig. 6 Total differential pressure and instantaneous flow

已知 ΔP 、 Q , 可根据式 (1) ~ (2) 计算试样的水力梯度 i 和平均流速 v 。

$$i = \Delta P / (\gamma_f H) \quad (1)$$

$$v = Q / A \quad (2)$$

式中: H 为测压孔距离; γ_f 为混合油重度; A 为试样截面积。

两组试样的 $v-i$ 曲线如图 7 所示, D-1—D-4、L-1—L-6 分别为两组试验的标志时刻。

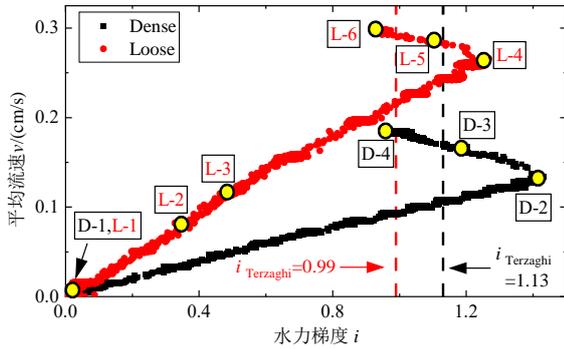


图 7 两组试样 $v-i$ 曲线
Fig. 7 $v-i$ curves of two samples

从图 7 中可以发现, 两组试样在达到水力梯度峰值前, 平均流速 v 均随水力梯度 i 增加而增大, 达到水力梯度峰值后, 水力梯度 i 下降而平均流速 v 继续增加。

根据 HUANG 等^[17] 的研究, 试样初始状态的理论渗透系数可由式(3)所示的 K-C 公式^[23] 计算:

$$k_{K-C} = \frac{1}{C_{K-C}} \frac{1}{SF^2} \frac{g}{\eta (1-n)^2} \left[\sum \frac{f_i}{(D_{li}^{0.404} D_{si}^{0.595})} \right]^{-2} \quad (3)$$

式中: g 是重力加速度; η 是混合油的运动黏滞系数; n 是试样孔隙率; f_i 、 D_{li} 、 D_{si} 分别指第 i 个组分的质量占比、粒径上限和粒径下限; SF 是颗粒的形状因子 (Shape Factor), 与颗粒的圆度 (Roundness)^[24] 有关, 熔融石英砂的 SF 可取建议值 8.4^[23]; C_{K-C} 为经验系数, 通常认为与渗流通道形状及渗径长度有关, 本文颗粒形状不规则, 结合其他研究的试验数据进行拟合, 最终取为 8.1。由式 (3) 可见, 渗透系数与运动黏滞系数成反比, 在试验室温度 (20 °C) 条件下, 混合油运动黏滞系数是水的 11.5 倍 (水的运动黏滞系数为 $1.0067 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$), 故混合油在本文试样中的渗透系数为同等条件下水作为孔隙流体时渗透系数的 1/11.5。

密实试样 D 与松散试样 L 根据式 (3) 计算得到的理论渗透系数分别为 0.087 cm/s、0.216 cm/s。本试验中, 雷诺数 ($Re = vd_{10} / \eta$) 最大为 0.29, 远小于 1。若不发生颗粒移动, v/i 即为达西定律中的渗透系数 k ; 若发生颗粒移动, v/i 则表示试样在某一孔隙状态下的渗透性。因此, v/i 可以从宏观层面反映试样结构变化。试验过程中两组试样渗透性随水力梯度变化关系如图 8 所示。

图 8 中的点划线对应两组试样的理论渗透系数。试样 D 在水力梯度达到峰值之前 (D-1—D-2),

v/i 变化不大, 始终与渗透系数理论值接近。水力梯度达到峰值后, 试样渗透性显著增加并最终恢复稳定 (D-2—D-4)。试样 L 在水力梯度小于 0.35 时 (L-1—L-2), v/i 变化不大, 与渗透系数理论值接近, 水力梯度在 0.35~0.49 间 (L-2—L-3), 能观察到渗透性略微增加, 随后渗透性随水力梯度增加而逐渐降低, 达到水力梯度峰值 (L-4) 后渗透性又大幅增加。

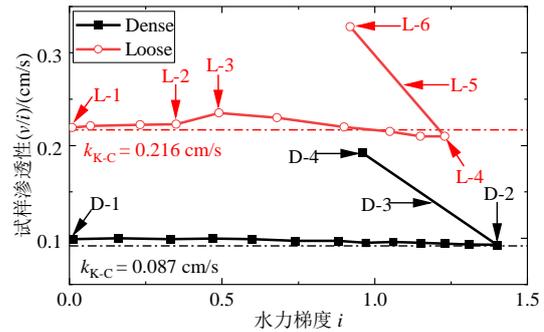


图 8 两组试样渗透性随水力梯度变化关系

Fig. 8 Relationship between v/i and i of two samples

上述现象说明密实试样 D 在水力梯度峰值 (D-2) 之前结构稳定, 而松散试样 L 在水力梯度峰值 (L-4) 之前就出现了内部结构变化, 即试样 L 可能由于孔隙率较大而发生了细粒迁移。

2.2 分析与讨论

式 (4) 给出的 Terzaghi 临界水力梯度是被广泛接受的流土临界水力梯度判别式:

$$i_{\text{Terzaghi}} = \frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f} (1-n) \quad (4)$$

