

# 饱和砂土液化刚度变化规律预测与 离心模型试验观测

周燕国<sup>1</sup>, 周致亮<sup>1</sup>, 掇宇<sup>1,2</sup>

(1. 浙江大学软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江大学岩土工程研究所, 浙江大学超重力研究中心, 浙江 杭州 310058;

2. 中国电建集团中南勘测设计研究院有限公司, 湖南 长沙 410014)

**摘要:** 土体的剪切模量是地基处理质检的主要力学指标之一。饱和砂土地基在地震作用下发生超静孔压上升和液化的现象, 导致土体的剪切模量和地基承载力降低, 震后随着孔压消散而逐渐恢复。这种地震液化过程中土体模量的变化对认识地基动力响应规律和评价地基承载力及变形具有重要意义, 但在实际工程场地中很难被直接观测到。首先, 本文在忽略振动引起土体结构性变化的假设下, 根据有效应力原理和 Hardin 公式提出了饱和软弱土振动液化过程中小应变剪切模量预测方法; 其次, 开展了一组倾斜饱和砂土地超重力振动台模型试验, 监测了振动过程中模型地基的加速度、超静孔压和地表沉降响应, 并利用高速相机和压电弯曲元波速测试系统实时采集砂土振动液化过程中的剪切波动信号, 采用视频分帧识别技术获得不同时刻的剪切波速。研究表明, 本文方法的剪切波速预测值与压电弯曲元实测值基本一致, 振动过程中的饱和砂土小应变剪切模量随着超静孔压的累积而降低, 振后又随孔压消散而逐渐恢复。本文研究可为振动作用下饱和软弱地基的刚度监测和检测提供科学依据。

**关键词:** 超重力离心模型试验; 压电弯曲元; 剪切波速; 小应变剪切模量; 实时监测; 质检

中图分类号: TU411

文献标识码: A

文章编号: 2096-7195(2024)06-0540-07

## Stiffness evolution of saturated sand during liquefaction process in centrifugal model test

ZHOU Yanguo<sup>1</sup>, ZHOU Zhiliang<sup>1</sup>, SHE Yu<sup>1,2</sup>

(1. MOE Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Institute of Geotechnical Engineering, Center for

Hypergravity Experiment and Interdisciplinary Research, Zhejiang University, Hangzhou 310058, Zhejiang, China;

2. Power China Zhongnan Engineering Corporation Limited, Changsha 410014, Hunan, China)

**Abstract:** The shear modulus of soil is one of the primary mechanical indicators for quality check in ground treatment. The liquefaction of saturated sand ground may occur during earthquake, which results in the decrease of the soil stiffness and the ground bearing capacity. With excess pore water pressure gradually dissipating and effective stress increasing, the soil stiffness gradually recovers to the pre-earthquake level. The degradation of soil stiffness during soil liquefaction is of great importance to understand the dynamic responses of the liquefiable ground, as well as the bearing capacity and deformations of the ground. However, it is difficult to monitor the soil stiffness during shaking directly in engineering practice. In this study, based on the effective stress mechanism and Hardin's equation, the prediction method of small-strain shear modulus of the saturated sand during cyclic loading was proposed. Centrifugal model test of inclined sand slope was carried out to monitor the acceleration, excess pore water pressure and settlement of the model ground during shaking. In addition, the piezoelectric bender element system and high-speed camera were used jointly to collect the triggering and receiving shear wave signals during shaking. The shear wave velocities at different moments were processed by video recognition technique. The test results show that the predicted shear wave velocity is in agreement with the measurements of piezoelectric bender elements. They both tell the fact that the small-strain shear modulus of saturated sand decreases with the accumulation of excess pore water pressure during shaking, and gradually recovers

收稿日期: 2024-08-27

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51988101, 52278374); 高等学校学科创新引智计划 (B18047)。

作者简介: 周燕国 (1978—), 男, 浙江杭州人, 博士, 教授, 主要从事土动力学与地震工程、岩土工程防震减灾、地下基础设施性能设计与抗震韧性以及超重力离心物理模拟方向的教学与科研工作。E-mail: qzking@zju.edu.cn。

with the dissipation of excess pore water pressure after shaking. This study provides a scientific basis for monitoring and detecting the stiffness of saturated soft soil foundations under seismic loading.

