

【一题一议】

共振柱试验确定土动剪切模量和 阻尼比的理论辨析

陈龙珠¹, 顾晓强²

(1. 上海交通大学 船建学院土木工程系, 上海 200240; 2. 同济大学 土木工程学院地下建筑与工程系, 上海 200092)

摘要: 共振柱试验是目前测定土的动模量和阻尼比的常用方法。本文对底端固定、顶端附加质量且受简谐扭矩激振的黏弹性连续体模型给出了顶端扭转角、角速度和角加速度的稳态强迫振动幅频关系, 推导了这三种曲线的峰频算式。由此对现行《土工试验方法标准》(GB/T 50123—2019) 涉及共振柱试验的计算方法存在的缺陷进行了辨析, 为更合理地确定试样动剪切模量、动剪应变幅和阻尼比提供了理论依据。本文还对共振柱试验中采用自由振动法确定试样阻尼比的信号选择进行了讨论。

关键词: 土动力学; 共振柱试验; 动剪切模量; 阻尼比; 土工试验方法标准

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 2096-7195(2022)05-0445-06

Theoretical discrimination for determining dynamic shear modulus and damping ratio of soils by resonant column test

CHEN Long-zhu¹, GU Xiao-qiang²

(1. Department of Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China;

2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: The resonant column testing is the widely used test to determine the dynamic shear modulus and damping ratio of soils. In this study, the specimen in a resonant column test is modeled as a viscoelastic cylinder with a fixed bottom and a mass for the excitation and measuring transducers attached on the top, and the amplitudes of the torsional angle, angular velocity, and angular acceleration versus frequency at the top under steady-state forced vibrations are introduced. Then, the peak-frequency formulas of these three curves are deduced and the calculation methods in Chinese standard for geotechnical testing method (GB/T 50123—2019) are discussed in order to more accurately calculate the dynamic shear modulus, shear strain amplitude and damping ratio. Moreover, the method to choose signals for determining the damping ratio in a resonant column test with free vibration is also discussed.

Key words: soil dynamics; resonant column test; dynamic shear modulus; damping ratio; standard for geotechnical testing method

0 引言

在场地震安全性评估、地基抗震加固和环境振动治理等工程中, 通常需要采用动三轴试验和共振柱试验测定地基土的动剪切模量、阻尼比与剪应变幅的关系曲线。一般来说, 对测试原理基于线性振动理论的共振柱试验, 试样最大应变幅不高于 1×10^{-3} , 而动三轴试验适用的应变幅范围则不低于

1×10^{-4} , $1 \times 10^{-4} \sim 1 \times 10^{-3}$ 常是它们的交叠区间。因此, 将这两种试验的测试结果整合起来, 便可为试样提供较为完整的动剪切模量、阻尼比与动应变幅的关系曲线^[1-2]。

根据材料力学基本理论, 对固结后高度为 h_c 、截面直径 d_c 的圆形实心截面试样, 若已知在其顶端受到的扭矩 T 及其相对于底端的扭转角 θ 等参数, 则试样的剪切模量可由理论公式来计算。利用这个

收稿日期: 2022-05-16

基金项目: 上海市“曙光计划”资助项目(20SG22)。

作者简介: 陈龙珠(1962—), 男, 安徽枞阳县人, 教授, 博士生导师, 主要从事土动力学及地基基础、建筑振动与综合防灾等领域的教学与科研工作。E-mail: lzchen@sjtu.edu.cn。

原理直接测定试样的剪切模量,必须精密测定试样受到的扭矩及其产生的扭转角,但这在以往却并不容易做到,直到近些年随着测量传感器的进步才被开发应用^[3-4]。我国目前仍普遍采用传统的共振柱试验技术^[5-6],即对类似于动三轴试验的试样,在其顶端施加一系列振动频率的扭矩,同时测定试样顶端水平安装的加速度计电压信号,再由其幅频关系曲线的峰点频率确定试样的共振频率和动剪切模量,并由转换而得的扭转角位移幅频曲线的峰点频率及其两侧半功率点之间的频差计算试样的阻尼比。这种稳态强迫振动法确定试样的动剪切模量,避免了精确测量试样所受动扭矩的困难。在共振柱试验中,也可以瞬间卸除使试样顶端产生预期转角的扭转激励,让试样转为自由振动状态,再由所记录到的试样扭转振动衰减时程曲线来确定它的阻尼比,这是自由振动法。