式中: γ_s 为颗粒重度; γ_f 为孔隙流体重度; n 为孔隙率。该式假设渗透破坏时试样自身重力与流体作用力达到平衡。

针对管涌问题, SKEMPTON 等^[25] 使用粗、细粒径比大于 8 的材料开展试验, 发现管涌破坏的临界水力梯度显著低于式 (4) 的理论值, 因此提出了应力折减系数 α (若是管涌破坏, 则 α 小于 1), 如式 (5) 所示:

$$i_{\text{管涌}} = \alpha \cdot i_{\text{Terzaghi}} \quad (5)$$

本文中试样 D 与试样 L 对应的 Terzaghi 临界水力梯度分别为 1.13 与 0.99, 如图 7 中虚线所示。若以两者的水力梯度峰值作为临界水力梯度实测值, 则 α 分别为 1.25、1.24, 即两者的临界水力梯度实测值均略大于理论值, 并未发生明显的应力折减。因此从宏观水力现象上看, 两组试验均应属于流土而非管涌破坏。与 KÉZDI 判别准则^[5] 的预测相同, 两种试样均应被判定为渗透稳定材料。

3 基于透明土内部图像的定量分析

3.1 密实试样 D

试样 D 达到水力梯度峰值前的内部结构如图 9 所示, 对应图 7 中的 D-1 和 D-2 时刻。图像右侧清晰度较差, 有明显噪声, 这主要是因为激光是由中心向外强度逐渐减弱的高斯光束, 同时在激光入射过程中荧光染料吸收激光能量, 两种作用相结合使得激光强度呈扇形衰减。为便于分析, 本文对亮度较暗的区域进行了提亮, 故右侧区域噪声较为明显。

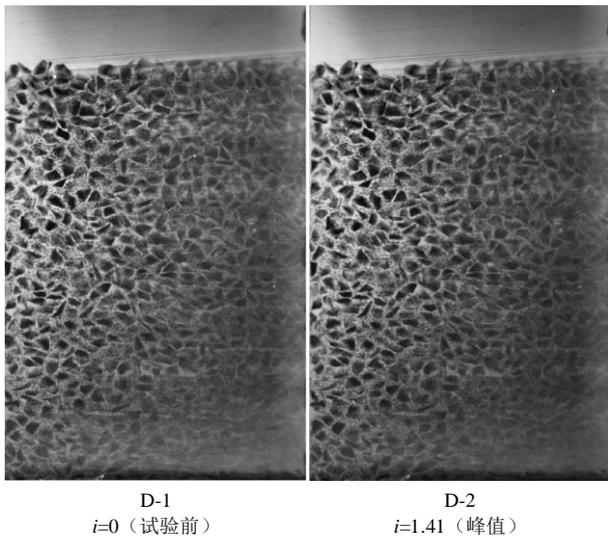


图 9 试样 D 达到水力梯度峰值前的内部结构

Fig. 9 Internal structure of dense sample before its hydraulic gradient reaches peak

从图 9 可见, 试样 D 在达到水力梯度峰值 (D-2) 前颗粒位置稳定, 试样内部结构未发生变化。

试样 D 达到水力梯度峰值后的内部结构如图 10 所示, 对应图 7 中的 D-2—D-4 时刻。

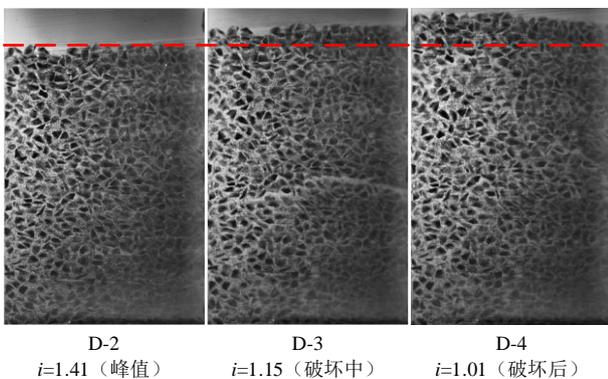


图 10 试样 D 达到水力梯度峰值后的内部结构

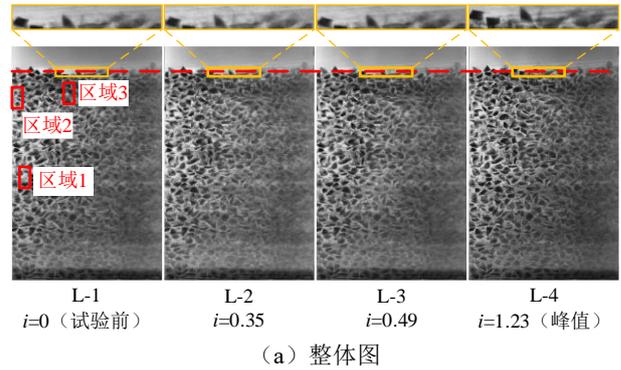
Fig. 10 Internal structure of dense sample after its hydraulic gradient reaches peak

图 10 中的红色虚线为试样初始高度, 可见达

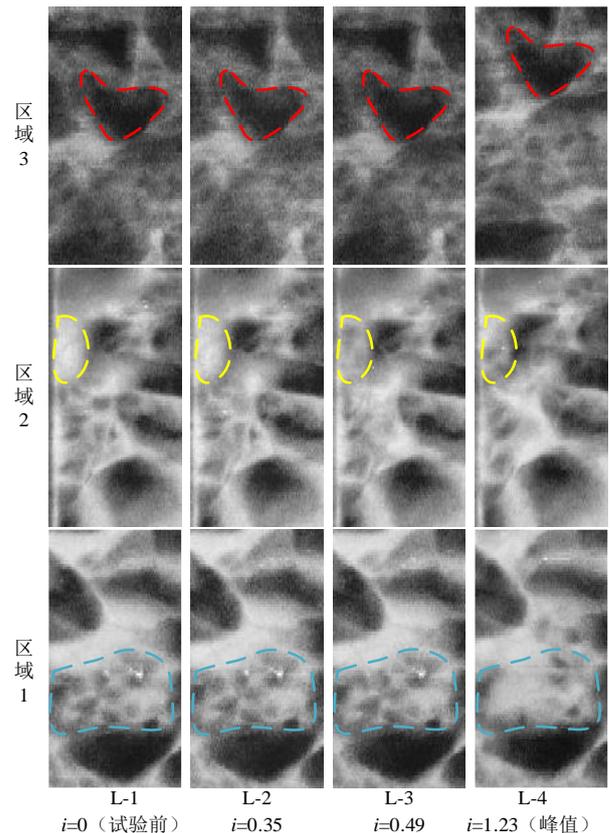
到水力梯度峰值 (D-2) 后, 试样 D 出现了明显的整体隆起, 这是典型的流土破坏现象^[2,26]。对比整体破坏前后 (D-2 与 D-4) 的内部结构可以发现, 该试样破坏后粗颗粒骨架发生了明显变化。