**Key words:** hypergravity centrifugal model test; piezoelectric bender element; shear wave velocity; small-strain shear modulus; real-time monitoring; quality check

## 0 引言

软弱地基加固处理和质检一直是岩土工程的重要内容,在工程实践中发展出多种质检方法和相应的质检指标<sup>[1-3]</sup>。土体的剪切波速 $V_s$ (或剪切模量 $G$ )是关键力学特性参数,可综合表征土体的结构性、密实度和应力水平等物理力学状态,在工程实践中利用剪切波速进行地基承载力校核、地基加固效果或抗液化能力评价的方法得到广泛的应用,相关勘察规范也将剪切波速纳入地基抗震评估指标中<sup>[4-6]</sup>。随着复杂荷载下对地基和基础服役性能及韧性需求的不断提高,合理评估并可靠监测地基剪切波速的变化对揭示地基静动力灾变规律和评价服役性能有重要的科学意义<sup>[7-11]</sup>。在地震和波浪等动力荷载下,在工程场地和地基开展原位观测的难度大、周期长且成本高,通过室内模型试验观测地基静动力响应和服役性能成为重要的研究手段<sup>[12-13]</sup>。在模型试验中,可采用类似原位物探的技术手段测量动力加载前后的模型地基弹性波速,以评价模型地基的初始状态,而在振动过程中采用加速度计、孔压计和激光位移传感器等监测模型地基响应。需要指出,在地基振动过程中,由于地基土体本身传递的剪切波动能量比物探设备激发的波动能量大得多,而且当饱和地基接近液化时,土体刚度丧失而无法传递剪切波动能量,使得常规物探技术无法在地基振动过程中直接测量土体的弹性波速。国内外学者对振动结束后孔压消散过程中的波速监测做了有益尝试,取得了部分进展<sup>[14]</sup>。

压电陶瓷晶片能够实现电能和机械能的转换,可制成小体积、高频响和高精度的振动传感器,近年来在土单元体的剪切波速测试方面得到了较多应用<sup>[15-18]</sup>。把压电弯曲元用到超重力离心模型试验中,除了需要克服离心机旋转产生的电磁干扰和高噪音环境等技术问题,同样面临与原型地震工况类似的难题,即振动台激振振动信号强度远高于弯曲元激振产生的振动信号,导致弯曲元单次激发在土中产生的波动信号信噪比低。这个问题随着模型地基土体孔压增长和液化触发而更加突出,需要探索新的观测方法加以解决。

本文首先提出了一种根据地基振动孔压和变形监测计算土体剪切波速的预测方法,以及一种利用压电弯曲元实时监测剪切波速的方法;然后,开展

了一组饱和砂土的超重力振动台模型试验,揭示了土体小应变剪切模量随土体振动响应和震后再固结过程的演化规律,并将振动过程中地基波速的预测值与弯曲元实测值进行对比,验证了本文利用压电弯曲元实时监测波速方法的可靠性。

## 1 砂土地基振动液化模量预测与监测

### 1.1 饱和砂土地基振动过程剪切波速预测方法

土体剪切模量与剪切波速之间存在如下关系:

$$G = \frac{\partial \tau}{\partial \gamma} = \rho V_s^2 \quad (1)$$

当剪应变等于或小于 $10^{-6}$ 时,式(1)就代表土体的小应变剪切模量 $G_{\max}$ ,表达如下:

$$G_{\max} = \rho V_s^2 \quad (2)$$

式中: $\rho$ 为土体质量密度。

对于无黏性砂土来说,当剪应变幅度小于 $10^{-4}$ 时,只有平均有效主应力和孔隙比对 $G_{\max}$ 有较大的影响。HARDIN<sup>[19]</sup>根据大量实验观测将砂性土的 $G_{\max}$ 公式表示为:

$$G_{\max} = AF(e)(\sigma'_m)^n \quad (3)$$

式中: $n$ 为经验常数,与土的类型有关,从砂土到黏土, $n=1/2\sim 2/3$ ;  $A$ 为取决于土体种类特性的试验常数; $F(e)$ 为与孔隙比有关的函数,本文取 $F(e)=1/(0.3+0.7e^2)$ ;  $\sigma'_m$ 表示平均有效主应力。