目前常见的共振柱仪可分为底端固定顶端自由、底端固定顶端受弹簧支承两类,其中前者的试样与顶端激振和测振传感器附加质量整体系统的动力特性求解相对简单,本文将以此为对象,并结合《土工试验方法标准》(GB/T 50123—2019)^[5]的相关规定,进行分析讨论。试样顶面的扭转角振幅 θ_0 及其对应的动剪应变幅 γ ,通常是由加速度计测到的水平向线加速度经计算得出: $\theta_0 = U_0 / (4d_1\beta\pi^2 f^2)$ 、 $\gamma = \theta_0 d_c / (3h_c)$,其中 d_1 、 U_0 、 β 和 f 依次为加速度计到试样轴线的距离、加速度计电压振幅、加速度计标定系数和振动频率。显然,试样顶面的加速度计电压 U_0 或扭转角加速度振幅 $\ddot{\theta}_0 = U_0 / (d_1\beta)$ 与扭转角速度振幅 $\dot{\theta}_0 = \ddot{\theta}_0 / (2\pi f)$ 、扭转角振幅 $\theta_0 = \ddot{\theta}_0 / (2\pi f)^2$ 随振动频率而变化的关系,彼此之间是不同的。因此,它们的幅频曲线峰点频率、峰点两侧半功率点频率及其差值,彼此之间也会存在差别。共振柱试验测定试样动剪切模量 G_d 的理论计算公式为:

$$G_d = \rho_0 (2\pi f_m h_c / \beta_s)^2 \quad (1)$$

式中: ρ_0 为试样的质量密度; f_m 是试样的固有频率; β_s 为扭转振动的无量纲频率因数。但是,根据其第30.3.4条中的第3点和第30.4.2条,《土工试验方法标准》对其式(30.4.2)或本文式(1)中的 f_m ,采用了 U_0-f 曲线和 $\ddot{\theta}_0-f$ 曲线的峰点频率(扭转角加速度共振频率) $f_{\theta p}$,同时也由此按其式(30.4.1-1)计算对应的剪应变幅。另外,该标准确定试样阻尼比 λ_1 的式(30.4.6-2),涉及的则是 θ_0-f 曲线的峰点频率 $f_{\theta p}$ (扭转角共振频率,该标准采用符号 f_n)。由

此可见,需要弄清 $f_{\theta p}$ 、 f_m 和 $f_{\theta p}$ 的相对大小状况,才能判断由该标准方法确定的试样动剪切模量、动剪应变幅和阻尼比的数值是否合理和可靠。本文主要从理论上对此进行辨析与讨论。

1 黏弹性试样扭转稳态强迫振动解与应用

1.1 理论解答

对图1所示的坐标系,圆柱试样底端固定,顶端安装有总质量为 m_a 的激振压板和量测传感系统。假设土为线性黏弹性材料,则试样扭转振动的运动方程为:

$$\frac{\partial^2 \theta(z,t)}{\partial t^2} = \frac{G_d}{\rho_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[\theta(z,t) + \eta_t \frac{\partial \theta(z,t)}{\partial t} \right] + \frac{T(t)\delta(z-h_c)}{\rho_0} \quad (2)$$

式中: $\theta(z,t)$ 是与试样底端距离为 z 处截面随时间 t 而变化的转角; η_t 为试样扭转振动阻尼系数; $T(t)$ 为试样顶端外加扭矩; δ 为奇异函数。

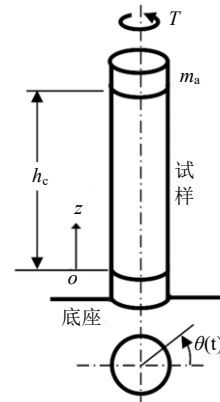


图1 共振柱试验扭转振动力学模型

Fig. 1 Mechanical model of torsional vibration for resonant column test

式(2)所采用的模型,假设了阻尼效应与试样的动剪切模量成正比,属于一种瑞利阻尼,由此根据结构动力学理论可知,试样的强迫振动可按振型叠加法求解。因试样相邻振型的固有频率间距较大,对共振柱试验的频率范围而言,可仅考虑第1振型的影响:

$$\theta(z,t) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i(z)x_i(t) \approx A_1(z)x_1(t) \quad (3)$$

