

# 土的压缩模量与变形模量的理论关系

吴明明<sup>1</sup>, 张岗平<sup>1</sup>, 徐启良<sup>1</sup>, 朱建才<sup>2,3</sup>, 徐日庆<sup>4,5\*</sup>, 朱黄鼎<sup>4,5</sup>

(1. 中国电建集团华东勘测设计研究院有限公司, 浙江 杭州 311122; 2. 浙江大学建筑设计研究院有限公司, 浙江 杭州 310063;  
3. 浙江大学 平衡建筑研究中心, 浙江 杭州 310063; 4. 浙江大学 滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058;  
5. 浙江大学 浙江省城市地下空间开发工程技术研究中心, 浙江 杭州 310058)

**摘要:** 在实际工程中经常用到土的变形模量, 由于测试变形模量需要花费较多的时间和费用, 故常常通过压缩模量来估算变形模量, 但这种估算有很大争议。本文首先指出长期公认的变形模量与压缩模量间的关系式  $E_0 = \beta E_s$  中存在的问题, 然后重新推导了它们的关系式  $E_0 = \beta' E_s$ , 考虑到土的结构性、应力历史条件以及土体扰动, 最后建立了一种新的变形模量与压缩模量的关系式  $E_0 = \alpha E_s$ 。

**关键词:** 压缩模量; 变形模量; 土的结构性; 应力历史; 试验条件; 理论关系

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 2096-7195(2024)03-0250-06

## Theoretical relation between compression modulus and deformation modulus of soil

WU Ming-ming<sup>1</sup>, ZHANG Gang-ping<sup>1</sup>, XU Qi-liang<sup>1</sup>, ZHU Jian-cai<sup>2,3</sup>,  
XU Ri-qing<sup>4,5\*</sup>, ZHU Huang-ding<sup>4,5</sup>

(1. Power China Huadong Engineering Corporation Limited, Hangzhou 311122, Zhejiang, China;

2. The Architectural Design & Research Institute of Zhejiang University Co., Ltd., Hangzhou 310063, Zhejiang, China;

3. Center for Balance Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310063, Zhejiang, China;

4. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, Zhejiang, China;

5. Engineering Research Center of Urban Underground Development of Zhejiang Province, Zhejiang University, Hangzhou 310058, Zhejiang, China)

**Abstract:** Soil modulus of deformation is often used in practical engineering, which was usually estimated with soil modulus of compression since more time and more cost are taken for measuring soil modulus of deformation than soil modulus of compression. But there is big dispute about this estimated method. Issues related to the widely acknowledged equation  $E_0 = \beta E_s$  are addressed in this work. Subsequently, a novel theoretical relationship between the deformation modulus  $E_0$  and compression modulus  $E_s$ ,  $E_0 = \beta' E_s$  was developed. Finally, an additional relationship between the deformation modulus and compression modulus,  $E_0 = \alpha E_s$  was developed to account for the effects of stress history, soil structure, and soil disturbance etc.

**Key words:** compression modulus; deformation modulus; soil structure; stress history; test condition; theoretical relation

## 0 引言

在《公路桥涵设计通用规范》(JTG D60—2015)<sup>[1]</sup>中规定, 计算墩台沉降时要采用变形模量指标。变形模量是通过野外载荷试验求得的, 由于载荷试验规模大、历时长、费用高, 而且对深层土载荷试验在技术上存在困难, 常常只能用室内试验方法取得压缩模量, 通过压缩模量  $E_s$  与变形模量

$E_0$  在理论上的关系  $E_0 = \beta E_s$ <sup>[2-8]</sup> 间接得到变形模量的值, 可是实际资料却充分表明这种理论关系往往是不可靠的, 所以在工程实践中, 并没有真正去使用这种理论关系。为了克服这一缺点, 一些学者<sup>[9]</sup>相继建立了变形模量的经验关系与表格, 但是各种经验关系求得的  $E_0$  值相差很大, 而表格的使用又有很大的局限性。葛孝椿等<sup>[10]</sup>建立了用土的现场原始压缩曲线计算土的变形模量的表达式, 但是在推

