

降雨条件下层状土坡三维边坡稳定性分析

韩同春^{1,2}, 吴俊扬^{1,2}

(1. 浙江大学 建筑工程学院, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江大学 滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058)

摘要: 降雨是诱发滑坡的重要因素之一, 在降雨型滑坡的研究中, 关于土壤水分剖面形状动态变化对三维边坡稳定性的影响有待进一步考虑。鉴于此, 在前人工作的基础上, 本文采用含修正形状系数的形状曲线描述土壤水分剖面的变化, 结合非饱和土的水力特性, 计算等效渗透系数, 推导出改进入渗模型并拓展至双层土体入渗。利用 GRASS GIS 建立三维边坡模型, 选取椭球面作为三维滑动面, 通过蒙特卡洛法模拟椭球面参数, 确定试算滑动面, 采用 Hovland 三维极限平衡法计算考虑雨水入渗影响的三维边坡安全系数。根据湿润锋面、土层间界面和潜在滑动面三者的相对位置关系, 将栅格单元柱分为 5 种情况考虑。通过算例分析验证所提出的降雨条件下三维边坡稳定性分析方法的可行性, 结果表明: 蒙特卡洛模拟试算样本数的最佳取值可定为 2 500 次; 最小三维边坡安全系数随着降雨历时的增加而减小, 减小幅度为 0.055~0.126。

关键词: 降雨入渗; 土壤水分剖面; 边坡稳定性分析; 地理信息系统; 极限平衡法; 潜在滑动面

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 2096-7195(2024)03-0223-12

Three-dimensional slope stability analysis of understory soil slope under rainfall condition

HAN Tong-chun^{1,2}, WU Jun-yang^{1,2}

(1. Department of Architecture and Civil Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, Zhejiang, China;

2. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, Zhejiang, China)

Abstract: Rainfall is a significant factor in triggering landslides. In the study of rainfall-induced landslides, the influence of dynamic changes of soil moisture profile shape on three-dimensional slope stability needs to be further considered. Therefore, based upon previous research, this work utilizes a shape curve with a modified shape coefficient to describe the variation of the soil moisture profile. Additionally, it integrates the hydraulic characteristics of unsaturated soil to compute the equivalent permeability coefficient, develop an enhanced infiltration model, and extend its application to double-layer soil infiltration. A three-dimensional slope model is constructed by GRASS GIS with an ellipsoid surface chosen as the sliding surface. The parameters of the ellipsoid surface are determined through Monte Carlo simulation to establish the trial sliding surface. The Hovland three-dimensional limit equilibrium method is adopted to calculate the three-dimensional slope safety factor considering the influence of rainfall infiltration. According to the relative position relationship among wetting front, soil layer interface and potential sliding surface, five different scenarios are considered in raster unit column. Through example analysis, the feasibility of the proposed method for analyzing the stability of three-dimensional slope under rainfall condition is verified. The results show that the optimal value of Monte Carlo simulation trial sample number can be set as 2 500 times. Moreover, the minimum three-dimensional slope safety factor decreases with the increase of rainfall duration, with a reduction range of 0.055 to 0.126.

Key words: rainfall infiltration; soil moisture profile; slope stability analysis; geographic information system; limit equilibrium method; potential sliding surface

0 引言

降雨被认为是影响天然山坡和工程边坡失稳的重要因素^[1], 据统计, 我国滑坡灾害在总地质灾害中的占比最大, 所占比例最高于 2006 年可达 86.11%。

国内外学者针对降雨入渗过程的准确描述进行了大量的研究, 其中经典 Green-Ampt 模型获得了广泛的应用, 但该模型进行了较多的简化假设, 其中将雨水入渗过程近似为矩形饱和和活塞流动, 这与实际入渗情况不符, 限制了该模型的应用^[2]。CORRADINI 等^[3] 从达西定律和水分连续性方程出发, 用含形状系数的扭曲矩形表示土壤水分剖面形状, 提出了一个更通用的半解析入渗模型 (简称为 CMS 模型), 但该模型假定土壤表面达到饱和后形状系数不再改变, 且模型将渗透系数近似为土壤表面渗透系数, 存在一定误差。上述两个模型都是对均质土进行分析, 实际自然界中边坡土体受到自然演化或人类活动影响多呈层状分布, 土层参数差异会导致入渗及稳定性分析更为复杂。XIONG 等^[4] 提出了一种改进的 Green-Ampt 模型并通过极限平衡法计算了层状边坡的安全系数。

边坡稳定性的研究持续了上百年的时间, 其中极限平衡法应用最为广泛^[5]。但极限平衡法以二维层面为主, 忽视了实际边坡的三维尺度效应, 计算结果更为保守^[6]。近年来, 计算机学科快速发展推动了边坡稳定性分析向三维层面发展^[7]。地理信息系统 (Geographic Information System, GIS) 因其具有强大的空间信息处理能力, 被广泛应用于评估滑坡灾害和发生风险^[8]。为了解释边坡稳定性的三维效应, 人们提出了许多三维极限平衡分析方法^[9]。HOVLAND^[10] 对二维条分法进行拓展, 建立了一种能够用于分析黏性土的三维极限平衡法。张均锋^[11] 扩展了三维简化 Janbu 法, 能够对边坡的局部稳定性和潜在滑动方向做出判定。但是目前对于降雨影响下三维边坡稳定性分析的研究相对较少, 且土壤中水分剖面形状的动态变化对边坡稳定性的影响需要进一步考虑。

本文在已有研究成果的基础上, 基于 CMS 模型, 根据入渗过程中土壤水分剖面的形状变化, 通过数据拟合确定形状系数表达式, 通过积分计算获得等效渗透系数, 并拓展至双层土体中, 提出改进入渗模型。在此基础上, 利用 GRASS GIS 建立三维边坡模型, 选用椭球面作为潜在滑动面, 选取坡度变化较大的椭球中性面, 对椭球参数进行蒙特卡

洛法模拟, 将改进入渗模型与边坡破坏准则进行耦合分析, 最后应用 Hovland 三维极限平衡模型评价边坡的稳定性。

1 改进入渗模型

1.1 均质土入渗模型

根据研究者们试验实测得到的降雨入渗过程中土壤水分分布剖面情况, 结合 Richards 方程计算结果可以发现, 在降雨入渗过程中, 随着降雨历时的增加, 湿润锋逐渐向下延伸, 湿润锋以上各个深度处土壤体积含水率不断增大, 并趋于稳定^[12-13], 土壤水分剖面随时间的变化如图 1 所示, 横坐标 θ 代表体积分含水率, 纵坐标 z 代表深度, 湿润锋以上土壤饱和度和逐渐升高, 水分剖面形状不断变化。

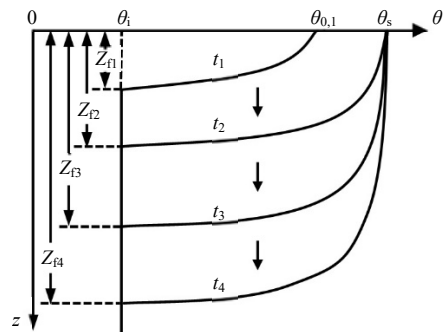


图 1 土壤水分剖面随时间的变化

Fig. 1 Changes in soil moisture profile with time

本文采用可变形的形状曲线表示土壤水分分布剖面, 如图 2 所示, 该形状曲线采用的函数形式为^[3]:

$$\theta(z) = \left\{ 1 - \exp \left[\frac{\beta z (\theta_0 - \theta_i) - I}{(\beta - \beta^2) I} \right] \right\} (\theta_0 - \theta_i) + \theta_i \quad (1)$$