3.2 松散试样 L

试样 L 达到水力梯度峰值前的内部结构如图 11 所示, 分别对应图 7 中的 L-1—L-4 时刻, 其中图 11 (a) 为整体图, 图 11 (b) 为红框所示 3 个代表性区域的放大图。



(a) 整体图



(b) 放大图

图 11 试样 L 达到水力梯度峰值前的内部结构

Fig. 11 Internal structure of loose sample before its hydraulic gradient reaches peak

图 11 (a) 中红色虚线为试样初始高度, 为便于分析试样高度变化, 对试样顶部黄框区域进行了放大。可见水力梯度小于 0.49 时 (L-3 之前), 试样高

度基本不变, 说明土骨架能维持稳定, 水力梯度由 0.49 增加至 1.23 的过程中 (L-3—L-4), 试样高度出现了细微的增加, 说明土骨架在渗流作用下发生了微小变形。

从图 11 (b) 给出的放大图中可以发现, 水力梯度小于 0.35 时 (L-1—L-2), 试样内部颗粒均未出现位置变动。水力梯度增加至 0.49 期间 (L-2—L-3), 粗颗粒骨架仍维持稳定, 但以区域 2 为例, 可见黄圈中出现了细颗粒, 说明粗颗粒骨架内的细颗粒开始移动。随着水力梯度进一步增加 (L-3—L-4), 区域 1 蓝圈所示的细颗粒减少, 此外区域 3 红圈所示的粗颗粒出现了位置变动, 说明在细颗粒运动的同时粗颗粒骨架也发生了微小变形 (骨架变形主要发生在区域 3 附近)。

试样 L 达到水力梯度峰值后的内部结构如图 12 所示, 分别对应图 7 中的 L-4—L-6 时刻。

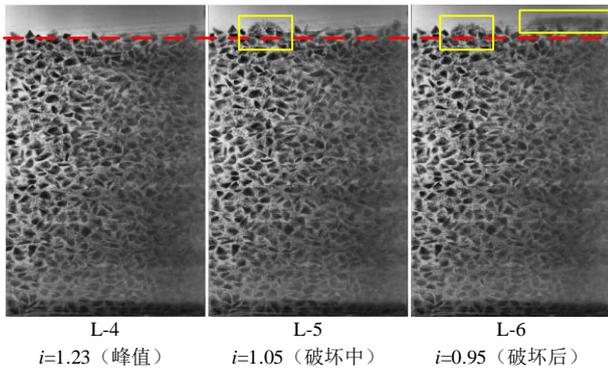


图 12 试样 L 达到水力梯度峰值后的内部结构

Fig. 12 Internal structure of loose sample after its hydraulic gradient reaches peak

由图 12 可见, 破坏前后 (L-4、L-6) 试样的高度变化不大, 且粗颗粒位置变动并不明显, 这说明试样 L 的土骨架并没有被完全破坏。破坏过程中 (L-5) 能观察到试样顶端出现细颗粒堆积 (黄框所示), 随着破坏进行, 细颗粒堆积量逐渐增多, 这意味着试样 L 达到水力梯度峰值后 (L-4—L-6) 的渗透性增加与细颗粒运移管道的打通密切相关。

3.3 结果分析

从内部可视化分析上看, 试样 D 在达到水力梯度峰值时刻前土体结构保持稳定, 达到水力梯度峰值后发生整体隆起, 展现出典型的流土破坏现象。试样 L 在达到水力梯度峰值时刻前, 粗粒土骨架发生了细微变形, 部分细颗粒发生了运移, 达到水力梯度峰值后, 试样 L 的粗颗粒骨架变化并不明显, 然而能观察到细颗粒运移至试样顶部, 这说明试样 L 内部细颗粒运移通道被打通, 发生了管涌破坏。

上述试验现象表明, 孔隙率增大的确会降低试样的渗透稳定性, 传统试验方法从宏观水力现象上评估试样的渗透稳定性存在偏差。即便本文试样 L 的应力折减系数 α 不小于 1, 但也应将其理解为无“应力折减”的管涌破坏而非流土破坏。

4 基于修正图像分割方法的土体结构变化定量分析

从前文图像中 (图 9) 可以发现粗、细颗粒及孔隙区域对应的像素存在明显的灰度差异: 粗粒区域较暗, 灰度值较小 (灰度值是表征某个像素明暗的值, 介于 0~255, 0 表示纯黑, 255 表示纯白); 孔隙区域较亮, 灰度值较大; 而细粒区域的灰度介于两者之间 (这是激光宽度略大于细粒径所致)。因此, 可通过灰度阈值分割方法^[13] 区分出粗粒、细粒、孔隙区域, 从而定量分析试样内部结构变化。