收稿日期: 2022-03-10

基金项目: 浙江省重点研发计划(2019C03103)。

作者简介: 吴明明(1983—), 男, 福建武夷山人, 高级工程师, 从事土木工程管理工作。E-mail: wu\_mm2@hdec.com。

\*通信作者: 徐日庆(1962—), 男, 浙江金华人, 博士, 教授, 从事土的工程性质及本构模型研究。E-mail: xurq@zju.edu.cn。

导过程中仍然使用了关系式  $E_0 = \beta E_s$ , 王成华<sup>[11]</sup> 在讨论中指出了这一点, 而葛孝椿<sup>[12]</sup> 在答复中仍坚持自己的观点, 他们的讨论是很有意义的。

本文将首先指出关系式  $E_0 = \beta E_s$  在理论推导上存在的问题, 然后推导出它们新的关系, 同时进行一些讨论。

## 1 变形模量与压缩模量的理论关系

### 1.1 原有 $E_0 = \beta E_s$ 关系式的推导

为了便于指出长期以来所使用的关系式  $E_0 = \beta E_s$  在理论推导上的错误, 首先将推导过程<sup>[6]</sup> 摘要复述如下。

一维受力状态下的压缩系数  $a$ 、压缩模量  $E_s$  与载荷试验确定的变形模量  $E_0$  之间的关系, 可由广义虎克定律推导。由广义虎克定律可知, 在三向应力条件下其竖向应变为:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E_0} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)] \quad (1)$$

式中:  $E_0$  为载荷试验条件下土的变形模量;  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ 、 $\sigma_z$  分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴方向的正应力;  $\mu$  为土的泊松比。

已知在压缩试验时,  $\sigma_z = p$ ,  $\sigma_x = \sigma_y = K_0 p = \mu/(1-\mu)p$ , 代入式 (1) 得:

$$\varepsilon_z = \frac{p}{E_0} (1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu}) \quad (2)$$

式中:  $p$  为作用在土层上的荷载强度。

又因为压缩试验时土料在压力增量  $\Delta p = p$  作用下的竖向应变  $\varepsilon_z$  为:

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta e}{1+e_1} = \frac{a}{1+e_1} p = \frac{p}{E_s} \quad (3)$$

式中:  $e$  为土体孔隙比;  $e_1$  为  $p_1$  条件下对应的孔隙比;  $a$  为土的压缩系数;  $E_s$  为载荷试验条件下土的压缩模量。

由式 (2) 和式 (3) 可得:

$$E_0 = E_s (1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu}) = \beta E_s \quad (4)$$

式中:  $\beta = 1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu}$ 。

式 (4) 便是变形模量  $E_0$  与压缩模量  $E_s$  之间的理论关系式, 许多教科书里都有这个式子, 一直沿用至今。由于  $0 < \mu < 0.5$ , 所以  $0 < \beta < 1$ 。可是实测资料表明: 由载荷试验得到的  $E_0$  与  $E_s$  比值并不在  $0 \sim 1$  之间变化, 我国 20 世纪 60 年代初期总结出的  $E_0/E_s$  平均值都超过 1, 其中高压缩性土

$E_0/E_s = 1 \sim 2$ , 低压缩性土  $E_0/E_s \leq 10$ , 70 年代初又作了进一步总结, 见表 1<sup>[2]</sup>, 由表 1 清楚地说明理论值与实测值有明显的不符。实际式 (4) 的  $E_0$  应为弹性模量  $E$ , 而不是变形模量, 因为变形模量也是在一种特定条件下的模量。

表 1 变形模量与压缩模量的经验关系<sup>[2]</sup>

Table 1 Empirical relationship between deformation modulus and compression modulus<sup>[2]</sup>

土的种类	$\beta = E_0/E_s$		频率	
	平均值	一般变化趋势		
老黏性土	2.11	1.40~2.80	13	
红黏土	2.36	1.04~4.87	29	
一般黏性土	$I_p \geq 10$	1.35	0.60~2.80	84
	$I_p < 10$	0.98	0.54~2.68	21
新近沉积黏性土	0.93	0.35~1.94	25	
淤泥及淤泥质土	1.90	1.05~2.97	25	