式中: z 为深度; $\theta(z)$ 为不同深度处土壤体积分含水率; θ_0 为土壤表面体积分含水率; θ_i 为初始体积分含水率; I 为累积入渗量; β 为形状系数。

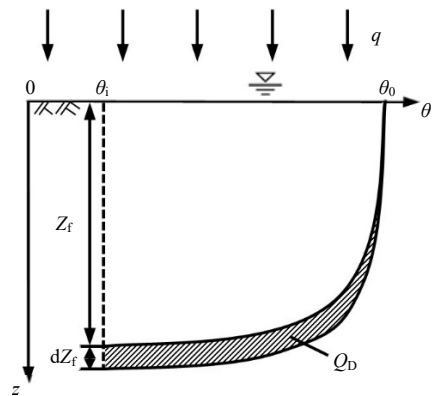


图 2 土壤水分分布剖面示意图

Fig. 2 Soil moisture distribution profile

此时通过在质量守恒方程中引入 β 来表示累积入渗量:

$$I = \int_0^{Z_f} [\theta(z) - \theta_i] dz = (\theta_0 - \theta_i) \beta Z_f \quad (2)$$

式中: Z_f 为湿润锋深度。考虑土壤水分剖面形状变化,并结合式(2)可推断出形状系数 β 逐渐增大。因此,本文假定形状系数 β 与湿润锋深度有关,即 β 可表示为 $\beta(Z_f)$ 。

通过地表的入渗速率 i_0 可以表示为:

$$i_0 = \frac{dI}{dt} + K_i \quad (3)$$

式中: K_i 为初始体积含水率 θ_i 对应的渗透系数。将式(2)代入式(3),对降雨时间求导得到:

$$i_0 = (\theta_0 - \theta_i) \beta(Z_f) \frac{dZ_f}{dt} + Z_f \beta(Z_f) \frac{d\theta_0}{dt} + K_i + (\theta_0 - \theta_i) Z_f \frac{d\beta(Z_f)}{dZ_f} \frac{dZ_f}{dt} \quad (4)$$

式中:带有 dZ_f/dt 项之和表示土壤水分剖面向下的延伸量,它与 K_i 之和表示降雨过程中向下的水分净通量。通过达西定律在深度方向上由地表至湿润锋处进行积分计算,同样可以表示土壤中水分入渗的净通量,因此可以用达西定律的深度积分值 Q_D 进行近似^[14],如图2所示,表示为:

$$Q_D = (\theta_0 - \theta_i) \left[\beta(Z_f) + Z_f \frac{d\beta(Z_f)}{dZ_f} \right] \frac{dZ_f}{dt} + K_i = \frac{1}{Z_f} \int_0^{Z_f} K(z) dz + \frac{1}{Z_f} \int_{\theta_i}^{\theta_0} K(\theta) d\theta \quad (5)$$

本文结合土壤水力特性函数与土壤水分剖面表达式,用等效渗透系数 \bar{K}_0 表示式(5)中渗透系数方程深度积分项,如图3所示,表示为:

$$\frac{1}{Z_f} \int_0^{Z_f} K(z) dz = \bar{K}_0 = \frac{1}{Z_f} \int_0^{Z_f} K[\theta(z)] dz \quad (6)$$

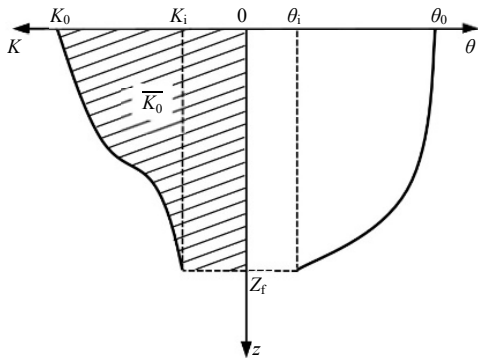


图3 不同深度体积含水率与渗透系数对应关系

Fig. 3 Correspondence between volumetric water content and permeability coefficient at different depths

式(5)中最后一项的积分表示湿润锋基质吸力,用 $G(\theta_i, \theta_0)$ 表示为:

$$G(\theta_i, \theta_0) = \frac{1}{Z_f} \int_{\theta_i}^{\theta_0} K(\theta) d\theta \quad (7)$$

通过上述分析,将式(5)~(7)代入式(4)中可得土壤表面体积含水率 θ_0 与时间的关系式:

$$\frac{d\theta_0}{dt} = \frac{i_0 - \bar{K}_0 - \frac{K_0 G(\theta_i, \theta_0)}{Z_f}}{Z_f \beta(Z_f)} \quad (8)$$

降雨初期,土壤表面处于非饱和状态,土壤入渗能力强于降雨强度 q ,雨水全部渗入土壤当中,有 $i_0 = q$ 。随着降雨历时的增长,土壤表面逐渐趋于饱和,入渗速率逐渐减小,当降雨强度大于土壤入渗速率时,开始产生积水, t_p 为积水入渗时刻。当 $t > t_p$ 时,降雨入渗处于土壤入渗能力控制阶段,土壤表面入渗速率 i_0 等于土壤入渗能力 f_c ,此时土壤表面处于饱和状态, $\theta_0 = \theta_s$, $d\theta_0/dt = 0$,代入式(8)可以求解得到湿润锋深度与时间的关系。

1.2 双层土入渗模型

在自然条件下,天然土壤也会呈现出层状结构,因此对均质土入渗模型进行拓展,考虑水平均质双层土壤的降雨入渗情况。

为了便于区分不同的参数,本文采用下标 1 表示表层变量,2 表示下层变量,c 表示层间界面,0 表示表面,i 表示初始条件,s 表示饱和条件,表层土体厚度表示为 Z_c 。

假定初始基质吸力水头 ψ 大小相等,随土壤深度加深不发生改变:

$$\psi_{1i} = \psi_{2i} = \psi_i \quad (9)$$

对于层间界面处的边界条件,考虑水分通量与基质吸力水头的连续性设置为:

$$\psi_1(Z_c) = \psi_2(Z_c) = \psi_c \quad (10)$$

$$K_1 \left[\frac{\partial \psi_1(Z_c)}{\partial z} - 1 \right] = K_2 \left[\frac{\partial \psi_2(Z_c)}{\partial z} - 1 \right] \quad (11)$$

本文设定 t_c 为湿润锋向下迁移至层间界面处的时间。当 $t \leq t_c$ 时,可以视作入渗发生在表层均质土壤中;当 $t > t_c$ 时,需考虑雨水在双层土壤中的入渗情况。

在双层土体中总累积入渗量 I 可以表示为:

$$I = I_1 + I_2 \quad (12)$$

式中: I_1 为表层土体中的入渗量; I_2 为下层土体中

的入渗量，其中 I_1 可以表示为：

$$I_1 = (\theta_0 - \theta_{li})\alpha Z_c + (\theta_{lc} - \theta_{li})(1-\alpha)Z_c \quad (13)$$

式中： α 为表层土体的比例系数，与表层土体中水分分布形状有关，其值可取为 0.85^[15]。

假定雨水由表层土体通过层间界面进入下层土体的水通量为 i_c ，其值可以由表层土体中达西定律深度积分值 Q_{1D} 来表示^[16]：

$$i_c = Q_{1D}(\psi_c, \psi_0) = \frac{K_{1s}G_1(\psi_c, \psi_0)}{Z_c} + K_{1c} \quad (14)$$