其中第1阶振型函数可表示为^[1]:
 $A_1(z) = \sin\left(\frac{\omega_{nt}z}{\sqrt{G_d/\rho_0}}\right)$, $\omega_{nt} = 2\pi f_m$ 是试样扭转的第1阶固有圆频率。将式(3)代入式(2),且对各项同乘以 $A_1(z)$,然后再对各项沿试样高度进行积分,可得:

$$\ddot{x}_1 + 2\lambda_1\omega_{nt}\dot{x}_1 + \omega_{nt}^2x_1 = \alpha T(t) \quad (4)$$

式中: $\lambda_t = \eta_t \omega_m / 2$ 为试样扭转振动的阻尼比;

$$\alpha = \frac{\sin(\omega_m h_c / \sqrt{G_d / \rho_0})}{\rho_0 \int_0^{h_c} A_1^2(z) dz}$$

常数。取 $T(t) = T_0 \sin(\omega t)$, 记频率比 $R = \omega / \omega_m = f / f_m$, 式 (4) 的稳态强迫振动解为:

$$x_1 = \frac{\alpha T_0}{\omega_m^2} \frac{1}{\sqrt{(1-R^2)^2 + (2\lambda_t R)^2}} \sin(\omega t - \phi), \tan \phi = \frac{2\lambda_t R}{1-R^2} \quad (5)$$

将式 (5) 代入式 (3), 可得到试样顶端扭转角的稳态强迫振动解:

$$\theta(t) = \frac{\alpha T_0}{\omega_m^2} \sin\left(\frac{\omega_m h_c}{G_d / \rho_0}\right) \frac{1}{\sqrt{(1-R^2)^2 + (2\lambda_t R)^2}} \sin(\omega t - \phi) \quad (6)$$

其振幅为:

$$\theta_0 = \frac{\alpha T_0}{\omega_m^2} \sin\left(\frac{\omega_m h_c}{G_d / \rho_0}\right) \frac{1}{\sqrt{(1-R^2)^2 + (2\lambda_t R)^2}} \quad (7)$$

对给定的试样, 其顶端扭转角振幅随频率比而变化的规律, 主要由式 (7) 右边中的因子 $F_\theta = \frac{1}{\sqrt{(1-R^2)^2 + (2\lambda_t R)^2}}$ 决定, 它与简谐激励下单自由

度体系的稳态强迫振动放大系数表达式类同。由 $\frac{dF_\theta}{dR} = 0$, 求得 F_θ 的峰点频率比和峰值为:

$$R_{\theta p} = \sqrt{1-2\lambda_t^2}, F_{\theta p} = \frac{1}{2\lambda_t \sqrt{1-\lambda_t^2}} \quad (8)$$

对于简谐振动, 容易写出试样顶端扭转振动的角速度和角加速度振幅:

$$\dot{\theta}_0 = \omega \theta_0 = \frac{\alpha T_0}{\omega_m} \sin\left(\frac{\omega_m h_c}{G_d / \rho_0}\right) \frac{R}{\sqrt{(1-R^2)^2 + (2\lambda_t R)^2}} \quad (9)$$

$$\ddot{\theta}_0 = \omega^2 \theta_0 = \alpha T_0 \sin\left(\frac{\omega_m h_c}{G_d / \rho_0}\right) \frac{R^2}{\sqrt{(1-R^2)^2 + (2\lambda_t R)^2}} \quad (10)$$

它们与频率比相关的因子分别为 $F_{\dot{\theta}} = R / \sqrt{(1-R^2)^2 + (2\lambda_t R)^2}$ 、 $F_{\ddot{\theta}} = R^2 / \sqrt{(1-R^2)^2 + (2\lambda_t R)^2}$, 对应的峰点频率比和峰值依次为:

$$R_{\dot{\theta} p} = 1, F_{\dot{\theta} p} = \frac{1}{2\lambda_t} \quad (11)$$

$$R_{\ddot{\theta} p} = \frac{1}{\sqrt{1-2\lambda_t^2}}, F_{\ddot{\theta} p} = F_{\theta p} \quad (12)$$

1.2 动剪切模量计算

从上述结果得知, 当阻尼比 $\lambda_t \neq 0$ 时, 有 $f_{\theta p} > f_m = f_{\dot{\theta} p} > f_{\ddot{\theta} p}$ 且 $f_{\dot{\theta} p} f_{\ddot{\theta} p} = f_{\theta p}^2 = f_m^2$ 。也就是说, 试样扭转角加速度和角位移的共振频率均受阻尼比的影响, 只有角速度的共振频率与阻尼比无关而与试样的固有频率相同。