### 1.2 新的变形模量与压缩模量间的关系

图 1 为不同试验的应力状态, 设  $E$  为在单向轴向受压下土的杨氏模量, 如图 1 (b) 所示, 根据广义虎克定律, 竖向应变  $\varepsilon_z$  为:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)] \quad (5)$$

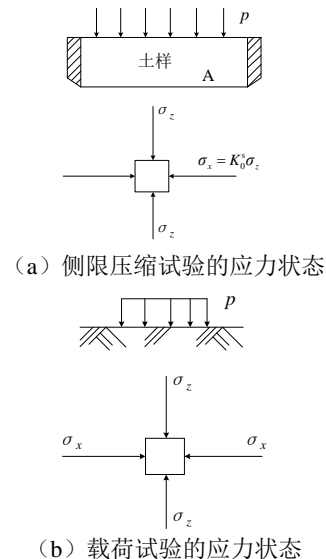


图 1 不同试验的应力状态

Fig. 1 Stress states of different tests

(1) 在侧限压缩试验时, 如图 1 (a) 所示, 应力应变条件为:

$$\sigma_z = p \quad (6)$$

$$\sigma_x = \sigma_y = K_0^s \sigma_z = K_0^s p \quad (7)$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0 \quad (8)$$

由应变条件  $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$  可得:

$$K_0^s = \frac{\mu}{1-\mu} \quad (9)$$

式中:  $K_0^s$  为侧限压缩试验条件下的侧压力系数。

将式 (6)、(7) 和 (9) 代入式 (5) 可得:

$$\varepsilon_z^s = \frac{p}{E} \left(1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu}\right) \quad (10)$$

综上所述, 可得:

$$E = \frac{p}{\varepsilon_z^s} \left(1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu}\right) = E_s \beta \quad (11)$$

式中:  $\varepsilon_z^s$  为压缩试验时的竖向变形;  $E_s$  为压缩模量。

(2) 在现场载荷试验时, 如图 1 (b) 所示,

应力应变条件为:

$$\sigma_z = p \quad (12)$$

$$\sigma_x = \sigma_y = K_0^L \sigma_z \quad (13)$$

$$\varepsilon_x \varepsilon_y \neq 0 \quad (14)$$

式中:  $K_0^L$  为载荷试验条件下的侧压力系数。

将式 (12)、(13) 代入式 (5) 可得:

$$\varepsilon_z^0 = \frac{p}{E} (1 - 2\mu K_0^L) \quad (15)$$

综上所述, 可得:

$$E = \frac{p}{\varepsilon_z^0} (1 - 2\mu K_0^L) = E_0 (1 - 2\mu K_0^L) \quad (16)$$

式中:  $\varepsilon_z^0$  为现场载荷试验时的竖向应变;  $E_0$  为变形模量。

比较式 (11) 和式 (16) 可得:

$$E_0/E_s = \frac{1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu}}{1 - 2\mu K_0^L} = \beta' \quad (17)$$

在旧的变形模量与压缩模量的关系式推导过程中, 作者认为式 (1) 中的模量不应该是变形模量, 而是土的杨氏模量<sup>[13]</sup>, 变形模量和压缩模量都是在特定的三向应力应变条件下的模量, 即压缩模量是在侧向不能膨胀、竖向受压条件下土的模量, 而变形模量是在侧向允许产生一定变形并认定  $\sigma_x = \sigma_y = K_0^L \sigma_z$  及竖向受压条件下土的模量。这两个模量的比值  $E_0/E_s$  在理论上应该小于 1, 但是实测资料并非如此。这一方面, 是由于试验条件与理想条件的差别所致。如所谓的“不扰动”土样, 在取土样、运输或削切式样时土样受到了扰动, 改变了原位时的应力状态, 影响了土的结构, 又如压缩试验中的侧向不能膨胀, 事实上由于环刀与土样之间不