根据表层土体中进出水量的平衡方程可得：

$$i_0 - i_c = \frac{dI_1}{dt} = \left[\alpha \frac{d\theta_0}{dt} + (1-\alpha) \frac{d\theta_{lc}}{dt} \right] Z_c \quad (15)$$

将式 (14) 和式 (15) 结合，可以得到：

$$C_1(\psi_0) \frac{d\psi_0}{dt} = \frac{1}{\alpha Z_c} \left[i_0 - K_{1c} - \frac{K_{1s}G_1(\psi_c, \psi_0)}{Z_c} \right] - \frac{(1-\alpha)}{\alpha} C_1(\psi_c) \frac{d\psi_c}{dt} \quad (16)$$

式中： $C_1(\psi_0)$ 和 $C_1(\psi_c)$ 为土壤表面和层间界面体积分含水率与基质吸力水头的关系，表示为 $C_1(\psi_0) = d\theta_0/d\psi_0$ 和 $C_1(\psi_c) = d\theta_{lc}/d\psi_c$ 。

对于下层土体，以层间界面为上边界，将层间界面处向下的入渗速率 i_c 视作入渗量，降雨入渗过程类似于在均质土壤入渗，可用类似于式 (8) 的常微分方程来表示：

$$\frac{d\theta_{2c}}{dt} = \frac{i_c - \overline{K_{2c}} - \frac{K_{2c}G_2(\psi_{2i}, \psi_c)}{Z_{2f}}}{Z_{2f}\beta(Z_{2f})} \quad (17)$$

式中： $\overline{K_{2c}}$ 为下层土体中等效渗透系数； Z_{2f} 为下层土体中湿润锋深度； $G_2(\psi_{2i}, \psi_c)$ 为下层土体中湿润锋基质吸力。

将式 (14) 代入式 (17) 可得：

$$\frac{d\psi_c}{dt} = \frac{1}{Z_{2f}\beta(Z_{2f})C_2(\psi_c)} \times f(\psi_c, \psi_0, t) \quad (18)$$

式中： $C_2(\psi_c) = d\theta_{2c}/d\psi_c$ ； $f(\psi_c, \psi_0, t)$ 表示为：

$$f(\psi_c, \psi_0, t) = \frac{K_{1s}G_1(\psi_c, \psi_0)}{Z_c} + K_{1c} - \overline{K_{2c}} - \frac{K_{2c}G_2(\psi_{2i}, \psi_c)}{Z_{2f}} \quad (19)$$

根据上述推导，当湿润锋穿过层间界面后，将式 (18) 代入式 (16) 可得双层土体入渗模型的函数形式为一个常微分方程组，表示为：

$$\begin{cases} \frac{d\psi_0}{dt} = \frac{1}{\alpha Z_c C_1(\psi_0)} \left[i_0 - K_{1c} - \frac{K_{1s}G_1(\psi_c, \psi_0)}{Z_c} \right] - \frac{(1-\alpha)C_1(\psi_c)}{\alpha Z_{2f}\beta(Z_{2f})C_2(\psi_c)C_1(\psi_0)} \times f(\psi_c, \psi_0, t) \\ \frac{d\psi_c}{dt} = \frac{1}{Z_{2f}\beta(Z_{2f})C_2(\psi_c)} \times f(\psi_c, \psi_0, t) \end{cases} \quad (20)$$

式 (8) 和式 (20) 均可以通过四阶 Runge-Kutta 方法进行求解，得到降雨入渗过程中土壤内水分入渗情况。

1.3 形状系数确定

随着湿润锋的不断深入，形状系数 β 也在不断发生改变。本文采用 Hydrus-1D 数值模拟软件计算结果对 β 进行校准^[3]。本文选取采用 van Genuchten 模型来描述土壤体积分含水率以及渗透系数与基质吸力水头关系的 6 种典型土壤进行研究，土壤水力学特性参数如表 1 所示。

表 1 土壤水力学特性参数
Table 1 Soil hydraulic properties

土类	θ_s	θ_r	van Genuchten 系数			$k_s/$ (10^{-7} m/s)
			α (m^{-1})	n	l	
砂土	0.43	0.045	14.5	2.68	0.5	825.00
砂壤土	0.41	0.065	7.5	1.89	0.5	122.80
壤土	0.43	0.078	3.6	1.56	0.5	28.90
粉土	0.46	0.034	1.6	1.37	0.5	6.94
黏土	0.38	0.068	0.8	1.09	0.5	5.56
粉质黏土	0.36	0.070	0.5	1.09	0.5	2.56

设定土壤表面边界条件为饱和入渗，每种土壤考虑 3 种不同的初始体积分含水率情况，通过数值模拟计算得到入渗过程中的动态水分剖面，获得 39 组形状系数 β 与湿润锋深度 Z_f 对应的数据点。现对不同土壤类型中 β 与 Z_f 关系进行归纳并拟合，如图 4 所示。

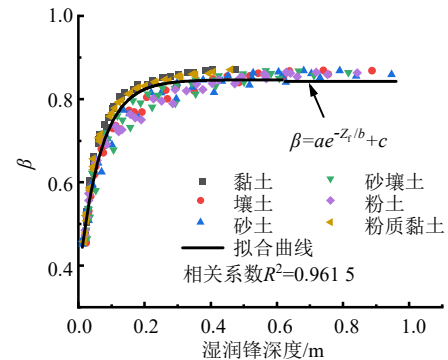


图 4 不同土壤中形状系数与湿润锋深度的关系拟合

Fig. 4 Relationship between shape factor and wetting front depth with different soils

由图 4 可见,在不同土壤中 β 均随着湿润锋深度的增加而增大,达到一定深度后趋于平稳, β 与 Z_f 之间存在良好的非线性关系,通过非线性拟合得到的相关系数 R^2 达到 0.961 5,拟合结果良好。由此,假定在降雨入渗过程中,形状系数 β 与湿润锋深度 Z_f 存在如下的非线性函数关系:

$$\beta(Z_f) = a \times \exp\left(-\frac{Z_f}{b}\right) + c \quad (21)$$

式中: a 、 b 、 c 为拟合系数。本文通过最佳拟合曲线获得拟合系数取值为: $a = -0.48$, $b = 0.07$, $c = 0.85$, 本文入渗模型中形状系数均采用该拟合系数进行计算。

2 基于 GIS 的三维边坡模型

利用 GIS 空间分析的功能,可以得到用于三维安全系数计算的边坡几何数据,如高程、倾斜度、坡度等,所有潜在滑动面相关的参数都是基于栅格数据获得的。

2.1 建立三维边坡模型

本文采用开源软件 GRASS GIS 进行三维边坡建模。通过 Python 将原始勘探数据转换为栅格数据,选择合适的像素大小,确定分辨率,赋予场内每个位置处的地表和地层像素点高程值,从而建立三维边坡模型。栅格结构数据采用行列号的形式定位,每一个像素位置如图 5 所示。

