

锚杆（索）荷载-位移曲线拟合及 极限承载力分析

吴江斌, 罗 岚, 刘 威
(华东建筑设计研究院有限公司, 上海 200002)

摘要: 类比工程桩抗压荷载-位移曲线 ($P-S$ 曲线) 研究方法, 采用指数模型和双曲线模型对锚杆 (索) 基本试验 $P-S$ 曲线进行分析。依托红河综合交通枢纽项目基本试验 $P-S$ 曲线数据, 采用两种模型预测锚杆 (索) 极限承载力, 发现指数模型对极限承载力的预测结果偏于安全。按相关规范要求, 锚杆 (索) 基本试验需在初始荷载的基础上进行循环试验。进行试验数据处理时, 可以消除初始荷载后拟合, 也可直接进行拟合。采用指数模型预测极限承载力时, 消除初始荷载后的拟合结果偏于安全。在拟合的基础上, 按规范规定的加载条件及破坏条件判断出破坏荷载, 可得到修正极限值。通过对锚杆 (索) 各基本试验组的拟合分析发现, 修正极限值与拟合函数极限值之比约为 0.84~0.90。

关键词: 锚杆 (索); 极限承载力; 双曲线模型; 指数模型; 修正极限值

中图分类号: TU41

文献标识码: A

文章编号: 2096-7195(2023)01-0025-08

Fitting of load-displacement curve of anchor rod (line) and analysis of its ultimate bearing capacity

WU Jiang-bin, LUO Lan, LIU Wei

(East China Architecture Design & Research Institute Co., Ltd., Shanghai 200002, China)

Abstract: Inspired by the load-displacement curve ($P-S$ curve) of engineering compression piles, the exponential model and the hyperbolic model are used to analyze the $P-S$ curve of the anchor rod (line). Relying on the basic $P-S$ curve of Honghe comprehensive transportation hub project, the above two models are used to predict the ultimate bearing capacity of anchor rods (lines). It is found that the prediction results of the ultimate bearing capacity by exponential model are relatively safe. According to specification requirements, the cyclic test of the anchor rod (line) needs to be carried out. In data processing the initial load can be removed or included in data fitting. When the exponential model is used, the result after removing the initial load is securer. On the basis of the fitting equation, the failure strength is determined according to the loading conditions and failure conditions stipulated in the specifications, and the corrected limit value can be obtained. By analyzing the fitting equations of each test group in the basic test, the ratio of the corrected to the fitting value is about 0.84-0.90.

Key words: anchor rod (line); ultimate bearing capacity; hyperbola model; exponential model; correction ultimate capacity

0 引言

锚杆 (索) 设计中如何合理评价锚杆 (索) 的极限承载力, 是关系到整个工程项目安全性和经济性的重要问题。目前为止, 工程设计中确定锚杆

(索) 极限承载力最直观、最可靠的方法是极限抗拔试验, 同时也是规范规定的基本试验^[1-3]。然而在工程实践中, 由于种种原因导致锚杆 (索) 不能加载到破坏, 或者预估极限承载力过低导致加载值达不到试验破坏条件。此时, 如何根据已获得的试

收稿日期: 2022-03-01

作者简介: 吴江斌 (1974—), 男, 四川垫江人, 博士, 教授级高级工程师, 主要从事高层建筑地基基础、地基处理、地下结构工程的设计与研究。E-mail: jiangbin_wu@ecadi.com。

验数据合理地推断锚杆(索)极限承载力具有重大意义。

锚杆抗拔荷载-位移曲线($P-S$ 曲线)和桩的抗压 $P-S$ 曲线,两者曲线具有相似性,都由弹性变形阶段、弹塑性变形阶段和与 S 轴(变形)基本平行的破坏阶段组成^[4-5]。目前描述桩 $P-S$ 曲线的数学模型比较多,常用的模型有指数模型和双曲线模型。修朝英等^[6]采用指数模型研究桩的 $P-S$ 曲线,通过去除后几级荷载的实测数据拟合预测桩的极限承载力,并与实测值进行比较,发现预测值小于实际极限荷载,偏于安全。蔡雨阳等^[7]运用双曲线模型对挤扩支盘桩的单桩极限承载力采用同样的处理方法进行预测,发现预测值比实测值大。何健^[8]采用指数模型和双曲线模型推算桩的极限承载力,发现双曲线模型对摩阻力较大的桩推算结果与实测值吻合程度比指数模型好,而指数模型对端阻力较大的桩推算结果与实测值吻合程度比双曲线模型好。白坡等^[9]采用幂函数模型对桩 $P-S$ 曲线进行模拟,并指出双曲线模型和指数模型是幂函数的特例。