在共振柱试验所测试样阻尼比的常见范围内, 表 1 列出了试样扭转角幅频曲线和角加速度幅频曲线峰频比的平方随阻尼比而变化的数据。由表中数据可见, 当阻尼比低于 0.10 时, 试样扭转角和角加速度幅频曲线的峰频与固有频率相差很小; 但之后随着阻尼比的增加, 两种峰频比平方的数值与 1 的差距会越来越大。对多种类型的土来说, 试验结果表明, 阻尼比会随着动剪应变幅的增大而升高, 当动剪应变幅处于 $1 \times 10^{-4} \sim 1 \times 10^{-3}$ 区间时, 阻尼比随动剪应变幅增大会快速升高, 阻尼比会进入 0.10~0.20 范围之内^[7-8]。由表 1 可见, 当阻尼比处于 0.10~0.20 时, 由角加速度幅频曲线峰频替代试样固有频率计算得出的动剪切模量, 将会偏高 2.0%~8.7%。

表 1 试样扭转角和角加速度幅频曲线峰频比平方值
Table 1 Squared peak frequency ratios of the amplitude-frequency curves for torsional angle and angular acceleration of specimen

λ_t	$R_{\theta p}^2$	$R_{\dot{\theta} p}^2$	$R_{\ddot{\theta} p}^2 / R_{\theta p}^2$
0.025	0.999	1.001	0.998
0.050	0.995	1.005	0.990
0.075	0.989	1.011	0.978
0.100	0.980	1.020	0.961
0.125	0.969	1.032	0.939
0.150	0.955	1.047	0.912
0.175	0.939	1.065	0.882
0.200	0.920	1.087	0.846

综上所述, 《土工试验方法标准》不宜由实测的 $f_{\theta p}$ 来替代其式 (30.4.2), 即本文式 (1) 中的 f_m 。应采用试样顶端扭转角速度幅频曲线的峰频 $f_{\dot{\theta} p}$ 来进行计算, 这不但在理论上是严密的, 而且在目前已数字化的共振柱试验系统中也不存在困难。

1.3 动剪应变幅计算

从本文引言介绍可知, 试样的动剪应变与扭转角直接关联。因此, 宜以扭转角幅频曲线的峰点来反映试样受到的最大动剪应变幅, 而由扭转角加速度幅换算出的扭转角, 是与振动频率的平方成反比的。由表 1 最右一列数据可知, 当阻尼比处于 0.10~0.20 时, 由 $f_{\dot{\theta} p}$ 替代 $f_{\theta p}$ 计算出的试样剪应变幅将会偏低 3.9%~15.4%, 为接近于前述动剪切模量误差的两倍。

从以上两点理论分析结果似可推论, 由于阻尼比一般是随着动剪应变的增大而增大的, 《土工试验方法标准》所存在的上述两点问题, 对共振柱与动三轴试验数据合成绘制动剪切模量与动剪应变

幅曲线的连贯性,可能也会带来一些影响。文献[2]给出的几种土样试验曲线表明,在动剪应变幅交叠区域,由共振柱试验测得的动剪切模量比动三轴试验测得的略高。但有哪些因素对此产生了影响,尚待更进一步的观察和分析。

1.4 强迫振动法的阻尼比计算

参照单自由度结构强迫振动幅频曲线特征,在激振频率接近于固有频率的范围内,结构振幅受阻尼比的影响极其敏感,阻尼比较小时尤其如此。因此,对共振柱试验确定阻尼比的方法,宜尽量做到精准。利用上面推导出的式(8)、式(11)和式(12),从理论上说,可由扭转角、角速度和角加速度幅频曲线的峰频来确定试样的阻尼比:

$$\lambda_t = \sqrt{\frac{1 - (f_{0p} / f_{nt})^2}{2}} = \sqrt{\frac{1 - (f_{nt} / f_{0p})^2}{2}} \quad (13)$$