可避免地留有间隙, 而不可能真正地完全限制侧向膨胀。

普遍认为的变形模量与压缩模量的关系式  $E_0 = \beta E_s$ , 实际上是杨氏模量与压缩模量的关系式。而真正的变形模量与压缩模量的关系式是  $E_0 = \beta' E_s$ 。当  $K_0^L < K_0$  时, 有  $\beta' < 1$ ,  $E_0 < E_s$ ; 当  $K_0^L = K_0$  时, 则  $\beta' = 1$ ,  $E_0 = E_s$ ; 当  $K_0^L > K_0$  时, 则  $\beta' > 1$ ,  $E_0 > E_s$ , 在实际工程中确实遇到这种情况,  $\beta$  值与  $\beta'$  值比较见表 2。

表 2  $\beta$  值与  $\beta'$  值比较表

Table 2 Comparison between $\beta$ and $\beta'$				
土的种类和状态	$K_0$	$\mu$	$\beta$	$\beta'$
碎石土	0.18~	0.15~	0.90~	1.001~
	0.25	0.20	0.95	1.024
砂土	0.25~	0.20~	0.83~	0.952~
	0.33	0.25	0.90	1.037
轻亚黏土	0.33	0.25	0.83	0.998
亚黏土	坚硬状态	0.33	0.25	0.83
	可塑状态	0.43	0.30	0.74
土	软塑及	0.53	0.35	0.62
	流塑状态	0.53	0.35	0.62
黏土	坚硬状态	0.33	0.25	0.83
	可塑状态	0.53	0.35	0.62
	软塑及	0.72	0.42	0.39
	流塑状态	0.72	0.42	0.39

(3) 考虑到应力历史条件下土的变形模量与压缩模量之间的关系, 为了更好地反映土的实际情况, 如压缩试验时对土的扰动以及现场载荷试验时土的结构性作用和应力历史条件, 在式 (5) 中不再使用杨氏模量, 而是采用相应状态下的模量。

a) 在室内压缩试验时将式 (6)、(7)、(9) 代入式 (5), 并用压缩模量代替杨氏模量, 得出:

$$\varepsilon_z^s = \frac{p}{E_s} \left(1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu}\right) \quad (18)$$

b) 在现场载荷试验时将式 (12)、(13) 代入式 (5) 并用变形模量代替杨氏模量, 得出:

$$\varepsilon_z^0 = \frac{p}{E_0} (1 - 2\mu K_0^L) \quad (19)$$

比较式 (18) 和式 (19) 可得:

$$\frac{E_0}{E_s} = \frac{\varepsilon_z^s}{\varepsilon_z^0} \frac{1 - 2\mu K_0^L}{1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu}} = \frac{m}{\beta'} = \alpha \quad (20)$$

式中:  $m = \frac{\varepsilon_z^s}{\varepsilon_z^0}$ ;  $\alpha = \frac{m}{\beta'}$ 。

### 2 参数 $m$ 的确定

参数  $m$  的确定与土的固结程度有关,此外,还与是否考虑基坑开挖的影响有关。根据广义虎克定律以及土样在受到压缩以后荷载与体积之间的关系可以得到参数  $m$  的表达式,下面对正常固结土做具体的推求,对超固结土和欠固结土只简单列出式子。

#### 2.1 正常固结土

(1) 不考虑基坑开挖的影响

通过室内压缩试验结果可绘制  $e-\lg p$  曲线,还可绘制现场原始压缩曲线见图 2,压缩试验中土样的  $p, h, e$  变化情况见图 3。

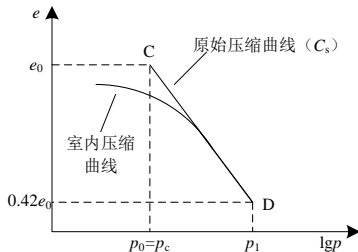


图 2 正常固结土压缩曲线

Fig. 2 Compression curves of normally consolidated soil

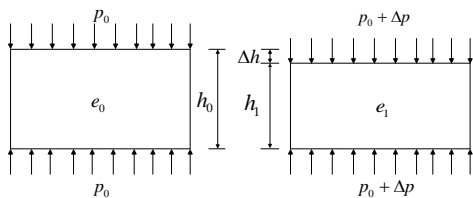


图 3 压缩试验中土样的  $p, h, e$  变化示意图

Fig. 3 Schematic diagram of  $p, h, e$  changes of soil samples in compression test