类比工程桩对 $P-S$ 曲线的研究,指数模型和双曲线模型亦可用于锚杆(索)的极限抗拔试验曲线研究。李军亮^[10]论证了桩和锚杆的荷载-位移曲线的相似性,用于模拟桩的模型也可用于模拟锚杆(索)的荷载-位移曲线。应志民等^[11]探讨了双曲线模型和指数模型模拟锚杆 $P-S$ 曲线的效果,认为在预测锚杆极限承载力时,宜采用指数函数模型。赵明华等^[12]采用调整双曲线模型对锚杆抗拔极限承载力进行预估,效果良好。龙照等^[13]基于双曲线模型和指数模型,提出最优加权组合预测方法,较大地提高了预测精度。孙晓云等^[14]基于改进指-幂混合函数模型,引入 $D-S$ 证据理论融合算法来产生组合预测模型,选择出较高精度的预测模型。

本文主要结合红河综合交通枢纽项目锚杆(索)基本试验资料,采用指数函数模型和双曲线模型预测锚杆(索)极限承载力,并提出对初始荷载的数据处理方法。基于拟合函数曲线,利用规范规定荷载加载等级和破坏判定条件,得到修正极限值作为预测极限承载力。

1 基本试验曲线及平均荷载-位移曲线

红河综合交通枢纽项目锚杆(索)基本试验共计10组,每组试验3根锚杆或锚索。其中全长黏结型锚杆4组、锚索6组。

全长黏结型锚杆钻孔直径100 mm,采用直径32 mm的精制螺纹钢。②黏土层、③黏土层中各设置两组试验,锚杆长度分别为10 m和15 m,如表1所示。

锚索采用直径15.2 mm的预应力钢绞线。③黏土层、④全风化泥灰岩层、⑤强风化泥灰岩层中各设置两组试验,锚索自由段长度为6 m,锚固体长度分别为7 m和14 m,钢绞线数量、锚固体直径详见表2。

试验采用循环加、卸荷法,初始荷载取最大荷载的10%,每级加荷增量取最大荷载值的20%。每级加荷等级观测时间5 min,测读位移不少于3次,每级荷载稳定标准为3次,读取百分表位移量不超过0.10 mm。

表1 全长黏结型锚杆试验分组

试验组	地层	锚杆长度/m
1	②黏土	10
2		15
3	③黏土	10
4		15

表2 拉力型锚索试验分组

试验组	地层	钢绞线数量/根	锚固体长度/m	锚固体直径/mm
1	③黏土	2	7	150
2		4	14	150
3	④全风化泥灰岩	4	7	150
4		8	14	180
5	⑤强风化泥灰岩	4	7	150
6		9	14	180

每级荷载作用下的变形分为弹性变形和塑性变形。总变形为试验时每级荷载作用下的最大变形,记为 S ;塑性变形为试验时测得的不可恢复变形,即每级荷载加荷、卸荷后的残余变形,记为 S_p ;弹性变形为试验时测得的可恢复变形,可用每级荷载作用下的总变形减去塑性变形得到,记为 S_e 。

每组基本试验在同条件下进行3根锚杆(索)抗拔试验,每组基本试验可以得到同条件下3条 $P-S$ 曲线。3条荷载-变形曲线的试验条件相同,理论而言应基本一致,不会出现大的差异。为方便探究同条件下锚杆(索)极限承载力,将各个试验组3组试验数据平均并绘制出荷-变形曲线。图1、图2分别为锚杆、锚索平均曲线示例。

依据规范《建筑边坡工程技术规范》(GB 50330—2013)中锚杆基本试验循环加、卸荷等级,将 10% 预估破坏荷载作为初始荷载进行分级循环加荷。因此, $P-S$ 曲线呈现出初始变形为 0 而荷载不为 0 的情况。

图 1、图 2 显示试验组的 3 个试验数据基本一致, 偏差不大, 绘制平均荷载-总变形曲线有其意义。但并非所有试验组中的数据都具有一致性, 同样存在个别差异较大的情况。图 3 所示为数据差异较大的情况, 分析图中曲线分布可以发现锚杆 1-2 和锚杆 1-3 数据较为一致, 锚杆 1-1 则和其余两个锚杆数据差异较大。判断锚杆 1-1 的数据异常, 可能是试验误差所致。在计算锚杆试验组 1 的平均荷载及变形时将锚杆 1-1 的数据剔除。其它试验组中出现同样情况照此试例处理。锚杆及锚索平均试验曲线汇总如图 4、图 5 所示。