4.1 修正图像分割方法

图 13 给出了典型图像的灰度与相对灰度累积分布函数。其中, 纵坐标 P 表示该图像内小于某灰度的像素数量百分数。 P 是一个关于灰度 G 的隐函数, 其函数关系由该图像区域 a 内的土体几何特征决定, 对于具体的试验过程, 不同时刻的图像存在差异, 因此该函数关系同时与时间 t 有关。假设观察剖面的几何特征代表试样的整体几何特征, 且图像区域内亮度完全均匀, $P^{t,a}(G)$ 则可理解为 t 时刻 a 区域内土体中灰度小于 G 的材料体积占比。

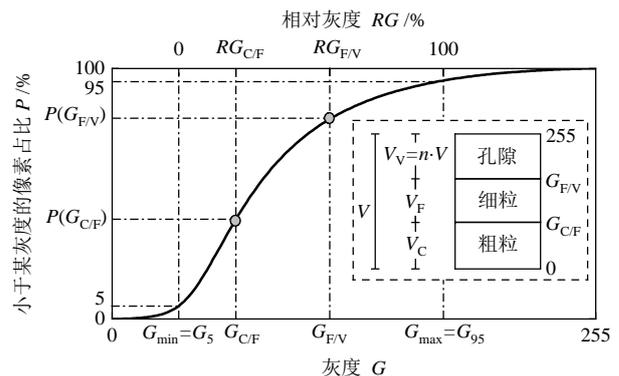


图 13 典型图像的灰度与相对灰度累积分布函数

Fig. 13 Gray-level and relative gray-level cumulative distribution function of typical image

图 13 中, V 、 V_C 、 V_F 、 V_V 分别代表试样的总体积、粗粒体积、细粒体积、孔隙体积。任意图像 (t 时刻、 a 区域) 内, 存在区分细粒和孔隙的灰度阈值 $G_{E/V}^{t,a}$ 与区分粗粒与细粒的灰度阈值 $G_{C/F}^{t,a}$, 两者与孔隙率 $n^{t,a}$ 和粗粒体积占比 $(V_C/V)^{t,a}$ 间的关系可

分别表达为式 (6) ~ (7):

$$n^{t,a} = 1 - P^{t,a}(G_{F/V}^{t,a}) \quad (6)$$

$$(V_C/V)^{t,a} = P^{t,a}(G_{C/F}^{t,a}) \quad (7)$$

同时, 试样中细粒占比 $(V_F/V)^{t,a}$ 可表达为式 (8):

$$(V_F/V)^{t,a} = 1 - (V_C/V)^{t,a} - n^{t,a} \quad (8)$$

在图像亮度完全均匀、光照条件完全稳定的理想条件下, $G_{F/V}$ 和 $G_{C/F}$ 应是常量, 与图像区域 a 及时间 t 无关。但如图 9 所示, 同一图像不同区域存在灰度差异。为此, 本文将拍摄区域离散为 12×8 个 $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ 的子区域 (如图 14 所示, 试样右侧和底部图像质量差, 顶部均为孔隙流体, 在分析中剔除), 每个子区域独立进行灰度分析, 最终以子区域平均值代表试样的整体情况。

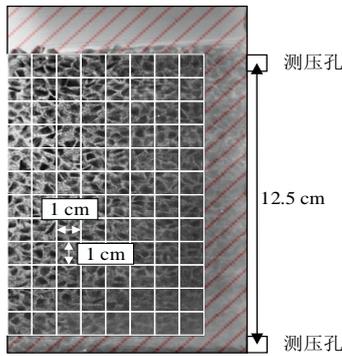


图 14 子区域划分示意图

Fig. 14 Subregion partition illustration

除区域灰度不均匀外, 不同时刻的外界干扰 (如自然光照条件变化) 会使图像出现整体灰度波动, 固定的灰度阈值无法适用于所有图像。为此, 本文参照砂土相对密实度的概念, 提出相对灰度 RG (见图 13), 任意区域 a 内的相对灰度不受不同时刻整体灰度波动的影响。对 t 时刻 a 区域的图像, 灰度 G 的相对灰度 RG^a 可表示为式 (9):

$$RG^a = (G - G_{\min}^{t,a}) / (G_{\max}^{t,a} - G_{\min}^{t,a}) \quad (9)$$

式中: $G_{\max}^{t,a}$ 、 $G_{\min}^{t,a}$ 分别表示 t 时刻 a 区域图像中的最大和最小灰度。为避免灰度噪声的影响, 实操中两者分别取为 $G_{95}^{t,a}$ 和 $G_5^{t,a}$ (G_x 指小于该灰度的像素占像素总数的 $x\%$)。

任意区域 a 内, 区分细粒和孔隙、粗粒和细粒的相对灰度阈值 $RG_{F/V}^a$ 和 $RG_{C/F}^a$ 可由试样的初始状态 (记为 t_0 时刻) 标定得到。即已知 t_0 时刻孔隙率 n^{t_0} 、粗粒占比 $(V_C/V)^{t_0}$ (认为制样均匀, 故此处两者与区域 a 无关), 联立式 (6)、(7)、(9), 可将

$RG_{F/V}^a$ 、 $RG_{C/F}^a$ 表示为式 (10) ~ (11):

$$RG_{F/V}^a = \frac{(P^{t_0,a})^{-1}(1-n^{t_0}) - G_{\min}^{t_0,a}}{G_{\max}^{t_0,a} - G_{\min}^{t_0,a}} \quad (10)$$

$$RG_{C/F}^a = \frac{(P^{t_0,a})^{-1}[(V_C/V)^{t_0}] - G_{\min}^{t_0,a}}{G_{\max}^{t_0,a} - G_{\min}^{t_0,a}} \quad (11)$$