由广义虎克定律得:

$$\varepsilon_z^s = \frac{\Delta p}{E_s} \left(1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu}\right) = \frac{m\Delta p}{\beta'E_0} \left(1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu}\right) \quad (21)$$

式中:  $\Delta p$  为附加应力。

将式 (17) 代入式 (21), 得:

$$\varepsilon_z^s = \frac{m\Delta p}{E_0} (1 - 2\mu K_0^L) \quad (22)$$

由图 3 受荷时荷载与变形之间的关系可得:

$$\varepsilon_z^s = \frac{\Delta h}{h_0} = \frac{e_0 - e_1}{1 + e_0} \quad (23)$$

式中:  $e_0, h_0$  分别为对应土样在天然土层中  $p_0$  时的孔隙比和土样高度;  $e_1$  为对应  $p_0 + \Delta p$  时的孔隙比;  $\Delta h$  为土样对应  $\Delta p$  的改变高度。

由式 (22) 和式 (23) 可得:

$$m = \frac{e_0 - e_1}{1 + e_0} \frac{E_0}{\Delta p (1 - 2\mu K_0^L)} \quad (24)$$

又因为压缩指数  $C_c$  为:

$$C_c = \frac{e_0 - e_1}{\lg\left(1 + \frac{\Delta p}{p_0}\right)} \quad (25)$$

所以参数  $m$  又可以表示为:

$$m = \frac{C_c \lg\left(1 + \frac{\Delta p}{p_0}\right)}{1 + e_0} \frac{E_0}{\Delta p (1 - 2\mu K_0^L)} \quad (26)$$

当  $\Delta p \rightarrow 0$  时, 对式 (26) 取极限, 可以取得对应切线变形模量  $E_0$  时的参数  $m$ :

$$m = \lim_{\Delta p \rightarrow 0} \frac{C_c \lg\left(1 + \frac{\Delta p}{p_0}\right) \frac{p_0}{\Delta p} \frac{E_0}{p_0 (1 - 2\mu K_0^L)}}{1 + e_0} = \frac{0.434 C_c E_0}{(1 - 2\mu K_0^L)(1 + e_0)p_0} \quad (27)$$

(2) 考虑基坑开挖的影响

考虑基坑开挖影响的正常固结土压缩曲线如图 4 所示, 此时, 现场原始曲线为一条折线,  $OO'$  线为回弹线, 其斜率为回弹指数  $C_s$ 。

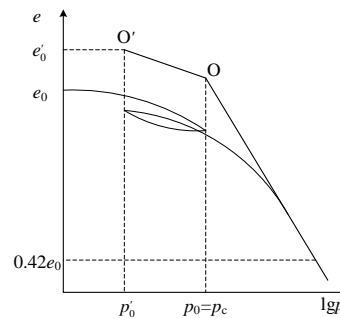


图 4 正常固结土压缩曲线 (考虑基坑开挖影响)

Fig. 4 Compression curves of normally consolidated soil (considering the influence of foundation pit excavation)

当附加应力  $\Delta p \leq p_0 - p'_0$ , 压力由  $p'_0$  变化到  $p'_0 + \Delta p$  时, 参数  $m$  计算公式为:

$$m = \frac{0.434 C_s E_0}{(1 - 2\mu K_0^L)(1 + e_i)p_i} \quad (28)$$

当附加应力  $\Delta p > p_0 - p'_0$  时, 由图 4 可得:

$$e_0 - e_1 = C_s \lg \frac{p_0}{p'_0} + C_c \lg \frac{p'_0 + \Delta p}{p_0} \quad (29)$$

将式 (29) 代入式 (24) 并取极限可得:

$$m = \frac{0.434 C_s E_0}{(1 - 2\mu K_0^L)(1 + e_i)p_i}, p'_0 < p_i < p_0 \quad (30)$$

$$m = \frac{0.434C_c E_0}{(1 - 2\mu K_0^L)(1 + e_i)p_i}, p_i \geq p_0 \quad (31)$$