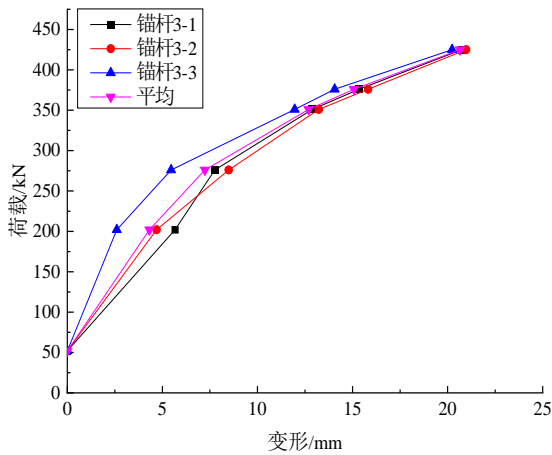


图 1 锚杆荷载-变形曲线
Fig. 1 Load-deformation curve of testing anchor rods

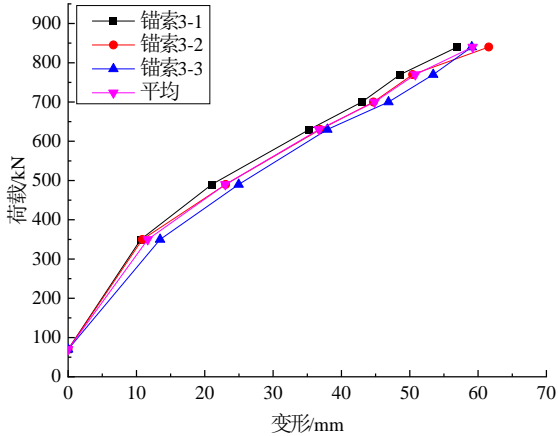


图 2 锚索荷载-变形曲线
Fig. 2 Load-deformation curve of testing anchor lines

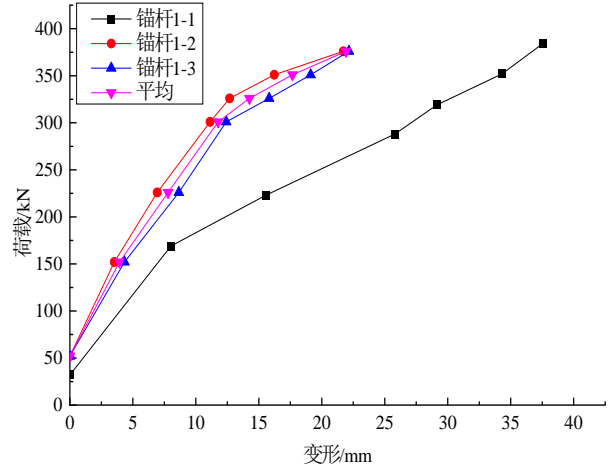


图 3 锚杆荷载变形数据差异较大情况曲线
Fig. 3 Large discrepancy between load-deformation curve of testing anchor rods