式中: $(P^{t_0,a})^{-1}$ 为 t_0 时刻 a 区域的灰度累积分布函数的反函数。

综上, t 时刻试样整体的孔隙率、粗粒占比可表示为式 (12)、(13), 细粒占比同式 (8)。

$$n^t = \frac{1}{N} \sum_{a=1}^N \{1 - P^{t,a} [RG_{F/V}^a (G_{\max}^{t,a} - G_{\min}^{t,a}) + G_{\min}^{t,a}]\} \quad (12)$$

$$(V_C/V)^t = \frac{1}{N} \sum_{a=1}^N P^{t,a} [RG_{C/F}^a (G_{\max}^{t,a} - G_{\min}^{t,a}) + G_{\min}^{t,a}] \quad (13)$$

式中: N 为子区域数目。

图 15 以试样 D 在 D-2、D-3 时刻的图像为例给出了典型的阈值分割结果。从图 15 中可以清晰地看出, 粗粒被较为准确地分割了出来。而分割出的细粒包含了一部分粗粒轮廓, 这是由于粗粒与孔隙之间难以避免地存在灰度渐变, 该渐变会跨过粗、细粒灰度阈值, 进而影响细颗粒分割。不过, 整体上看, 轮廓部分占比较小, 因此该结果仍能在一定程度上反映细粒含量的变化情况。

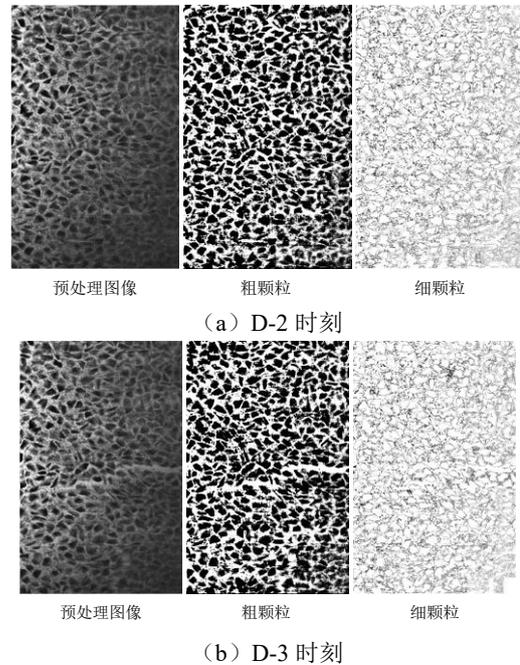


图 15 试样 D 于 D-2、D-3 时刻的阈值分割结果

Fig. 15 Threshold segmentation results of sample D at D-2 and D-3

4.2 分析结果

图 16~18 分别展示了逐级加载过程中, 孔隙

率 n 、粗颗粒占比 V_C/V 、细粒与粗粒体积比 V_F/V_C 随水力梯度 i 的变化情况。图 16~18 中的数据点为稳定水力梯度下所有图像计算结果的平均值, 误差棒为对应标准差, 点划线为初始值。

水力梯度峰值时刻前, 试样 D 的 n 、 V_C/V 均维持在初始值附近, 而试样 L 在红圈处出现 n 略微增加、 V_C/V 略微降低的现象, 这与图 11 试样 L 土骨架略微变形对应 (L-3—L-4)。水力梯度达到峰值后, 两组试样均出现 n 增加而 V_C/V 降低的现象, 但试样 L 的变化幅度明显小于试样 D, 说明试样 L 的土骨架变形程度弱于试样 D, 与定性分析对应。

图 18 中, 两组试样在达到水力梯度峰值前, V_F/V_C 均维持在 0.25 附近。达到水力梯度峰值后, 试样 L 的 V_F/V_C 略微降低, 说明渗透破坏过程中出现了细粒流失, 这与图 12 中 L-6 时刻试样顶部出现细颗粒堆积相吻合。而试样 D 的 V_F/V_C 增加, 这说明在流土过程中, 有较多的粗粒向上迁移出分析区域, 而细粒向下沉积相对含量增加, 现象类似“巴西坚果效应 (Brazil-Nut Effect) [27]”。这可能是由于流土液化导致粗粒骨架孔隙增大, 颗粒回落过程中更多的细粒穿过粗粒孔隙向下沉积。