式中： $e_i$ 为对应荷载 $p_i$ 时的孔隙比； $p_0'$ 为基坑开挖后的天然土层应力。

对超固结土和欠固结土，参数 $m$ 表达式的推导过程与正常固结土类似，下面只列出表达式。

### 2.2 超固结土

超固结土压缩曲线如图5所示。

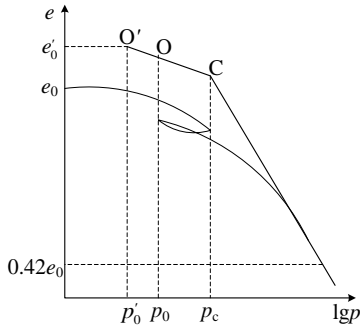


图5 超固结土压缩曲线

Fig. 5 Compression curves of overconsolidated soil

(1) 不考虑基坑开挖影响

$$m = \frac{0.434C_s E_0}{(1 - 2\mu K_0^L)(1 + e_i)p_i}, p_0 < p_i < p_c \quad (32)$$

$$m = \frac{0.434C_c E_0}{(1 - 2\mu K_0^L)(1 + e_i)p_i}, p_i \geq p_c \quad (33)$$

(2) 考虑基坑开挖影响

$$m = \frac{0.434C_s E_0}{(1 - 2\mu K_0^L)(1 + e_i)p_i}, p_0' < p_i < p_c \quad (34)$$

$$m = \frac{0.434C_c E_0}{(1 - 2\mu K_0^L)(1 + e_i)p_i}, p_i \geq p_c \quad (35)$$

### 2.3 欠固结土

欠固结土压缩曲线如图6所示。

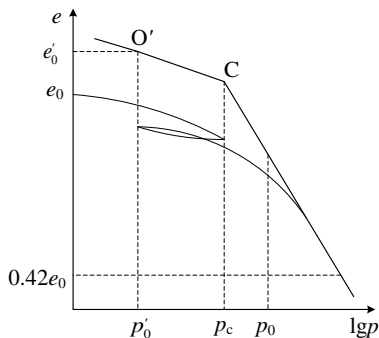


图6 欠固结土压缩曲线

Fig. 6 Compression curves of underconsolidated soil

(1) 不考虑基坑开挖影响

(2) 考虑基坑开挖影响

$$m = \frac{0.434C_s E_0}{(1 - 2\mu K_0^L)(1 + e_i)p_i}, p_0' \leq p_i < p_c \quad (37)$$

$$m = \frac{0.434C_c E_0}{(1 - 2\mu K_0^L)(1 + e_i)p_i}, p_i \geq p_c \quad (38)$$

## 3 算例

采用文献[4]算例，某厂房柱基面积为 $(4 \times 4) \text{ m}^2$ ，上部荷重传至基础顶面 $p = 1440 \text{ kN}$ ，基础埋深 $D = 1.0 \text{ m}$ ，地基为粉质黏土，地下水位深 $3.4 \text{ m}$ ，土的天然重度 $\gamma = 17.2 \text{ kN/m}^3$ 。地下水位以上土的平均压缩模量 $E_{s1} = 5.5 \text{ MPa}$ ，地下水位以下土的平均压缩模量 $E_{s2} = 6.5 \text{ MPa}$ ，分别用分层总和法和弹性理论法计算沉降量。

用规范推荐的沉降算法计算柱基中点的沉降量为 $62.4 \text{ mm}$ ，详见文献[4]，参照表2取 $\beta' = 0.991$ ，根据式(17)弹性模量和压缩模量的关系，由压缩模量可以得到弹性模量，见表3，进一步可以计算得到弹性理论法的沉降量为 $62.9 \text{ mm}$ 。

表3 分层总和法和弹性理论法沉降计算值

Table 3 Calculated settlements by layered-summation method and elastic theoretical method

计算方法	压缩模量/MPa	$\beta'$	弹性模量/MPa	沉降量/mm
分层总和法	5.5/6.5	—	—	62.4
弹性理论法	5.5/6.5	0.991	5.4/6.4	62.9

## 4 结论

(1) 在理论上，同一条件下相比， $E_0/E_s$ 值不可能大于1，但是由于土的结构性、应力历史条件以及压缩试验时对土的扰动， $E_0/E_s$ 值会受到很大的影响，也由于各参数是根据试验得到的，它们是实际情况的综合反映，所以最终结果也可能使 $E_0/E_s$ 值大于1。