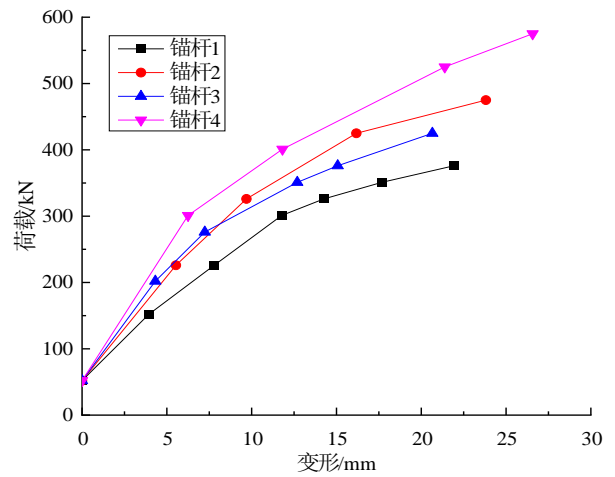


图 4 锚杆荷载-变形曲线
Fig. 4 Load-deformation curve of testing anchor rods

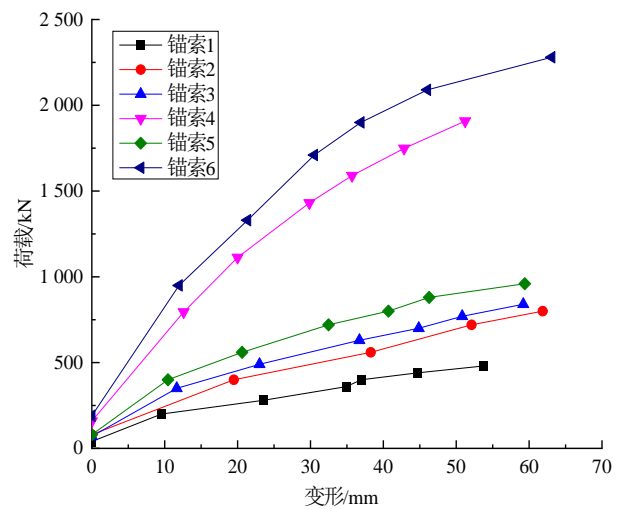


图 5 锚索荷载-变形曲线
Fig. 5 Load-deformation curve of testing anchor lines

2 基于平均荷载-位移曲线推断极限承载力

采用常用的指数模型和双曲线模型对锚杆(索)的极限抗拔试验平均荷载-位移曲线进行拟合推断极限承载力。

2.1 指数模型

如图1、图2所示,锚杆(索)基本试验中存在初始荷载,假设 $P-S$ 曲线符合指数方程:

$$P = P_1(1 - e^{-aS}) + P_0 \quad (1)$$

式中: P 为锚杆(索)荷载, kN; S 为锚杆(索)位移, mm; P_0 为初始荷载, kN; P_1 为待求锚杆(索)加载段极限荷载, kN; a 为沉降衰减因子, mm^{-1} 。

锚杆(索)极限承载力为 P_0 、 P_1 之和。未知参数 P_0 、 P_1 和 a 可以通过极限抗拔试验实测数据,利用Origin进行拟合计算分析确定。

2.2 双曲线模型

假设 $P-S$ 曲线符合双曲线方程:

$$P = \frac{aS}{S+b} + P_0 \quad (2)$$

式中: P 为锚杆(索)荷载, kN; S 为锚杆(索)位移, mm; P_0 为初始荷载, kN; a 、 b 为拟合参数。

拟合参数 P_0 、 a 和 b 可以通过极限抗拔试验实测数据,利用Origin进行拟合计算分析确定。

2.3 数学模型的选用

采用基本试验实测数据,分别应用双曲线模型和指数模型拟合,对极限承载力进行预测。图6、图7列出了锚杆试验组1、试验组2的双曲线模型和指数模型拟合结果的对比图。图8、图9列出了锚索试验组1、试验组2的双曲线模型和指数模型拟合结果对比图。表3、表4列出了锚杆、锚索各试验组的双曲线模型和指数模型拟合情况的比较。

图6~9显示双曲线模型和指数模型在试验荷载范围内基本相差不大。拟合方程的决定系数 R^2 最大值为1(越接近1说明拟合方程对观测值的拟合程度越好),表3、表4中两者决定系数 R^2 均在0.97以上,说明两种模型对试验数据的拟合效果都非常好。

双曲线模型和指数模型的预测结果均高于最大加载值,且双曲线模型预测结果明显高于指数模型预测结果。从图6~9可以看出,在变形增加到

最大加载值对应变形两倍左右时,指数模型对应荷载已经非常接近极限值,而双曲线模型则相去甚远。相较而言,指数模型预测值偏于安全,出于实际工程需求考虑,采用指数模型对锚杆(索)极限承载力进行预测。本文之后的极限承载力预测结果均为采用指数模型拟合的预测结果。