由式(2)和式(3)可以得到剪切波速 $V_s$ 和平均有效主应力之间的关系如下式所示:

$$V_s = \sqrt{\frac{AF(e)}{\rho}} (\sigma'_m)^{\frac{n}{2}} \quad (4)$$

在地震、波浪、交通和动力机器等振动作用下,地基土体超静孔压 $u$ 累积使得平均有效主应力 $\sigma'_m$ 降低,孔压水平可用超静孔压比 $r_u$ ( $r_u = u/\sigma'_m$ )表示,故振动过程中地基土的平均有效主应力可表示为:

$$\sigma'_m(t) = (1 - r_u(t))\sigma'_{m0} \quad (5)$$

结合式(4)和式(5)得到振动过程中地基土体剪切波速与超静孔压比之间的关系如下式所示:

$$V_s(t) = \sqrt{\frac{AF(e)}{\rho} ((1-r_u(t))\sigma'_{m0})^{\frac{n}{2}}} \quad (6)$$

在忽略振动过程中饱和砂土结构变化的条件下,即不考虑式(6)中 $A$ 值和 $n$ 值的变化,则可通过土体孔压响应估算土体剪切波速的变化,即将土体在振动过程中任意时刻 $t$ 的剪切波速 $V_s(t)$ 与振动之前的初始剪切波速 $V_{s0}$ 之间的比值表达为下式:

$$\frac{V_s(t)}{V_{s0}} = \frac{\sqrt{\frac{AF(e)}{\rho} ((1-r_u(t))\sigma'_{m0})^{\frac{n}{2}}}}{\sqrt{\frac{A_0F(e_0)}{\rho_0} (\sigma'_{m0})^{\frac{n_0}{2}}}} \approx \sqrt{\frac{F(e)\rho_0}{F(e_0)\rho} (1-r_u(t))^{\frac{n}{2}}} \quad (7)$$

由式(7)可知,如果能准确监测静动力作用下饱和地基的超静孔压和地表沉降,则可以预测相应的剪切波速,这为室内模型试验或实际工程原位监测提供了一种方法。

## 1.2 超重力模型试验剪切波速监测技术

以浙江大学 ZJU-400 超重力离心机平台为例<sup>[20-22]</sup>,压电弯曲元弹性波速测试系统的设备主要包括函数发生器、功率放大器、示波器、压电弯曲元和电荷放大器等。首先由控制室内的函数发生器产生激发电压信号,输入到功率放大器中进行信号电压放大,然后通过离心机滑环通道进入离心机实验舱,并作用于埋置在模型地基内的激发弯曲元,弯曲元受迫振动,在模型地基内产生以剪切波动能量为主的弹性波,这个弹性波经过 $\Delta t$ 时间传播到距离为 $L$ 的接收弯曲元,受迫振动后在压电晶体内产生微弱的电压信号,该信号传输到离心机主轴附近下仪器舱内的电荷放大器进行放大,再经过滑环通道回到控制室内的示波器,记录激发信号和接收信号两者的时间差 $\Delta t$ ,根据下式计算剪切波速 $V_s$ :

$$V_s = L/\Delta t \quad (8)$$

考虑到超重力离心机运行产生的强电磁环境和高应力梯度,以及需要在饱和模型地基内长时间连续激发的测量要求,需要对压电晶片进行技术处理<sup>[23]</sup>:首先焊接导线,然后在压电陶瓷片表面涂抹环氧树脂以实现晶片加劲和防水功能,再然后进行电磁屏蔽和测试通道接地处理,最后是绝缘基座的安装等工序,研制出的压电弯曲元如图1所示。

考虑到压电弯曲元是一个悬臂板结构,埋置到模型地基土体后,其自振频率受自身刚度和周围土体刚度的耦合影响。因此,在利用压电弯曲元进行弹性波速测试时,需要调节弯曲元的激发频率以找到最优频段,使得激振能量较大,在接收元上产生高信噪比的信号。

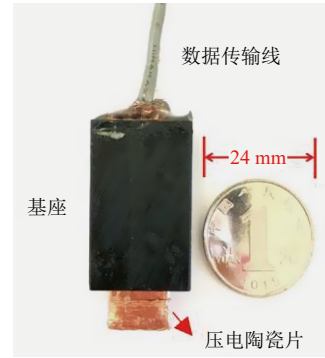


图1 制作完成的压电弯曲元

Fig. 1 A coated piezoelectric bender element

## 2 砂土地基超重力振动台模型试验

### 2.1 模型试验方案

本组模型试验在浙江大学 ZJU-400 离心机上,进行,试验材料为 Ottawa F-65 砂,其基本物性指标如表1所示。试验模拟长度 20 m、坡度为 $5^\circ$ 的原型场地,离心加速度为 $30g$ 。采用落雨法制模,制样干密度 $\rho_d = 1.670 \text{ g/cm}^3$ ,后采用 30 倍水黏度的甲基硅油( $\rho_f = 0.955 \text{ g/cm}^3$ )作为饱和流体进行真空饱和,得到饱和密度 $\rho_{sat} = 1.982 \text{ g/cm}^3$ 的试验模型。