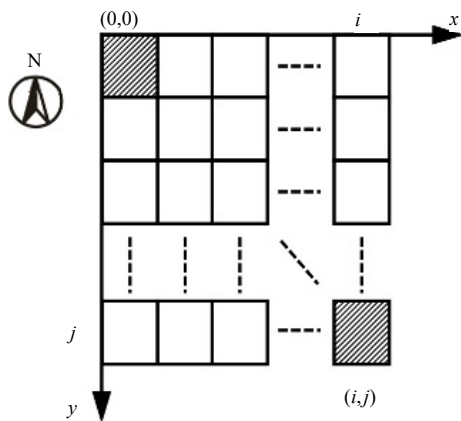


图 5 GRASS GIS 中栅格结构数据
Fig. 5 Raster structure data in GRASS GIS

本文采用空间插值法中的 RST (Regularized Spline with Tension) 径向基函数法进行插值,得到地表和层间界面在不同栅格中对应的高程值,判断它们的拓扑关系,进行组合,得到不同地层的三维模型,如图 6 所示。

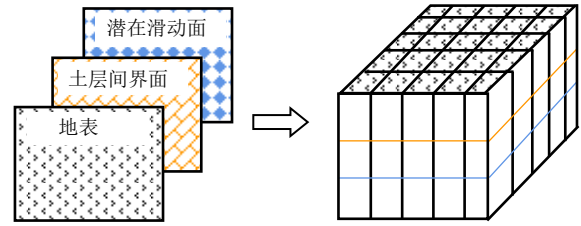


图 6 GIS 分层示意图
Fig. 6 GIS layering scheme

2.2 三维滑动面类型

三维边坡滑动面形式多样,其中椭球形滑动面受到了许多学者的青睐^[17]。将椭球面作为三维边坡滑动面不仅可以提高计算效率,还能保证一定的拟合准确性。本文选用椭球面作为潜在滑动面进行分析,如图 7 所示。

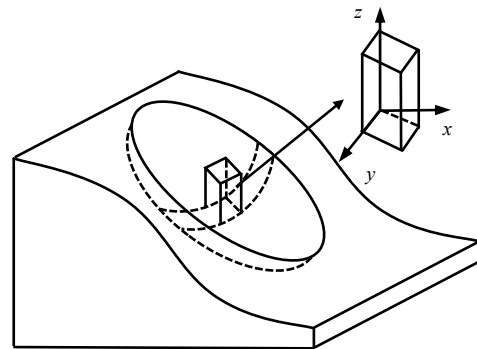


图 7 椭球形滑动面
Fig. 7 Ellipsoidal sliding surface

2.3 椭球坐标系转换

以截断的椭球面作为滑动面,为确定每一个栅格单元中滑动面的几何参数,需要将椭球体的局部坐标系向全局坐标系进行转换。首先确定椭球的中心 o_e 的坐标 (x_e, y_e, z_e) 、椭球的赤道半径 a_e 和 b_e 以及极半径 c_e ,根据椭球滑动方向倾斜角 α 和椭球赤道面倾斜角 ω 对坐标系进行转换,转换过程如图 8 所示。

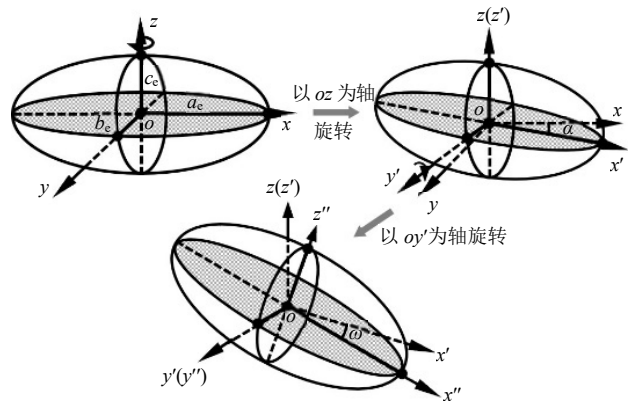


图 8 椭球坐标系转换过程

Fig. 8 Conversion process of ellipsoidal coordinate system

令 $p_1 = \sin \alpha$, $q_1 = \cos \alpha$, $p_2 = \sin \omega$, $q_2 = \cos \omega$, 利用公式进行坐标转换表示为:

$$\begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = A_3 \cdot A_2 \cdot A_1 \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -x_e \\ -y_e \\ -z_e \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} q_1 q_2 & -p_1 q_2 & -p_2 \\ p_1 & q_1 & 0 \\ q_1 p_2 & -p_1 p_2 & q_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x - x_e \\ y - y_e \\ z - z_e \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 q_2 & p_1 & q_1 p_2 \\ -p_1 q_2 & q_1 & -p_1 p_2 \\ p_2 & 0 & q_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} \quad (23)$$

式中: x'' 、 y'' 、 z'' 为椭球面局部坐标; x 、 y 、 z 为全局坐标。

2.4 滑动面几何参数确定

当椭球体的大小和倾斜方向确定后, 根据滑动面对应的栅格数据计算获得滑动面的几何参数。以平面坐标为 (i, j) 的栅格单元为例, 如图 9 所示, 该滑动面对应的 4 个角点的高程可以表示为:

$$\begin{cases} z_1 = (z_{i-r, j-r} + z_{i, j-r} + z_{i-r, j} + z_{i, j}) / 4 \\ z_2 = (z_{i, j-r} + z_{i+r, j-r} + z_{i, j} + z_{i+r, j}) / 4 \\ z_3 = (z_{i-r, j} + z_{i, j} + z_{i-r, j+r} + z_{i, j+r}) / 4 \\ z_4 = (z_{i, j} + z_{i+r, j} + z_{i, j+r} + z_{i+r, j+r}) / 4 \end{cases} \quad (24)$$

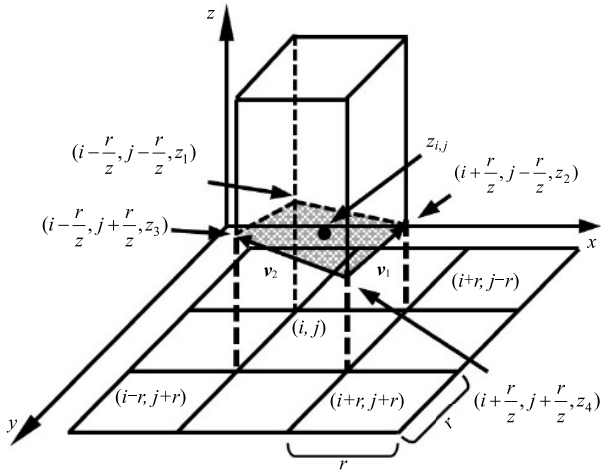


图 9 栅格单元三维柱状图

Fig. 9 Three-dimensional histogram of raster cells

根据滑动面上的角点构成向量 v_1 和 v_2 来表示滑动面的参数, 表示为:

$$\begin{cases} v_1 = (0, -r, a) \\ v_2 = (-r, 0, b) \end{cases} \quad (25)$$

式中: $a = z_2 - z_4$, $b = z_3 - z_4$ 。根据两个向量的向量积可以得到滑动面的法向量 $N = (b, a, r)$, 则滑动

面与水平面夹角 δ 可以表示为:

$$\tan \delta = \frac{\sqrt{b^2 + a^2}}{r} \quad (26)$$

假设滑动面整体滑动方向表示为 $M = (1, c, 0)$, 其中 c 为任意值。向量 N 和 M 的夹角 θ_v 表示为:

$$\theta_v = \arccos \left(\frac{b + ac}{\sqrt{b^2 + a^2 + r^2} \times \sqrt{1 + c^2}} \right) \quad (27)$$