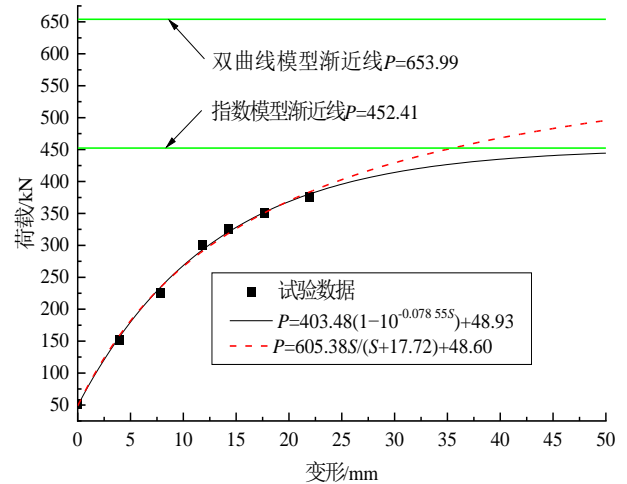


图6 锚杆试验组1拟合结果对比

Fig. 6 Comparison results of anchor rod test group 1

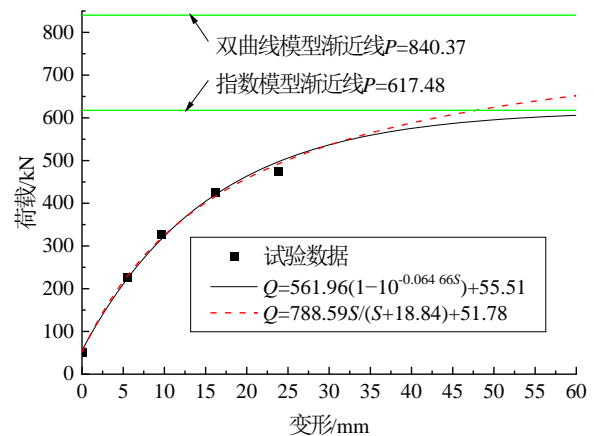


图7 锚杆试验组2拟合结果对比

Fig. 7 Comparison results of anchor rod test group 2

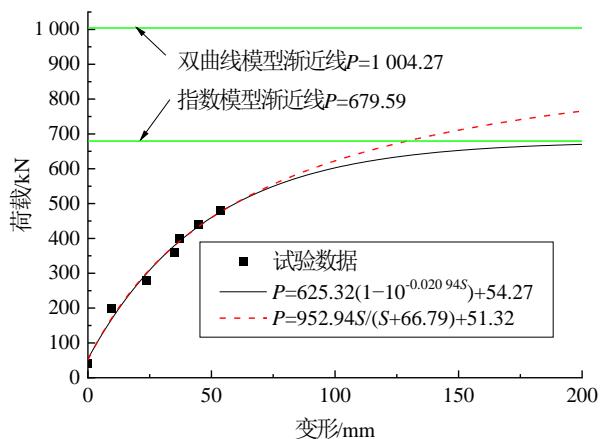


图8 锚索试验组1拟合结果对比

Fig. 8 Comparison results of anchor line test group 1

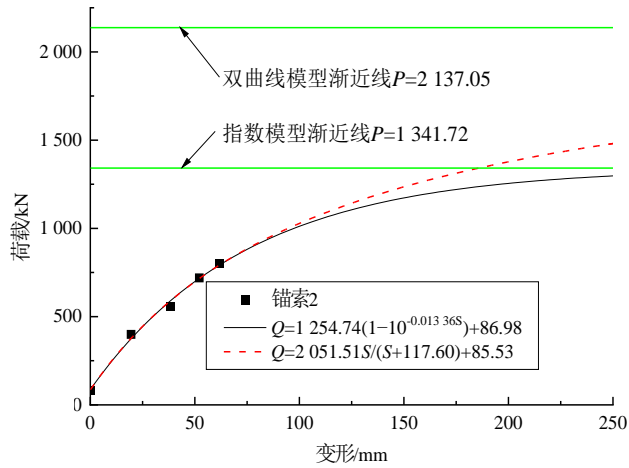


图 9 锚索试验组 2 拟合结果对比

Fig. 9 Comparison results of anchor line test group 2

表 3 锚杆试验组两种模型预测极限承载力比较

Table 3 Comparison of predicted ultimate bearing capacity of anchor rod by two models

试验组	最大加载值/kN	预测极限承载力/kN		决定系数 R ²	
		双曲线模型	指数模型	双曲线模型	指数模型
1	376	654.0	452.4	0.993 91	0.996 28
2	475	840.4	617.5	0.995 98	0.993 61
3	450	647.6	471.9	0.999 16	0.998 16
4	575	857.6	632.6	0.997 59	0.994 38

表 4 锚索试验组两种模型预测极限承载力比较

Table 4 Comparison of predicted ultimate bearing capacity of anchor line by two models

试验组	最大加载值/kN	预测极限承载力/kN		决定系数 R ²	
		双曲线模型	指数模型	双曲线模型	指数模型
1	480	1 004.3	679.6	0.980 30	0.978 59
2	800	2 137.0	1 341.7	0.990 96	0.990 13
3	840	1 575.3	1 077.6	0.993 59	0.991 40
4	1 908	4 026.6	2 611.1	0.999 53	0.999 84
5	960	1 599.1	1 131.6	0.996 68	0.994 76
6	2 280	3 776.6	2 660.1	0.995 17	0.997 55