表1 Ottawa F-65 砂基本物性指标

Table 1 Physical properties of Ottawa F-65

$d_s/$ ( $\text{g/cm}^3$ )	$D_{10}/$ mm	$D_{30}/$ mm	$D_{50}/$ mm	$D_{60}/$ mm	$C_u$	$C_c$	$\rho_{dmax}(\rho_{dmin})/$ ( $\text{g/cm}^3$ )
2.650	0.136	0.174	0.20	0.25	1.73	0.95	1.757(1.491)

倾斜砂土地传感器布置如图2所示,孔压计和加速度计间隔布置于模型地基中心轴位置,3对压电弯曲元 BE1、BE2 和 BE3 均以 10 cm 的测试距离布置在对应原型地基深度 1 m、2 m 和 3 m 处,分别与孔压计 P4、P3 和 P2 的埋置深度一致。此外,模型地基上方布置 3 个激光位移计监测振动过程中的地表沉降。

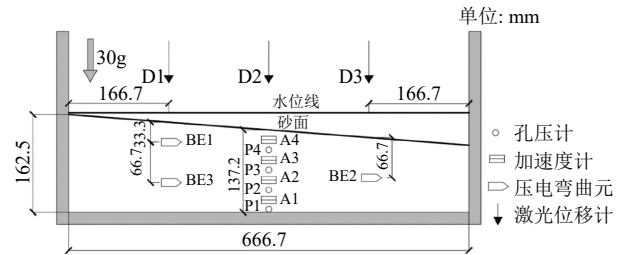


图2 倾斜砂土地传感器布置

Fig. 2 Sensor arrangement for inclined sandy slope

### 2.2 模型试验结果与分析

本组试验共进行了 3 次转机,每次转机到目标离心加速度 $30g$ 稳定后进行台面振动输入,观测模

型地基的动力响应过程。每次转机采用 3 个离心加速度 (10g、20g 和 30g) 水平逐级加速的方式, 当每阶段的离心加速度和各种传感器信号稳定后, 利用 3 对压电弯曲元分别测量模型地基不同深度土体的剪切波速, 此时测试系统采用信号叠加模式以得到高信噪比接收信号 (如图 3 所示)。本文采用时域初达波法对弯曲元信号进行判别, 3 次转机过程剪切波速测量结果如图 4 所示。进一步用式 (3) 对剪切波速数据进行拟合, 获得参数  $A$  和  $n$ , 发现在 3 次转机过程中参数  $A$  随着振动加密呈增大趋势, 而参数  $n$  未发生明显改变 (见图 5)。