但在阻尼比较小时,要想由这两个公式确定阻尼比具有足够高的精度,则需要在试验时选用足够小的激振频率间隔,以便获得足够分辨率的峰频。

在《地基动力特性测试规范》^[6]中,由共振柱试验测定试样阻尼比,只给出了自由振动法的算式;而《土工试验方法标准》同时给出了自由振动法和稳态强迫振动法的算式,其中后者的式(30.4.6-2)用本文符号表示则为:

$$\lambda_t = \frac{1}{2} \left(\frac{f_2 - f_1}{f_{0p}} \right) \quad (14)$$

式中: f_1 和 f_2 是试样扭转角幅频曲线峰点两侧、振幅为 $\sqrt{2}/2$, 即 70.7% 的峰值处两个半功率点对应的频率,其在如图 2 所示的 $F-R$ 曲线上对应于 R_1 和 R_2 。

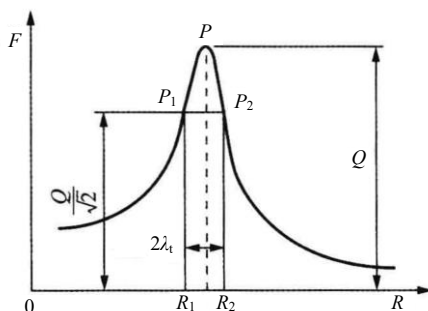


图 2 确定试样阻尼比的半功率点

Fig. 2 Half power points for the soil damping ratio

根据上述定义,令 $F_0 = (\sqrt{2}/2)F_{0p}$, 经整理且忽略含 λ_t^2 项,得:

$$R_1 = \sqrt{(1 - 2\lambda_t^2) - 2\lambda_t \sqrt{1 - \lambda_t^2}} \approx 1 - \lambda_t \quad (15a)$$

$$R_2 = \sqrt{(1 - 2\lambda_t^2) + 2\lambda_t \sqrt{1 - \lambda_t^2}} \approx 1 + \lambda_t \quad (15b)$$

由此式得到 $\lambda_t = (R_2 - R_1)/2 = (f_2 - f_1)\sqrt{1 - 2\lambda_t^2}/(2f_{0p})$ 。将其比较可知,式(14)是经过多次假设 $\lambda_t^2 = 0$ 而得出的。将表 2 中的数据代入式(14),当阻尼比处于 0.10~0.20 时,所得阻尼比高于精确值 2.0%~9.0%。

另一方面,由式(11)可知, $f_{0p} = f_{nt}$ 。若图 2 是试样顶端扭转角速度的幅频曲线,则令 $F_0 = (\sqrt{2}/2)F_{0p}$, 经整理且最终也忽略含 λ_t^2 项,得:

$$R_1 = \sqrt{(1 + 2\lambda_t^2) - 2\lambda_t \sqrt{1 + \lambda_t^2}} \approx 1 - \lambda_t \quad (16a)$$

$$R_2 = \sqrt{(1 + 2\lambda_t^2) + 2\lambda_t \sqrt{1 + \lambda_t^2}} \approx 1 + \lambda_t \quad (16b)$$

将其重新整理,得:

$$\lambda_t = \frac{R_2 - R_1}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{f_2 - f_1}{f_{nt}} \right) \quad (17)$$

表 2 试样扭转角幅频曲线半功率点频率比的精确值

Table 2 Exact values of the frequency ratio at half-power point of the amplitude-frequency curve for torsional angle of the specimen

λ_t	f_1/f_{0p}	f_2/f_{0p}
0.025	0.975	1.025
0.050	0.948	1.049
0.075	0.921	1.073
0.100	0.893	1.097
0.125	0.863	1.121
0.150	0.830	1.145
0.175	0.796	1.169
0.200	0.758	1.194

由此可见,若将《土工试验方法标准》对稳态强迫振动法算式(30.4.6-2)规定的试样扭转角幅频曲线,改为扭转角速度幅频曲线,则在理论上相对更加严密。将表 3 数据代入式(17),所得阻尼比几乎没有误差。

表 3 试样扭转角速度幅频曲线半功率点频率比的精确值

Table 3 Exact values of the frequency ratio at half-power point of the amplitude-frequency curve for angular velocity of the specimen in torsion

λ_t	R_1	R_2
0.025	0.975	1.025
0.050	0.951	1.051
0.075	0.928	1.078
0.100	0.905	1.105
0.125	0.883	1.133
0.150	0.861	1.161
0.175	0.840	1.190
0.200	0.820	1.220