根据空间位置关系, 通过 θ_v 求出栅格单元滑动面倾斜方向与滑动面整体滑动方向的夹角 θ_r :

$$\theta_r = \begin{cases} 90 - \theta_v, \theta_v \leq 90^\circ \\ 270 - \theta_v, \theta_v > 90^\circ \end{cases} \quad (28)$$

此外, 通过 v_1 和 v_2 的向量积可以表示该栅格单元上滑动面面积:

$$A(i, j) = |v_1 \times v_2| = r \cdot \sqrt{b^2 + a^2 + r^2} \quad (29)$$

2.5 潜在滑动面确定方法

倘若要对椭球面所有参数进行任意取值, 这样的工作量巨大且不具有物理参考价值。CHEN 等^[18] 提出以二维滑移面作为椭球中性面, 沿垂直于中性面方向进行延伸形成椭圆线, 生成三维破坏面。实际滑坡灾害多发生在坡度变化较大的剖面处, 因此, 本文选择将坡度变化较大的剖面作为椭球中性面, 选定剖面的起点和终点, 采用枚举法在它们连线的中垂线上寻找椭球球心。

本文中采用蒙特卡洛法模拟潜在椭球滑动面的 3 个半轴长度, 将 a_e 、 b_e 和 c_e 设定在一定范围内进行取值。假定 a_e 、 b_e 和 c_e 均匀分布, 以 a_e 为例, 在 $[h, j]$ 上均匀分布的 a_e 随机变量可以表示为:

$$a_{ei} = r_i (h - j) + h \quad (30)$$

式中: a_{ei} 为范围在 $[h, j]$ 的均匀分布随机变量; r_i 为 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机变量。

通过蒙特卡洛法确定了 1 组 a_e 、 b_e 和 c_e 的值后, 还需要结合椭球中心坐标和倾斜角判断滑动面是否符合实际计算情况与坡面相交, 若符合则继续计算在该滑动面形式下的边坡安全系数。

3 三维边坡稳定性分析

3.1 Hovland 三维极限平衡法

Hovland 三维极限平衡法是通过将三维边坡滑动体中的各个单元柱体上的滑动力和抗滑力进行求和, 并求出总抗滑力与滑动力的比值, 得到边坡

的三维系数,该方法假设单元土柱为不产生形变的刚体,不考虑土柱之间的作用力。

T_r 和 T_m 为单元土柱所受的抗滑力和滑动力, T_{fr} 和 T_{mr} 为 T_r 和 T_m 在椭球滑动面整体滑动方向上的投影, W 表示单元土柱的重量,通过 Hovland 三维极限平衡法求解三维安全系数 $F_{s,3D}$ 表示为:

$$F_{s,3D} = \frac{\sum_i \sum_j T_{fr}}{\sum_i \sum_j T_{mr}} = \frac{\sum_i \sum_j [c'A + (W \cos \delta - u_w A) \tan \phi'] \cos \theta_r}{\sum_i \sum_j W \sin \theta_r \cos \theta_r} \quad (31)$$

式中: i 和 j 为边坡范围内栅格数据的行列号; u_w 为孔隙水压力; A 为滑动面的面积; c' 为有效黏聚力; ϕ' 为有效内摩擦角。

考虑降雨入渗对三维边坡稳定性影响时,需要考虑非饱和土体中的基质吸力。此时,对非饱和土的抗剪强度进行修正,采用 FREDLUND 等^[19] 针对非饱和土提出的两个应力状态变量净法向应力 ($\sigma_n - u_a$) 和基质吸力 ($u_a - u_w$) 表示非饱和土体的抗剪强度:

$$\tau_f = c' + (\sigma_n - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi^b \quad (32)$$

式中: u_a 为孔隙气压力; ϕ^b 为非饱和土中与基质吸力相关的内摩擦角。

因此,针对降雨入渗情况下的边坡,结合式 (31) 和式 (32),利用 Hovland 三维极限平衡法求解三维安全系数表示为:

$$F_{s,3D} = \frac{\sum_i \sum_j \tau_{fr}}{\sum_i \sum_j \tau_{mr}} = \frac{\sum_i \sum_j \left[c'A + (W \cos \delta - u_w A) \tan \phi' + (u_a - u_w) \gamma_w \tan \phi^b A \right] \cos \theta_r}{\sum_i \sum_j W \sin \theta_r \cos \theta_r} \quad (33)$$

3.2 界面相对位置关系

降雨入渗过程中,水分的变化会影响边坡安全系数的计算,其影响主要表现在两方面:(1) 边坡体潜在滑动面上的基质吸力会随着雨水入渗而减小;(2) 潜在滑动面上方土壤的总重量会随着雨水的入渗而增加。

在双层土坡中,土壤内部水分分布以及表层土体厚度都会对边坡稳定性产生不同的影响,因此有

必要对湿润锋面、土层间界面以及潜在滑动面的相对位置关系进行讨论分类。比较湿润锋面深度 Z_f 、土层间界面深度 Z_c 和潜在滑动面深度 Z_s 三者大小,可大致分为 5 种工况,如表 2 所示。

以工况 1 为例,对实际入渗过程中三维边坡安全系数的计算进行说明。在该种工况下,单元土柱中由上至下依次为:土层间界面、潜在滑动面和湿润锋面,如图 10 所示,横坐标 θ 代表体积含水率,纵坐标 z 代表深度。

此时滑动面处于下层土体中,滑动面以上土壤重量增加量小于雨水入渗总重量,滑动面处体积含水率增大,基质吸力减小。则单元土柱中滑动面上方重量和滑动面处基质吸力可以表示为:

$$W = \left[\int_0^{Z_c} \gamma_1(z) dz + \int_{Z_c}^{Z_s} \gamma_2(z) dz \right] r^2 \quad (34)$$

$$u_a - u_w = -\gamma_w \psi_2(Z_s) \quad (35)$$

式中: γ_1 和 γ_2 分别为上、下层土体中土壤重度; $\psi_2(Z_s)$ 为下层土体滑动面处基质吸力水头。

表 2 界面相对位置分类

工况	界面相对位置关系
1	$Z_c < Z_s < Z_f$
2	$Z_f < Z_c < Z_s$
3	$Z_c < Z_f < Z_s$
4	$Z_f < Z_s < Z_c$
5	$Z_s < Z_f$ 、 $Z_s < Z_c$

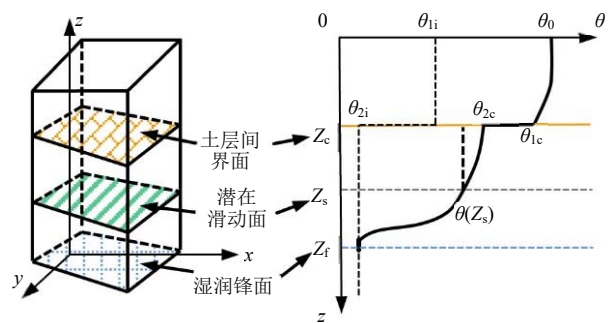


图 10 工况 1 中界面位置分布

Fig. 10 Distribution of interface positions in case 1

3.3 三维边坡安全系数计算过程

在对某研究区域进行三维边坡稳定性分析时,可以将整个研究范围均匀地拆分为基于 GIS 的栅格网格,以便分别对每一个栅格单元进行计算,最后整合所有栅格单元的计算结果得到三维边坡最小安全系数,计算过程如图 11 所示。