2.4 平均荷载-位移曲线初始荷载消除

依据规范进行锚杆(索)基本试验得到的平均荷载-变形曲线, 因为初始荷载的存在, 导致初始荷载对应位移为 0, 而不是通过原点, 如图 1、图 2。试验时每组试验的初始荷载是明确的, 因此可以考虑将式(1)中的 P₀用试验初始荷载代替, 拟合得到极限承载力。此方法实际相当于将试验数据中的荷载值减去初始荷载, 再用指数模型拟合, 文后“初始荷载消除拟合”均指用此方法拟合。

采用锚索基本试验数据(共 6 组), 分别进行

直接拟合及消除初始荷载拟合, 并对比拟合结果。图 10、图 11 分别为试验组 1 和试验组 2 采用指数模型直接拟合结果和消除初始荷载拟合结果对比。表 5 为各试验组拟合方程参数及决定数。表 6 为各试验组采用两种方法预测极限承载力对比。

从图 10、图 11 可以看出, 两种拟合结果在试验荷载范围内基本一致, 最终预测极限承载力也相差较小。表 5、表 6 的拟合结果表明, 直接拟合的决定系数 R² 较消除初始荷载拟合结果的决定系数 R² 略小, 但均大于 0.97, 可见两种方法对试验数据的拟合程度都很好。极限承载力预测结果中, 除试验组 4、试验组 6 外消除初始荷载拟合的极限承载力预测值更偏于安全, 而这两个试验组预测值偏差仅 7.58 kN 和 6.97 kN, 相对预测值占比不足千分之三。相较而言, 消除初始荷载拟合对试验数据的吻合程度更好, 其预测值也偏于安全, 出于实际工程需求考虑, 采用消除初始荷载拟合的方式预测极限承载力。本文之后的极限承载力预测结果均为采用消除初始荷载拟合的预测结果。

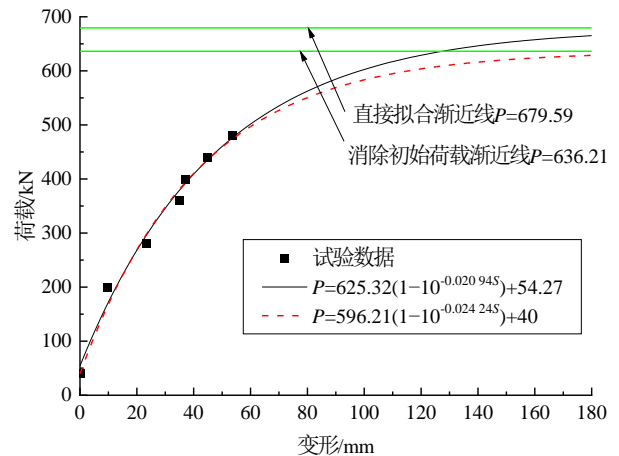


图 10 锚索试验组 1 拟合结果对比

Fig. 10 Comparison results of anchor line test group 1

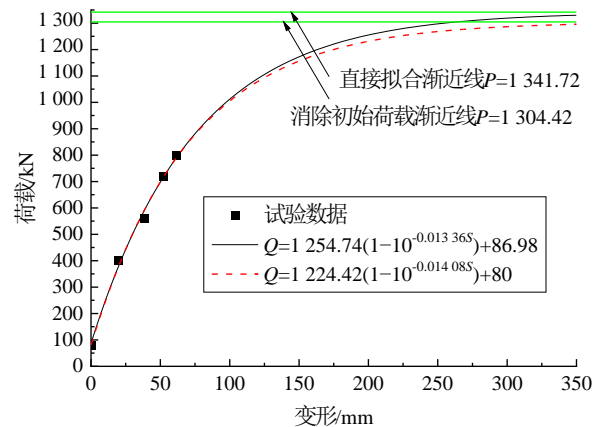


图 11 锚索试验组 2 拟合结果对比

Fig. 11 Comparison results of anchor line test group 2

表5 锚索平均曲线拟合结果

Table 5 Anchor line fitting results of mean curves

试验组	直接拟合			消除初始荷载拟合		
	$P_1/$ kN	$a/$ (mm ⁻¹)	$P_0/$ kN	$P_1/$ kN	$a/$ (mm ⁻¹)	$P_0/$ kN
1	625.32	0.020 94	54.27	596.21	0.024 24	40
2	1 254.74	0.013 36	86.98	1 224.42	0.014 08	80
3	992.27	0.022 83	85.30	974.61	0.024 67	70
4	2 455.48	0.024 48	155.63	2 459.68	0.024 31	159
5	1 038.49	0.029 52	93.10	1 035.42	0.030 86	80
6	2 478.32	0.030 95	181.74	2 477.03	0.030 67	190