对于式(16)的精确算式和表3中的数据, 容易验证 $R_1 R_2 = 1$, 即 $f_1 f_2 = f_m^2$, 由此可以对实测扭转角速度幅频曲线的可靠性进行检验。当遇到试样扭转角速度幅频曲线的频率范围不足以确定 R_2 时, 可以由 R_1 计算阻尼比:

$$\lambda_t = (1 - R_1^2) / (2R_1) \quad (18)$$

2 黏弹性试样扭转自由振动解与应用

令式(2)中试样顶端外加扭矩 $T(t)$ 为 0, 便是其自由振动的运动方程。同样按振型叠加法求解并仅保留第一振型的影响, 则可以得到试样顶端扭转角位移的自由振动解^[9]:

$$\theta(t) = a \sin\left(\frac{\omega_m h_c}{\sqrt{G_d / \rho_0}}\right) e^{-\lambda_t \omega_m t} \sin(\omega_d t + \varphi) \quad (19)$$

式中: a 和 φ 是由初始条件确定的积分常数; $\omega_d = \omega_m \sqrt{1 - \lambda_t^2}$, 是有阻尼试样扭转自由振动的圆频率。对式(19)等号两边关于时间 t 分别求一次和二次导数, 得到试样顶端扭转角速度 $\dot{\theta}(t)$ 和加速度 $\ddot{\theta}(t)$ 的自由振动解答, 它们仍然可以整理成与式(19)相同的形式, 只是 a 和 φ 的算式(为节省篇幅此处省略)彼此有别而已。由此可知, 对试样扭转角位移、角速度和角加速度来说, 它们在自由振动时程曲线上的振幅衰减规律均遵从于 $e^{-\lambda_t \omega_m t}$, 故可以采用任一个来分析计算试样的阻尼比。如图3所示, 相邻两个扭转角位移峰点的时间间隔为 $T_d = 2\pi / \omega_d$, 采用信号上第 i 、 $i+n$ 个峰值 θ_i 和 θ_{i+n} , 则试样扭转振动的对数递减率为:

$$\delta_t = \ln\left(\frac{\theta_i}{\theta_{i+n}}\right) = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{\theta_i}{\theta_{i+n}}\right) = \frac{2\pi\lambda_t}{\sqrt{1-\lambda_t^2}} \quad (20)$$

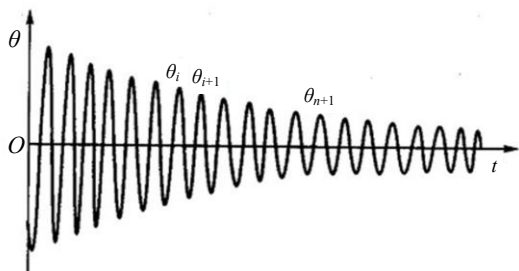


图3 试样扭转角的自由振动时程信号示意图

Fig. 3 Schematic curve of rotation angle versus time for specimen under free vibration

由试验测得对数递减率后, 可由式(20)得到相应的阻尼比:

$$\lambda_t = \frac{\delta_t}{\sqrt{4\pi^2 + \delta_t^2}} \approx \frac{\delta_t}{2\pi} \quad (21)$$

经验算可知, 当 $\delta_t < 1.29$ 或 $\lambda_t < 0.20$ 时, 由式

(21) 近似算式求出的阻尼比, 偏大于精确值, 误差在 2% 之内。

由于自由振动随时间的推移逐渐减弱, 动剪应变幅会随之降低, 继而使得试样的阻尼比会发生变化。因此, 在采用自由振动法测定试样的阻尼比时, 宜对开始阶段的时程曲线进行分析。

3 结 论

本文通过理论推导和分析, 对现行《土工试验方法标准》所含共振柱试验确定试样动剪切模量、动剪应变幅和阻尼比的方法, 提出如下几点改善意见:

(1) 在试样动剪切模量的算式中, 应采用扭转角速度幅频曲线的峰频, 即试样的固有频率。

(2) 在试样动剪应变幅的算式中, 宜采用扭转角幅频曲线的峰频。

(3) 在稳态强迫振动法确定试样阻尼比的算式中, 应采用扭转角速度幅频曲线的峰频及两个半功率点的频差。

(4) 采用自由振动法确定试样的阻尼比, 扭转角、角速度和角加速度或加速度计电压时程曲线均可选用。

参考文献

- [1] 谢定义. 土动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2011.
XIE Ding-yi. Soil Dynamics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2011.
- [2] 卜屹凡, 陈国兴, 周正龙, 等. 动剪切模量与阻尼比的共振柱和动三轴对比试验研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2021, 41(2): 343-349.
BU Yi-fan, CHEN Guo-xing, ZHOU Zheng-long, et al. Comparison research on the normalized dynamic shear modulus and damping ratio by resonant column and cyclic triaxial tests[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2021, 41(2): 343-349.
- [3] DRNEVICH V P, WERDEN S, ASHLOCK J C, et al. Applications of the new approach to resonant column testing[J]. Geotechnical Testing Journal, 2015, 38(1): 23-39.
- [4] Standard Test Methods for Modulus and Damping of Soils by Fixed-Base Resonant Column Devices: ASTM D4015-15[S]. ASTM International, 2015.
- [5] 中华人民共和国住房和城乡建设部, 国家市场监督管理总局

理总局. 土工试验方法标准: GB/T 50123—2019[S]. 北京: 中国计划出版社, 2019.

Ministry of Housing and Urban-Rural Development of PRC, State Administration for Market Regulation. Standard for Geotechnical Testing Method: GB/T 50123—2019[S]. Beijing: China Planning Press, 2019.

[6] 中华人民共和国住房和城乡建设部, 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局. 地基动力特性测试规范: GB/T 50269—2015[S]. 北京: 中国计划出版社, 2015.

Ministry of Housing and Urban-Rural Development of PRC, General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of PRC. Code for Measurement Methods of Dynamic Properties of Subsoil: GB/T 50269—2015[S]. Beijing: China Planning Press, 2015.

[7] 袁晓铭, 孙锐, 孙静, 等. 常规土类动剪切模量比和阻尼比试验研究[J]. 地震工程与工程振动, 2000, 20(4): 133-139.

YUAN Xiao-ming, SUN Rui, SUN Jing, et al. Laboratory experimental study on dynamic shear modulus ratio and damping ratio of soils[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2000, 20(4): 133-139.

[8] 刘鑫, 李飒, 刘小龙, 等. 南海钙质砂的动剪切模量与阻尼比试验研究[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(9): 1773-1780.

LIU Xin, LI Sa, LIU Xiao-long, et al. Experimental study on dynamic shear modulus and damping ratio of calcareous sands in the South China Sea[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, 41(9): 1773-1780.

[9] 顾尧章, 李相崧, 沈智刚. 土动力学中的自振柱试验[J]. 土木工程学报, 1984, 17(2): 39-47.

GU Yao-zhang, LI Xiang-son, SHEN Zhi-gang. A free-vibrating column test in soil dynamics[J]. China Civil Engineering Journal, 1984, 17(2): 39-47.



(上接第 422 页)

[14] 王武艺, 田黎. 油罐基础纠偏常用方法及其应用[J]. 西部探矿工程, 2006, 126(10): 4-6.

WANG Wu-yi, TIAN Li. Conventional methods of rectifying a deviation for oil tank foundations and its application[J]. West-China Exploration Engineering, 2006, 126(10): 4-6.

[15] 李海涛. 袖阀管法注浆技术在储罐基础纠偏中的应用[J]. 石油工程建设, 2009, 35(2): 69-72.

LI Hai-tao. Application of sleeve valve tube grouting technique for rectifying tank foundation deviation[J]. Petroleum Engineering Construction, 2009, 35(2): 69-72.

[16] 陈严飞, 马尚, 董绍华, 等. 地基不均匀沉降下大型储罐变形规律和预测方法研究[J]. 储运工程, 2021, 40(3): 50-55.

CHEN Yan-fei, MA Shang, DONG Shao-hua, et al. Study

on deformation law and prediction method of large storage tanks under un-even settlement[J]. Storage and Transportation Engineering, 2021, 40(3): 50-55.

[17] 刘红军, 石晓然, 王秀海. 储罐群复合地基差异沉降有限元数值分析[J]. 中国海洋大学学报, 2016, 46(2): 117-123.

LIU Hong-jun, SHI Xiao-ran, WANG Xiu-hai. Finite element analysis of settlement in composite foundation under large-scale oil tank group[J]. Periodical of Ocean University of China, 2016, 46(2): 117-123.

[18] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 钢制储罐地基基础设计规范: GB 50473—2008[S]. 北京: 中国计划出版社, 2009.

Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Code for Design of Steel Tank Foundation: GB 50473—2008[S]. Beijing: China Planning Press, 2009.