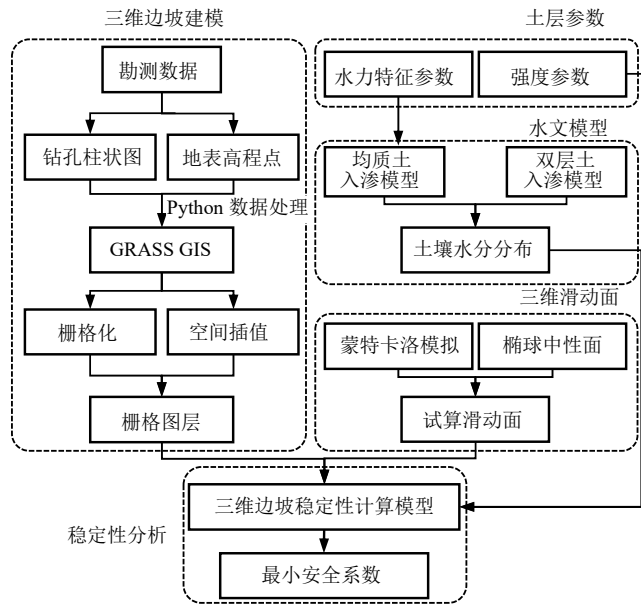


图 11 三维最小安全系数计算过程

Fig. 11 Calculation process of the three-dimensional minimum safety factor

4 算例分析

4.1 场地概况与土壤参数

为了对本文所提出的技术方案进行可行性验证，本节对浙江省金华市 S210 省道旁的一个边坡进行三维建模和稳定性分析，该边坡位于浙江省金华市浦江县杭坪镇杭口岭头，处于龙门山系的低山区，边坡场地卫星影像图如图 12 所示。金华市地处浙江中部，属于亚热带季风气候区，易受到台风的影响出现强降雨天气，总体雨量大，汛期雨量集中，因此对该边坡考虑降雨对稳定性的影响是十分必要的。



图 12 边坡场地卫星影像图

Fig. 12 Satellite image of slope site

根据现场勘察报告，选取的边坡场地范围内主要分布有两种土壤，表层土体为渗透性较强的粉土，下层土体为渗透性较弱的粉质黏土，本文采用 Brooks-Corey 模型来描述土壤的这两个水力特性^[20]，其函数表达式为：

$$K(\theta) = k_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{3 + \frac{2}{\lambda}} \quad (36)$$

$$\psi(\theta) = \psi_b \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{1}{\lambda}} \quad (37)$$

式中： ψ_b 为进气值； λ 为与土体孔径分布特征相关的经验系数。土壤的水力特征参数和强度参数见表 3。

表 3 土壤的水力特征参数和强度参数

Table 3 Hydraulic characteristic parameters and strength parameters of soils

土类	θ_r	θ_s	$k_s / (10^{-7} \text{ m/s})$	ψ_b / m	λ	$\gamma' / (\text{kN/m}^3)$	$\phi' / (^\circ)$	c' / kPa
粉土	0.04	0.432	23.60	0.111 5	0.252	18.17	14.4	10.8
粉质黏土	0.06	0.390	6.11	0.258 9	0.211	19.30	15.3	10.5

4.2 三维模型建立与滑动面选取

通过 2.1 节中提出的建模方法，根据勘测数据对这一自然边坡进行三维建模，依据边坡的分布和走势，将进行稳定性分析的场地大小定为 105 m×130 m。首先对边坡地表进行建模，像素大小定为 0.5 m，将地质平面等高线和模型等高线图进行对比如图 13 所示，从图 13 中可以看出，建立的三维边坡模型呈现出的地形走势与实际勘测结果相近。

采用相同的方法，根据地质钻孔图再对土层界面进行建模，判断层面间的高程位置关系，将边坡地表和土层界面进行结合，得到该边坡区域内完整

的三维模型,如图 14 所示。

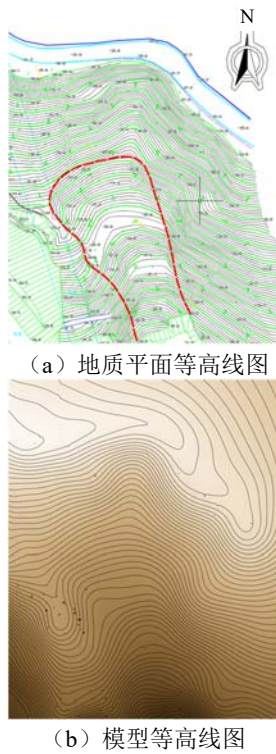


图 13 地形图对比

Fig. 13 Comparison of terrain map

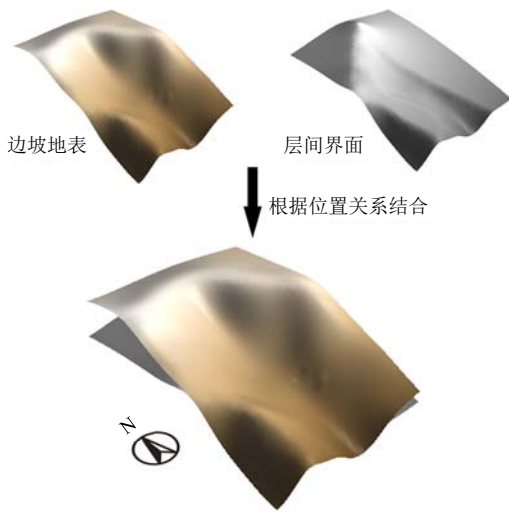


图 14 三维边坡模型图

Fig. 14 Three-dimensional slope model

通过 GRASS GIS 建立三维模型,利用 Python 中 Numpy 模块进行矩阵数据处理,现根据坡度变化较大的东北至西南向和西北至东南向位置进行重点搜索,通过设置椭球中性面的起点和终点位置、各中性面之间是否平行以及各中性面之间的最小距离等筛选条件,确定椭球中性面。根据三维边坡不同剖面的坡度变化情况,选取出 14 个剖面作为潜在滑动面的中性面,并依次进行编号,使用 Matplotlib 模块进行图像可视化,如图 15 所示。

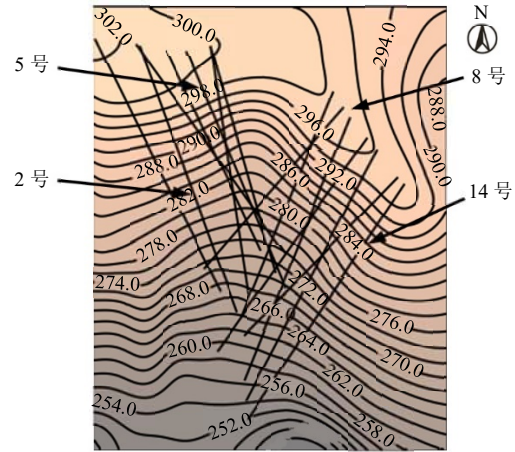


图 15 椭球中性面位置分布

Fig. 15 Distribution of ellipsoidal neutral surface

通过对现场数据的查验,对不同的椭球中性面进行分析考虑,确定椭球面 3 个半轴长度取值范围: a_e 范围取[20, 50], b_e 和 c_e 的范围取[5, 50], 单位均为 m。确定半轴取值范围后,根据蒙特卡洛法进行随机模拟试算得到最小三维边坡安全系数。