(2) 长期以来所认可的变形模量与压缩模量的关系式为 $E_0 = \beta E_s$ ，在推导过程中概念上是有错误的，实际上是杨氏模量与压缩模量的关系，而新推导的 $E_0 = \beta' E_s$ 关系式消除了原有的错误。

(3) 为了能更好地反映实际情况，考虑土的结构性、应力历史条件以及试验时的一些影响，建立了变形模量与压缩模量的另一关系式 $E_0 = \alpha E_s$ 。

## 参考文献

- [1] 中华人民共和国交通运输部. 公路桥涵设计通用规范: JTG D60—2015[S]. 北京: 人民交通出版社股份有限公司, 2015.  
Ministry of Transport of the People's Republic of China. General Specifications for Design of Highway Bridges and Culverts: JTG D60—2015[S]. Beijing: People's Communications Publishing House Co., Ltd., 2015.
- [2] 洪毓康. 土质学与土力学[M]. 第二版. 北京: 人民交通出版社, 1987.  
HONG Yu-kang. Soil Science and Soil Mechanics[M]. Second Edition. Beijing: China Communications Press, 1987.
- [3] 赵成刚, 白冰, 等. 土力学原理[M]. 第二版. 北京: 清华大学出版社, 北京交通大学出版社, 2017.  
ZHAO Cheng-gang, BAI Bing, et al. Fundamentals of Soil Mechanics[M]. Second Edition. Beijing: Tsinghua University Press, Beijing Jiaotong University Press, 2017.
- [4] 龚晓南, 谢康和. 土力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2014.  
GONG Xiao-nan, XIE Kang-he. Soil Mechanics[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2014.
- [5] 童小东, 黎冰. 土力学[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2014.  
TONG Xiao-dong, LI Bing. Soil Mechanics[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2014.
- [6] 徐长节, 郑明新, 杨仲轩. 土力学[M]. 长沙: 中南大学出版社, 2015.  
XU Chang-jie, ZHENG Ming-xin, YANG Zhong-xuan. Soil Mechanics[M]. Changsha: Central South University Press, 2015.
- [7] 河海大学《土力学》教材编写组. 土力学[M]. 第三版. 北京: 高等教育出版社, 2019.  
Hohai University "Soil Mechanics" Textbook Compilation Group. Soil Mechanics[M]. Third Edition. Beijing: Higher Education Press, 2019.
- [8] 李广信, 张丙印, 于玉贞. 土力学[M]. 第三版. 北京: 清华大学出版社, 2022.  
LI Guang-xin, ZHANG Bing-yin, YU Yu-zhen. Soil Mechanics[M]. Third Edition. Beijing: Tsinghua University Press, 2022.
- [9] 华东水利学院力学教研室. 土工原理与计算-下册[M]. 新1版. 北京: 水利电力出版社, 1984.  
Mechanics Teaching and Research Office of East China Institute of Water Conservancy. Geotechnical Principles and Calculations-Volume II[M]. New Version 1. Beijing: Water Resources and Electric Power Press, 1984.
- [10] 葛孝椿, 王元兴. 用土的现场原始压缩曲线计算土的变形模量[J]. 岩土工程学报, 1989, 11(5): 99-108.  
GE Xiao-chun, WANG Yuan-xing. Calculation of deformation modulus of soil with original compression curve in situ[J]. Yantu Gongcheng Xuebao, 1989, 11(5): 99-108.
- [11] 王成华. 对“用土的现场原始压缩曲线计算土的变形模量”的讨论[J]. 岩土工程学报, 1990, 12(6): 104-106.  
WANG Cheng-hua. Discussion on "calculating deformation modulus of soil with original compression curve in site"[J]. Yantu Gongcheng Xuebao, 1990, 12(6): 104-106.
- [12] 葛孝椿. 对王成华同志讨论意见的答复[J]. 岩土工程学报, 1990, 12(6): 107-110.  
GE Xiao-chun. Reply to comrade Wang Chenghua's discussion opinion[J]. Yantu Gongcheng Xuebao, 1990, 12(6): 107-110.
- [13] LAMBE T W, WHITMAN R V. Soil Mechanics[M]. SI Version. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1979.