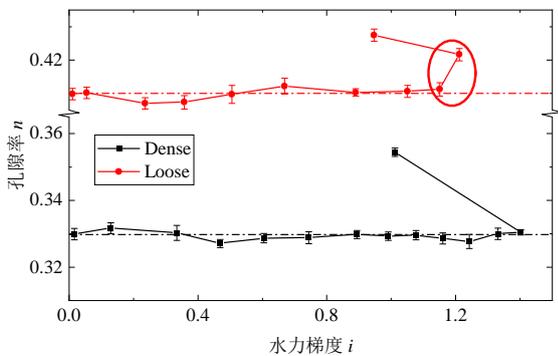


图 16 孔隙率随水力梯度变化

Fig. 16 Variation of porosity with hydraulic gradient

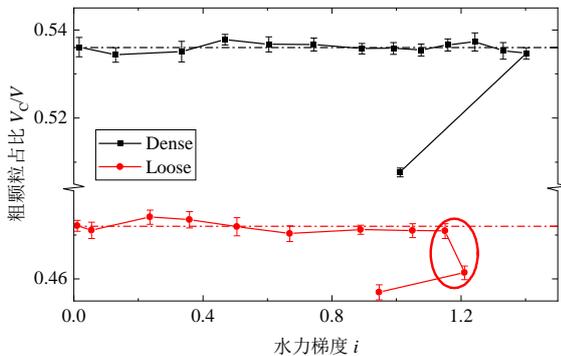


图 17 粗颗粒占比随水力梯度变化

Fig. 17 Variation of coarse particle proportion with hydraulic gradient

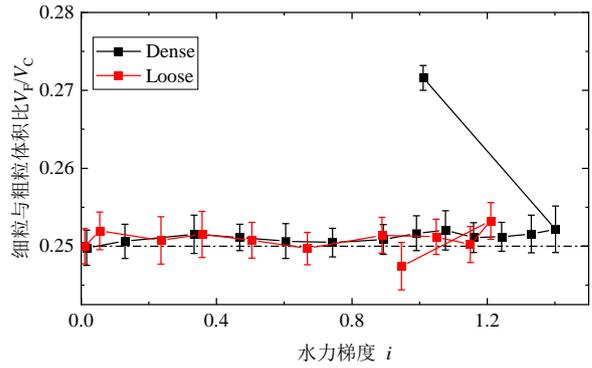


图 18 细粒与粗粒体积比随水力梯度变化

Fig. 18 Variation of fine-to-coarse particle ratio with hydraulic gradient

5 渗透稳定性判别准则的讨论

当前, 对渗透稳定性的评估方法大致可以分为粗、细粒划分法和级配曲线形状辨别法两种。

粗、细粒划分法被认为起源于美国陆军兵团, 他们通过对不同比例的沙、砾混合物开展自上而下渗流的常水头试验, 给出了可保证试样渗透稳定的混合比例 [19]。

我国学者刘杰 [10] 采用类似的思路, 将细颗粒含量作为渗透破坏形式的判别标准, 他给出的临界细颗粒含量 P_{cr} 如式 (14) 所示:

$$P_{cr} = (0.3 + 3n^2 - n) / (1 + n) \tag{14}$$

式中: n 为孔隙率。当细颗粒含量 P_f 小于 $0.9 P_{cr}$ 时为渗透不稳定土, 发生管涌破坏; 当 P_f 大于 $1.1 P_{cr}$ 时为流土破坏; 当 P_f 介于 $0.9 P_{cr}$ 与 $1.1 P_{cr}$ 之间时为过渡形式。

我国学者沙金焯 (屈智炯引用 [28]) 考虑粗颗粒孔隙体积与细颗粒体积相同, 给出了临界细颗粒含量, 如式 (15) 所示:

$$P_{cr} = 0.95 \frac{\sqrt{n}}{1 + \sqrt{n}} \tag{15}$$

式中: n 同为孔隙率。当试样中细颗粒含量 P_f 小于 P_{cr} 时试样渗透不稳定, 发生管涌破坏; 当 P_f 大于 P_{cr} 时试样渗透稳定, 发生流土破坏。

1969 年, KÉZDI [5] 考虑到在反滤层设计中, 常通过控制反滤层与被保护土的粒径差异以防止被保护土从反滤层孔隙中迁移, 提出了一种砂土渗透稳定性判别准则, 如式 (16) 所示:

$$(D'_{15c} / d'_{85f})_{max} < 4 \tag{16}$$

式中: D'_{15c} 表示粗颗粒组中小于该粒径的土重占

15%, $0.25 D'_{15c}$ 可视为粗颗粒组分的平均孔径; d'_{85f} 表示细颗粒组分中小于该粒径的土重占 85%, 同时 d'_{85f} 可视为细颗粒组分的控制粒径^[29-30]。当满足式 (16) 时, 说明无论如何分割粗、细颗粒组分, 细颗粒总无法从粗颗粒孔隙中迁移, 即试样渗透稳定, 发生流土破坏。

KOVÁCS^[11] 根据毛细管模型对粗、细粒划分法做了理论延伸, 他给出了粗颗粒骨架的平均孔径 d_0 , 当细颗粒组分的控制粒径 d'_{85f} 大于 d_0 时, 即可保证试样渗透稳定, 平均管径 d_0 如式 (17) 所示:

$$d_0 = \frac{2}{3f_s} \frac{n_c}{1-n_c} D'_h \quad (17)$$

式中: f_s 是考虑非球形颗粒的修正系数, 根据 HUANG 等^[17] 的研究, 对熔融石英砂可取 1.29; n_c 是土骨架孔隙率, 试样 D、L 分别为 0.46、0.53; D'_h 是粗粒平均粒径, 两组试样均为 4.5 mm。但由于缺乏试验验证, 该理论并未得到广泛应用。

级配曲线形状辨别法被认为起源于苏联专家 Istomina 提出的不均匀系数 C_u 概念^[11]。他认为如果试样满足 $C_u \leq 10$, 则为渗透稳定材料, 若 $C_u \geq 20$, 则为渗透不稳定材料, 若 $10 \leq C_u \leq 20$, 则为过渡材料。但 Lubochkov 发现并非所有满足的试样均表现为渗透不稳定, 进而认为试样的渗透稳定性与级配曲线的形状有关, 并提出颗粒的级配曲线可能存在一个极限斜率^[19]。KENNEY 等^[6] 在此基础上根据级配曲线形状提出的砂土渗透稳定性判别准则如式 (18) 所示:

$$(H/F)_{\min} \geq 1 \quad (0 < F < 0.2) \quad (18)$$

式中: F 表示粒径小于某一粒径 D 的颗粒含量; H 表示粒径在 D 和 $4D$ 之间的颗粒含量。事实上通过

D 与 $4D$ 两个粒径, 试样中的颗粒被划分为了细 (粒径小于 D)、中等 (粒径大于 D 但小于 $4D$)、粗 (粒径大于 $4D$) 3 个组分。如前文所述, 粗颗粒组分的平均孔径大于 D , 因此细颗粒组分可在粗颗粒组分中迁移, 但若中等颗粒组分足够多, 粗颗粒组分的孔隙将被堵塞, 以至于细颗粒组分无法迁移, 最终表现为渗透稳定, 发生流土破坏。经过充分讨论^[31-33], 最终将判别准则确定为式 (18)。