4.3 三维边坡稳定性分析

选定试算滑动面后,需结合降雨入渗模型,对该三维边坡进行稳定性分析。本节中选取了 3 个典型栅格单元柱进行试算说明,图 16 展示了粉土层厚度以及试算栅格单元柱的位置及示意图。可以看出,粉土主要分布在边坡的东西两侧,土层厚度约为 0~15 m。3 个典型栅格单元柱中粉土层厚度分别为 0 m、10.76 m 和 0.99 m,假定某次试算滑动面深度为 1.1 m。

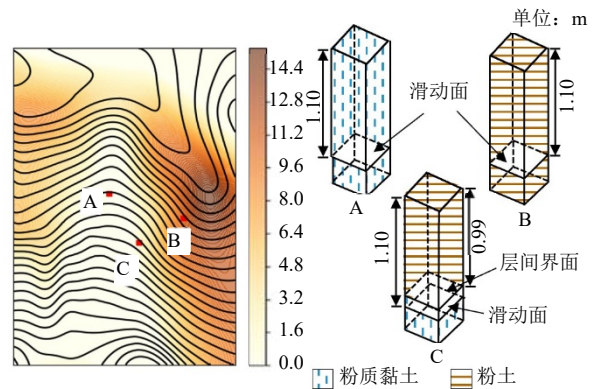


图 16 粉土层厚度以及试算栅格单元柱的位置及示意图

Fig. 16 Thickness of the silt layer and the location and illustration of the trial calculation raster unit column

降雨强度设为 10 mm/h, 降雨历时 48 h, 土壤初始基质吸力水头呈均匀分布, $\psi_i = -3.217$ m。分别计算 3 个试算栅格单元柱的滑动面上方土柱重量随降雨历时的变化情况,计算结果如图 17 所示,可以看出降雨入渗初期,栅格单元柱 B 和 C 中滑动面

上方土柱重量相较于栅格单元柱 A 均以更快速度增大，这是因为表层粉土的渗透性较强，入渗水量较大。当降雨历时达到 28 h 后，栅格单元柱 B 和 C 滑动面上方土柱重量达到 5.6 kN 左右并保持稳定，说明湿润锋已经穿过试算滑动面，滑动面上方土壤水量变化不大。而栅格单元柱 A 滑动面上方土柱重量随着降雨历时的增加仍不断增加，逐渐增大至 5.5 kN 左右，说明湿润锋未到达滑动面处。

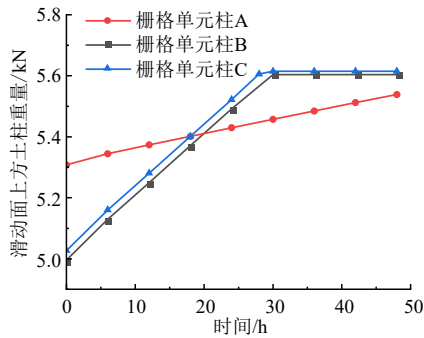


图 17 滑动面上方土柱重量与时间的关系

Fig. 17 Weight of soil column above the sliding surface versus time

计算得到 3 个试算栅格单元柱滑动面处的基质吸力，计算结果如图 18 所示。可以看出，因为湿润锋始终未达到滑动面处，栅格单元柱 A 中滑动面处基质吸力始终为初始基质吸力，约为 31.5 kPa；而在栅格单元柱 B 和 C 中，降雨初期滑动面处基质吸力为初始基质吸力，湿润锋于 25 h 左右达到试算滑动面后，滑动面处基质吸力急剧减小，在降雨历时不到 30 h 时滑动面处接近饱和。对比栅格单元柱 A 和栅格单元柱 B、C 可以看出，降雨入渗会显著降低试算滑动面处的基质吸力，导致滑动面处的抗滑力急剧下降，引起边坡失稳。

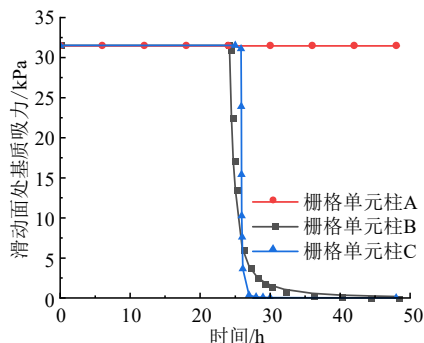


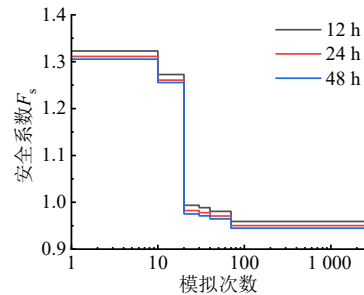
图 18 滑动面处基质吸力与时间的关系

Fig. 18 Matric suction at the sliding surface as a function of time

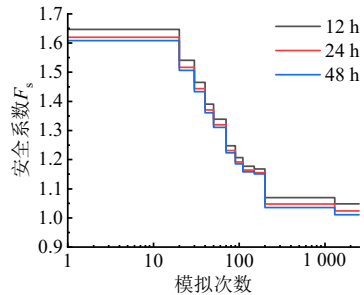
根据上述栅格单元柱中的入渗分析，计算出不同试算滑动面对应的三维安全系数，并选择出其中的最小值。随着模拟次数的增多，计算结果越来越

趋近于实际，但是计算量也在飞速增加，这对计算效率会产生较大的影响。因此，有必要确定一个合适的蒙特卡洛模拟试算次数，既能够确保计算结果的相对准确性，又能够有效地提高计算效率。

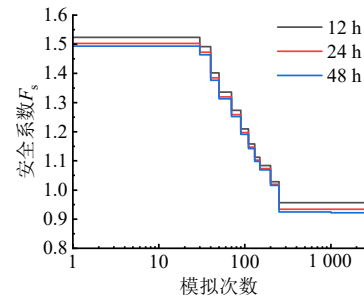
现选取其中比较有代表性的 2 号、5 号、8 号和 14 号椭圆中性面作为示例进行模拟试算。对这 4 个椭圆中性面进行参数随机模拟，试验计算频率设置为 2 500 次，分别计算了降雨历时为 12 h、24 h、和 48 h 时最小三维安全系数随着模拟次数增加的变化情况，具体如图 19 所示。



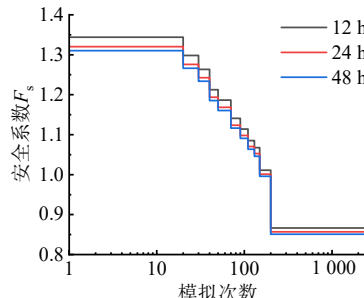
(a) 2号椭圆中性面



(b) 5号椭圆中性面



(c) 8号椭圆中性面



(d) 14号椭圆中性面

图 19 最小三维安全系数与蒙特卡洛模拟次数关系
Fig. 19 Minimum three-dimensional safety factor versus number of Monte Carlo simulations

从图 19 中可以看出,随着降雨历时的增加,通过蒙特卡洛法对某一椭球中性面进行模拟试算得到的最小三维边坡安全系数逐渐减小,随着蒙特卡洛模拟试算次数的增加,最小三维边坡安全系数呈阶梯状减小,通过 2 500 次左右的模拟后,可以得到一个相对稳定的最小安全系数,其中 2 号椭球中性面在不到 100 次模拟时即可得到一个相对较小的边坡安全系数。这也说明了在这 2 500 次的模拟试算中,可以找到一个相对最危险的椭球滑动面。因此,本文选择将 2 500 次确定为蒙特卡洛模拟试算样本数的最佳取值。