表6 极限承载力预测值及决定系数

Table 6 Predicted values of ultimate bearing capacity and R^2

试验组	极限承载力预测值/kN		决定系数 R^2	
	直接拟合	消除初始荷载拟合	直接拟合	消除初始荷载拟合
1	679.59	636.21	0.978 59	0.980 93
2	1 341.72	1 304.42	0.990 13	0.993 22
3	1 077.57	1 044.61	0.991 40	0.992 43
4	2 611.10	2 618.68	0.999 84	0.999 87
5	1 131.59	1 115.42	0.994 76	0.995 41
6	2 660.06	2 667.03	0.997 55	0.998 01

2.5 极限承载力预测结果

表7、表8分别为锚杆、锚索各试验组预测结果与实测结果。

表7 锚杆预测结果与实测结果

Table 7 Predicted and measured results of anchor rod

试验组	土层	极限承载力/kN		极限黏结强度/kPa		比值
		最大加载值	预测值	试验值	预测值	
1	②黏土	376	456.0	119.7	145.1	1.21
2		475	614.9	100.8	130.5	1.29
3	③黏土	450	471.0	143.2	149.9	1.05
4		575	630.2	122.0	133.7	1.10

表8 锚索预测结果与实测结果

Table 8 Predicted and measured results of anchor line

试验组	土层	极限承载力/kN		极限黏结强度/kPa		比值
		最大加载值	预测值	试验值	预测值	
1	③黏土	480	636.2	145.5	192.9	1.33
2		800	1 304.4	121.3	197.7	1.63
3	④全风化	840	1 044.6	254.6	316.7	1.24
4	泥灰岩	1 908	2 618.7	241.0	330.8	1.37
5	⑤强风化	960	1 115.4	291.0	338.1	1.16
6	泥灰岩	2 280	2 667.0	288.0	336.9	1.17

表7结果显示,预测的极限承载力较试验最大加载值大,且③黏土层中锚杆的预测值较②黏土层更接近试验最大加载值。不同试验组预测同土层极限黏结强度基本一致,误差不超过12%,可见通过指数模型预测锚杆极限承载力较合理。试验组1、3锚杆长度为10 m,试验组2、4锚杆长度为15 m。同土层中,锚杆长度越长,预测的极限黏结强度反而有所降低,试验结果同样有此规律。可能是随着锚杆长度的增加,锚固体与土层之间摩擦利用率下降所致。

表8显示,预测的极限承载力较试验最大加载值大,且锚固土层越深,预测极限承载力越接近试验最大加载值。不同试验组预测同土层极限黏结强度基本一致,误差不超过5%。可见通过指数模型预测锚索极限承载力是可行的。

3 基于拟合曲线推断极限承载力进一步探讨

采用数学模型拟合试验数据得到拟合曲线,可以将拟合曲线变形趋近无穷大时对应的荷载极限值作为极限承载力。文献^[5-15]中采用指数、双曲线、幂函数等模型研究桩或锚杆(索)的极限承载力时也是如此。但通过此方法预测的极限承载力有时与试验最大加载值相去甚远,如表8中锚索的预测结果与最大加载值的最大比值达到了1.63。

分析原因之一可能是规范对破坏的特殊规定,按规范^[1]要求试验时只要后一级荷载产生的锚头位移增量达到或超过前一级荷载产生的位移增量的两倍,可判定锚杆破坏。按此规定判定锚杆破坏并中止试验,但同时荷载却可能并未达到锚杆的真正极限值。因此可以按照规范要求的加载等级代入拟合方程反算出对应变形,取满足该破坏条件的对应变形作为极限变形,对应极限变形的荷载作为极限承载力。将通过此方法得到的极限值称作修正极限值。