BURENKOVA^[7] 使用试样中特征粒径之比表征试样的不均匀性, 他通过对大量试验结果的统计分析提出了一种渗透稳定性判别准则, 如式 (19) 所示:

$$0.76 \log(h'') + 1 < h' < 1.86 \log(h'') + 1 \quad (19)$$

式中: $h' = d_{90} / d_{60}$; $h'' = d_{90} / d_{15}$, d_x 表示小于该粒径的土重占 $x\%$ 。若以 h'' 、 h' 分别作为横、纵坐标, 则可以发现渗透稳定试样多处于式 (19) 所示的区域中, 故以其作为判定砂土渗透稳定性的准则。

WAN 等^[8] 在 BURENKOVA^[7] 的基础上进行修正, 提出的砂土渗透稳定性判别准则如式 (20) 所示:

$$\begin{cases} h' < 2.37 \text{ 且 } h''' > 4.8, & \text{过渡区域} \\ h' < 1.87 \text{ 且 } h''' > 10, & \text{不稳定区域} \end{cases} \quad (20)$$

式中: h' 含义同式 (19); $h''' = d_{20} / d_5$ 。

上述 7 种判别准则对本文两组试样的渗透稳定性判别结果如表 2 所示。

可以发现, 上述判别准则中, KÉZDI^[5]、KENNEY 等^[6]、BURENKOVA^[7]、WAN 等^[8] 给出的判别准则仅从粒径或级配曲线层面入手, 未考虑孔隙率的影响。因此这 4 种准则均无法准确判定本文两组试样的渗透稳定性, 其中仅有 BURENKOVA^[7] 的判别结果偏保守, 另外 3 种均偏不安全。

表 2 两组试样渗透稳定性判别结果

Table 2 Internal stability discriminant results of the two groups of samples

判别准则	是否考虑孔隙率	主要参数	密实试样 D			松散试样 L		
			参数取值	预测	实测	参数取值	预测	实测
KÉZDI ^[5]	×	$(D'_{15c} / d'_{85f})_{\max}$	3.42	稳定	稳定	3.42	稳定	不稳定
KENNEY 等 ^[6]	×	$(H/F)_{\min}$	4.00	稳定	稳定	4.00	稳定	不稳定
BURENKOVA ^[7]	×	h'	1.08	不稳定	稳定	1.08	不稳定	不稳定
		h''	4.11			4.11		
WAN 等 ^[8]	×	h'''	1.18	稳定	稳定	1.18	稳定	不稳定
KOVÁCS ^[11]	√	d_0	1.97	不稳定	稳定	2.62	不稳定	不稳定
		d'_{85f}	1.21			1.21		
刘杰 ^[10]	√	—	0.44	不稳定	稳定	0.67	不稳定	不稳定
			0.20			0.20		
沙金焯 (屈智炯引用 ^[28])	√	—	0.35	不稳定	稳定	0.37	不稳定	不稳定

7种准则中,刘杰^[10]、KOVÁCS^[11]和沙金焯(屈智炯引用^[28])3种准则考虑了孔隙率的影响,这3种准则的判别结果均偏保守。前两种准则无法准确判定本文试样的渗透稳定性是因为其虽然考虑了孔隙率影响,但主要从粗颗粒能否形成土骨架入手,缺乏颗粒粒径层面的考量。相较而言,KOVÁCS^[11]给出的判别准则从机理层面同时考虑了孔隙率与颗粒粒径对试样渗透稳定性的影响,虽然其对本文两组试样的判别不够准确(偏保守),但若进行合理修正,该准则将更具应用潜力。

6 结 论

本文使用一套透明土渗透破坏试验及观测装置,对级配相同、相对密实度不同的两组试样开展了渗透破坏试验。通过对比分析两者的宏观水力现象与内部细观结构变化,得到以下主要结论:

(1)从宏观水力现象上看,密实试样D与松散试样L均发生流土破坏,均应属于渗透稳定材料。但从内部可视化分析上看,松散试样L实际上发生了管涌破坏,属于渗透不稳定材料。这说明仅从宏观水力现象上评估试样的渗透稳定性存在偏差,同一级配下孔隙率较大的试样趋于渗透不稳定。

(2)提出的图像分割方法避免了区域灰度差异、整体灰度波动等因素对图像分割的影响。结合初始状态标定结果,该方法实现了对本文两组透明土试样试验全程内部结构变化的定量分析,进一步证明了松散试样L的渗透不稳定行为。

(3)总结了7种常用的渗透稳定性判别准则,发现其中未考虑孔隙率因素的准则多数偏不安全,考虑了孔隙率因素的准则均偏保守。相较而言,KOVÁCS^[11]的准则从机理层面同时考虑了孔隙率与颗粒粒径对试样渗透稳定性的影响,更具应用潜力。