根据上述蒙特卡洛模拟情况,对 14 个椭球中性面进行搜索,最小三维边坡安全系数与时间的关系如图 20 所示。可以看出随着降雨历时的增长,由各个椭球中性面计算得到的三维边坡安全系数都在逐渐下降,在降雨达到 48 h 时,安全系数降至最低,下降幅度可以达到 0.055~0.126,这也说明了雨水入渗会显著减小三维边坡的稳定性系数从而诱发滑坡。而在这 14 个椭球中性面中,14 号椭球中性面在降雨入渗过程中所得到的三维边坡安全系数较小,需要对该椭球中性面位置重点关注,可以采取必要的边坡加固措施。

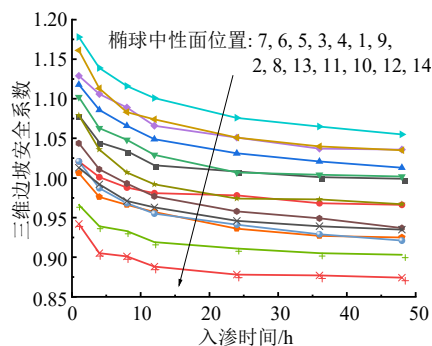


图 20 各椭球中性面最小三维边坡安全系数与时间的关系
Fig. 20 Minimum 3D slope safety factor versus time for each ellipsoidal neutral surface

5 结 论

本文考虑随着降雨渗入而不断变化的土壤水分剖面形状,提出改进入渗模型,利用 GRASS GIS 进行三维边坡建模,应用 Hovland 三维极限平衡法对降雨条件下三维边坡稳定性进行评价分析,得到以下结论:

(1) 考虑了降雨入渗过程中土壤水分剖面形状的变化,通过数据拟合确定形状系数与湿润锋深度的非线性关系式。结合土壤水分剖面形状和土壤水力特性,通过在深度方向上积分计算等效渗透系

数,推导出了均质土壤改进入渗模型以及双层土壤入渗模型。

(2) 利用 GRASS GIS 和 Python,导入实际勘测值并建立栅格数据,选定栅格像素大小,采用 RST 径向基函数法进行空间插值得到未知区域数据,构建三维边坡模型。以椭球面作为三维滑动面,根据栅格柱中滑动面的高程值确定滑动面几何参数,以坡度变化较大的剖面作为椭球中性面,根据蒙特卡洛法对椭球面大小参数进行模拟,确定试算滑动面。

(3) 应用改进入渗模型对三维边坡进行雨水入渗分析,与非饱和土的边坡破坏准则耦合,采用 Hovland 三维极限平衡法计算三维边坡安全系数,根据湿润锋面、土层间界面和潜在滑动面相对位置关系,分为 5 种工况考虑。对一自然边坡进行三维建模和稳定性分析,结果表明:在蒙特卡洛模拟试算样本数达到 2 500 次时,能够得到相对稳定的最小三维边坡安全系数;最小安全系数随着降雨历时的增加而减小,下降幅度为 0.055~0.126。

参考文献

- [1] LIN P S, LIN J Y, HUNG J C, et al. Assessing debris-flow hazard in a watershed in Taiwan[J]. *Engineering Geology*, 2002, 66(3-4): 295-313.
- [2] 姚茂宏, 陈铁林, 樊容, 等. 强降雨条件下考虑气压和渗流作用的边坡稳定性[J]. *上海交通大学学报*, 2022, 56(6): 739-745.
YAO Mao-hong, CHEN Tie-lin, FAN Rong, et al. Slope stability considering the effects of air pressure and seepage under heavy rainfall conditions[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2022, 56(6): 739-745.
- [3] CORRADINI C, MELONE F, SMITH R E. A unified model for infiltration and redistribution during complex rainfall patterns[J]. *Journal of Hydrology*, 1997, 192(1-4): 104-124.
- [4] XIONG S, YAO W M, LI C D. Stability evaluation of multilayer slopes considering runoff in the saturated zone under rainfall[J]. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 2021, 25(9): 1718-1732.
- [5] 李泊良. 降雨入渗下黄土滑坡稳定性模型开发与验证[D]. 兰州: 兰州大学, 2022.
LI Bo-liang. Development and verification of rainfall infiltration on loess landslides stability model[D]. Lanzhou: Lanzhou University, 2022.

- [6] DUNCAN J M. State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1996, 122(7): 577-596.
- [7] YU G, XIE M W, LIANG J, et al. A GIS-based 3D slope stability analysis method based on the assumed normal stress on the slip surface[J]. *Scientific Reports*, 2020, 10(1): 4442.
- [8] BAUM R L, GODT J W, SAVAGE W Z. Estimating the timing and location of shallow rainfall-induced landslides using a model for transient, unsaturated infiltration[J]. *Journal of Geophysical Research*, 2010, 115(F3): F03013.
- [9] HUANG C C, TSAI C C. New method for 3D and asymmetrical slope stability analysis[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2000, 126(10): 917-927.
- [10] HOVLAND H J. Three-dimensional slope stability analysis method[J]. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 1977, 103(9): 971-986.
- [11] 张均锋. 三维简化 Janbu 法分析边坡稳定性的扩展[J]. *岩石力学与工程学报*, 2004, 23(17): 2876-2881.
ZHANG Jun-feng. Extension of three-dimensional simplified Janbu's method for slope stability analysis[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(17): 2876-2881.
- [12] 彭振阳, 黄介生, 伍靖伟, 等. 基于分层假设的 Green-Ampt 模型改进[J]. *水科学进展*, 2012, 23(1): 59-66.
PENG Zhen-yang, HUANG Jie-sheng, WU Jing-wei, et al. Modification of Green-Ampt model based on the stratification hypothesis[J]. *Advances in Water Science*, 2012, 23(1): 59-66.
- [13] 王文焰, 汪志荣, 王全九, 等. 黄土中 Green-Ampt 入渗模型的改进与验证[J]. *水利学报*, 2003(5): 30-34.
WANG Wen-yan, WANG Zhi-rong, WANG Quan-jiu, et al. Improvement and evaluation of the Green-Ampt model in loess soil[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2003(5): 30-34.
- [14] DAGAN G, BRESLER E. Unsaturated flow in spatially variable fields: 1. derivation of models of infiltration and redistribution[J]. *Water Resources Research*, 1983, 19(2): 413-420.
- [15] SMITH R E, CORRADINI C, MELONE F. A conceptual model for infiltration and redistribution in crusted soils[J]. *Water Resources Research*, 1999, 35(5): 1385-1393.
- [16] CORRADINI C, MELONE F, SMITH R E. Modeling local infiltration for a two-layered soil under complex rainfall patterns[J]. *Journal of Hydrology*, 2000, 237(1-2): 58-73.
- [17] MERGILI M, MARCHESINI I, ROSSI M, et al. Spatially distributed three-dimensional slope stability modelling in a raster GIS[J]. *Geomorphology*, 2014, 206: 178-195.
- [18] CHEN Z Y, WANG J, WANG Y J, et al. A three-dimensional slope stability analysis method using the upper bound theorem Part II: numerical approaches, applications and extensions[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2001, 38(3): 379-397.
- [19] FREDLUND D G, MORGENSTERN N R, WIDGER R A. The shear strength of unsaturated soils[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1978, 15(3): 313-321.
- [20] RAWLS W J, BRAKENSIEK D L, SAXTONN K E. Estimation of soil water properties[J]. *Transactions of the ASAE*, 1982, 25(5): 1316-1320.