表9为规范^[1]规定的锚杆极限抗拔试验加荷等级。可以看出,除了第一循环到第二循环荷载增量为20%外,其余循环之间荷载增量均为10%。代入荷载等级到拟合曲线中时,可能直到加载到80%仍未出现位移增量是上级位移增量两倍的情况,此时仍继续按10%增量增大荷载直到出现位移增量满足破坏条件或者直到荷载大于极限值(此时无法求得对应位移),修正极限值取前一级荷载。表10、表11分别为锚杆和锚索各试验组修正极限值。

表 10、表 11 显示, 修正极限值与极限值之间差距不大, 其比值范围大约在 0.84~0.90 之间, 出于安全考虑可以将修正系数取为 0.85。采用指数模型预测锚杆(索)极限承载力时, 可以使用拟合函数荷载极限值乘以 0.85 的修正系数作为极限承载力。

表 9 锚杆极限抗拔试验加荷等级

Table 9 Loading step of anchor rod ultimate pull-out tests

加荷增量 A_{sfpk}/kN						
初始荷载	第一循环	第二循环	第三循环	第四循环	第五循环	第六循环
—	10	10	10	10	10	10
—	—	30	30	30	30	30
—	—	—	40	50	60	60
10	30	40	50	60	70	80
—	—	—	40	50	60	60
—	—	30	30	30	30	30
—	10	10	10	10	10	10

表 10 锚杆修正极限值

Table 10 Correction values of anchor rod ultimate capacity

试验组	修正极限值/kN	极限值/kN	比值
1	402.9	456.0	0.88
2	537.2	614.9	0.87
3	402.9	471.0	0.86
4	537.2	630.2	0.85

表 11 锚索修正极限值

Table 11 Correction values of anchor line ultimate capacity

试验组	修正极限值/kN	极限值/kN	比值
1	561.8	636.2	0.88
2	1 123.6	1 304.4	0.86
3	873.9	1 044.6	0.84
4	2 247.2	2 618.7	0.86
5	998.7	1 115.4	0.90
6	2 247.2	2 667.0	0.84

4 结论与建议

采用指数模型和双曲线模型对红河综合交通枢纽项目锚杆(索)基本试验平均-荷载曲线进行拟合, 相较而言指数模型对极限承载力的预测结果偏于安全。

锚杆(索)基本试验在初始荷载的基础上进行, 拟合时可以直接拟合也可消除初始荷载后拟合, 用

两种拟合方法对锚索基本试验数据进行处理分析, 发现消除初始荷载拟合对极限承载力的预测偏于安全。

拟合完成之后, 可以将规范规定的荷载加载等级和破坏判定条件代入拟合方程得到修正极限值, 对锚杆(索)基本试验的拟合方程研究发现, 修正极限值与拟合方程极限值比值范围在 0.84~0.90。采用指数模型预测锚杆(索)的极限承载力时, 可以将 0.85 倍的拟合方程极限值作为极限承载力使用。

参考文献

- [1] 中国工程建设标准化协会. 岩土锚杆(索)技术规程: CECS 22: 2005[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2005.
China Association for Engineering Construction Standardization. Technical Specification for Ground Anchors: CECS 22: 2005[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2005.
- [2] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 建筑边坡工程技术规范: GB 50330—2013[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2013.
Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Technical Code for Building Slope Engineering: GB 50330—2013[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2013.
- [3] 国家铁路局. 铁路路基支挡结构设计规范: TB 10025—2019[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2019.
National Railway Administration of the Peoples's Republic of China. Code for Design of Retaining Structures of Railway Earthworks: TB 10025—2019[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2019.
- [4] 李成, 葛钦存, 杨有海. 膨胀软岩地层灌浆锚杆拉拔试验研究及抗拔力的可靠度分析[J]. 兰州铁道学院学报, 1994, 13(3): 19-25.
LI Cheng, GE Qin-cun, YANG You-hai. Expansive rock anchor pull-out test and research[J]. Journal of Lanzhou Railway Institute, 1994, 13(3): 19-25.
- [5] 吴永红, 刘树林, 张景恒, 等. 钢筋混凝土预制桩 $P-S$ 曲线及极限承载力[J]. 工程勘察, 2000(3): 44-46.
WU Yong-hong, LIU Shu-lin, ZHANG Jing-heng, et al. $P-S$ curve and bearing capacity of precast RC pile[J]. Geotechnical Investigation & Surveying, 2000(3): 44-46.
- [6] 修朝英, 李大展. 单桩垂直静载试验 $P-S$ 曲线的数学描述和极限荷载的预测[J]. 岩土工程学报, 1988, 10(6): 64-73.
XIU Chao-ying, LI Da-zhan. Mathematical expression and