参考文献

- [1] 李宏恩,马桂珍,王芳,等. 2000—2018年中国水库溃坝规律分析与对策[J]. 水利水运工程学报, 2021(5): 101-111.
LI Hongen, MA Guizhen, WANG Fang, et al. Analysis of dam failure trend of China from 2000 to 2018 and improvement suggestions[J]. Hydro-Science and Engineering, 2021(5): 101-111.
- [2] 刘杰,谢定松. 砾石土渗透稳定特性试验研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(9): 2632-2638.
LIU Jie, XIE Dingsong. Research on seepage stability experiment of gravelly soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(9): 2632-2638.
- [3] CHANG D S, ZHANG L M. Extended internal stability criteria for soils under seepage[J]. Soils and Foundations, 2013, 53(4): 569-583.
- [4] 李广信,周晓杰. 土的渗透破坏及其工程问题[J]. 工程勘察, 2004, 32(5): 10-13, 52.
LI Guangxin, ZHOU Xiaojie. Seepage failure of soil and its problems in engineering[J]. Geotechnical Investigation & Surveying, 2004, 32(5): 10-13, 52.
- [5] KÉZDI Á. Soil Physics: Selected Topics[M]. Amsterdam: Elsevier Scientific Pub. Co., 1979.
- [6] KENNEY T C, LAU D. Internal stability of granular filters[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1985, 22(2): 215-225.
- [7] BURENKOVA V V. Assessment of suffosion in non-cohesive and graded soils[C]//Proceedings of Filters in Geotechnical and Hydraulic Engineering. 1993: 357-360.
- [8] WAN C F, FELL R. Assessing the potential of internal instability and suffosion in embankment dams and their foundations[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2008, 134(3): 401-407.
- [9] 毛昶熙. 管涌与滤层的研究: 管涌部分[J]. 岩土力学, 2005, 26(2): 209-215.
MAO Changxi. Study on piping and filters: part I of piping[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(2): 209-215.
- [10] 刘杰. 土的渗透稳定与渗流控制[M]. 北京: 水利电力出版社, 1992.
LIU Jie. Seepage Stability and Seepage Control of Soil[M]. Beijing: Water Resources and Electric Power Press, 1992.
- [11] KOVÁCS G. Seepage hydraulics[J]. Journal of Hydrology, 1984, 67(1-4): 381-382.
- [12] ISKANDER M, BATHURST R J, OMIDVAR M. Past, present, and future of transparent soils[J]. Geotechnical Testing Journal, 2015, 38(5): 20150079.
- [13] HUNTER R P, BOWMAN E T. Visualisation of seepage-induced suffosion and suffosion within internally erodible granular media[J]. Géotechnique, 2018, 68(10): 918-930.
- [14] 谷敬云,罗玉龙,张兴杰,等. 基于平面激光诱导荧光的潜蚀可视化试验装置及其初步应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2021, 40(6): 1287-1296.
GU Jingyun, LUO Yulong, ZHANG Xingjie, et al. A suffosion visualization apparatus based on planar laser

- induced fluorescence and the preliminary application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2021, 40(6): 1287-1296.
- [15] 张海彬, 罗玉龙, 谷敬云, 等. 初始细颗粒含量对内部不稳定土体潜蚀机制影响的可视化试验研究[J]. 水电能源科学, 2022, 40(4): 137-140, 111.
ZHANG Haibin, LUO Yulong, GU Jingyun, et al. Visualized experimental study on effect of initial fine particle content on suffusion mechanism of internal unstable soil[J]. Water Resources and Power, 2022, 40(4): 137-140, 111.
- [16] 梁越, 代磊, 魏琦. 基于透明土和粒子示踪技术的渗流侵蚀试验研究[J]. 岩土工程学报, 2022, 44(6): 1133-1140.
LIANG Yue, DAI Lei, WEI Qi. Experimental study on seepage erosion based on transparent soil and particle tracing technology[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2022, 44(6): 1133-1140.
- [17] HUANG B, GUO C, TANG Y, et al. Experimental study on the permeability characteristic of fused quartz sand and mixed oil as a transparent soil[J]. Water, 2019, 11(12): 2514.
- [18] CHANG D S, ZHANG L M. A stress-controlled erosion apparatus for studying internal erosion in soils[J]. Geotechnical Testing Journal, 2011, 34(6): 579-589.
- [19] LI M. Seepage induced instability in widely graded soils[D]. Vancouver: University of British Columbia, 2008.
- [20] 郭畅. 超重力渗透侵蚀装置设计和初步试验研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2020.
GUO Chang. Design of super gravity internal erosion device and preliminary experimental study[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2020.
- [21] 易立达. 透明土的透明度及其对可视化实验技术的影响[D]. 杭州: 浙江大学, 2017.
YI Lida. Transparency quality of transparent soil and its impact on visualization[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2017.
- [22] 梁越, 陈鹏飞, 林加定, 等. 基于透明土技术的多孔介质孔隙流动特性研究[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(7): 1361-1366.
LIANG Yue, CHEN Pengfei, LIN Jiading, et al. Pore flow characteristics of porous media based on transparent soil technology[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, 41(7): 1361-1366.
- [23] CARRIER W D III. Goodbye, hazen; hello, kozeny-carman[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2003, 129(11): 1054-1056.
- [24] BOWMAN E T, SOGA K, DRUMMOND W. Particle shape characterisation using Fourier descriptor analysis[J]. Géotechnique, 2001, 51(6): 545-554.
- [25] SKEMPTON A W, BROGAN J M. Experiments on piping in sandy gravels[J]. Géotechnique, 1994, 44(3): 449-460.
- [26] ISRAR J, INDRARATNA B. Study of critical hydraulic gradients for seepage-induced failures in granular soils[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2019, 145(7): 04019025.
- [27] MÖBIUS M E, LAUDERDALE B E, NAGEL S R, et al. Size separation of granular particles[J]. Nature, 2001, 414: 270.
- [28] 屈智炯. 对粗粒土渗透变形研究的进展[J]. 水电站设计, 2008, 24(1): 48-55.
QU Zhijiong. Progress in study on coarse grained soil seepage deformation[J]. Design of Hydroelectric Power Station, 2008, 24(1): 48-55.
- [29] 刘杰, 谢定松. 反滤层设计原理与准则[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(4): 609-616.
LIU Jie, XIE Dingsong. Design principles and guidelines of filters[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, 39(4): 609-616.
- [30] FANNIN J. Karl terzaghi: from theory to practice in geotechnical filter design[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2008, 134(3): 267-276.
- [31] MILLIGAN V. Internal stability of granular filters: Discussion[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1986, 23(3): 414-418.
- [32] SHERARD J L, DUNNIGAN L P. Internal stability of granular filters: Discussion[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1986, 23(3): 418-420.
- [33] KENNEY T C, LAU D. Internal stability of granular filters: Reply[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1986, 23(3): 420-423.