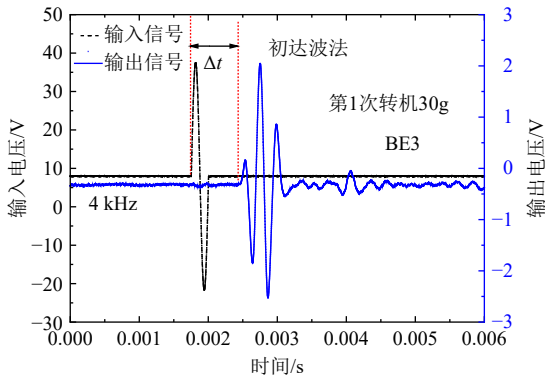


图 3 典型的弯曲元测试信号

Fig. 3 Typical transmitted and received signals of BEs

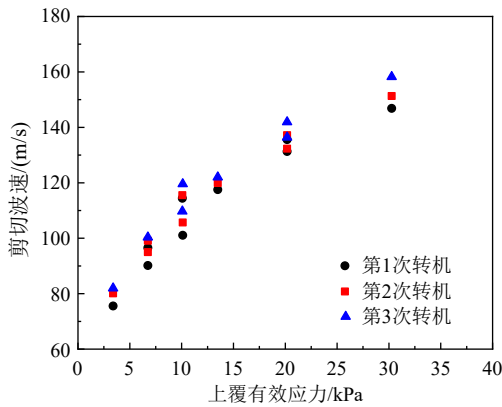


图 4 3 次转机过程剪切波速测量结果

Fig. 4 Measurements of  $V_s$  in model test

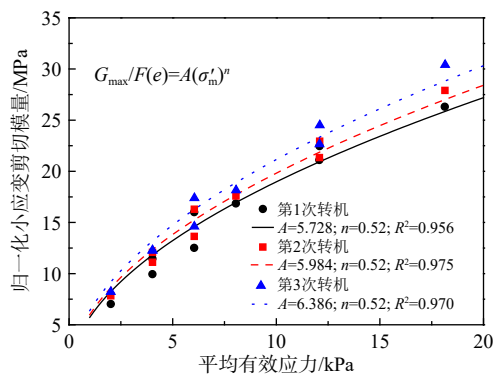


图 5 3 次转机过程中 Hardin 公式拟合结果

Fig. 5 Fitting of Hardin equation for model test

当离心机转机达到 30g 并保持一定的时间, 且孔压和沉降测量信号稳定后, 振动台激振, 振动波形为不等幅正弦波 (见图 6), 3 次振动的台面峰值加速度分别为  $PBA=0.05g$ 、 $0.10g$  和  $0.15g$ 。

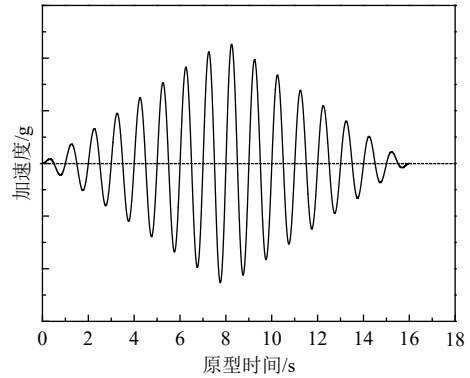


图 6 机载振动台台面输入波形

Fig. 6 Input waveform at the base of shaking table

模型地基动力响应由加速度计、孔压计和激光位移计实时监测。振动过程中对 BE2 的剪切波速测试过程进行了实时监测, 测量时将示波器设置为动态采集模式, 并采用 GoPro 高速相机拍摄振动过程中示波器屏幕的弯曲元信号, 通过视频分帧识别技术得到每次振动过程中剪切波信号的变化规律, 进而按照式 (8) 计算相应的剪切波速。图 7 给出了第 3 次振动 ( $PBA=0.15g$ ) 过程中不同时间的弯曲元信号, 时间  $t=0$  s 表示 GoPro 高速相机开始记录。

图 7 记录了从振动开始前、振动过程中到振后孔压消散全过程的代表性视频分帧, 其中每幅分帧图左侧的竖黄线为参照线, 激发信号起跳点与参照线之间的水平距离为固定值, 通过接收信号初次到达而产生的起跳点至参照线之间的距离确定传播时间并计算该时刻 BE2 位置处土体的剪切波速测量值。此外, 通过激光位移计监测振动过程中模型地基的地表沉降 (见图 8), 由地表沉降计算得到模型体积减少值, 从而得出振动过程中模型地基土体的平均孔隙比  $e$  和土体密度  $\rho$ 。将上述孔隙比、密度和 P3 处的孔压时程代入式 (7), 得出振动过程中剪切波速的预测值。

图 9 给出了第 3 次振动过程中 BE2 位置处的超静孔压比时程、土体剪切波速的实测值与预测值, 对比两者 (实测值与预测值) 可以发现: 首先, 振动过程中的土体剪切波速随着超静孔压上升而下降, 又随着振动停止后孔压消散而逐渐恢复; 其次, 式 (7) 的剪切波速预测曲线与实测剪切波速总体吻合, 但在高孔压区域 ( $r_u = 0.7 \sim 1.0$ ) 的预测值要略高于实测值, 原因可能是饱和砂土振动

液化时土颗粒结构劣化崩解导致式(6)中的参数  $A$  和  $n$  发生一定的变化。因此,式(7)具备根据地基振动孔压和沉降响应预测土体刚度动态演化的能力,可为各种动力荷载下地基刚度的室内外监测及分析提供一种可行的方法。

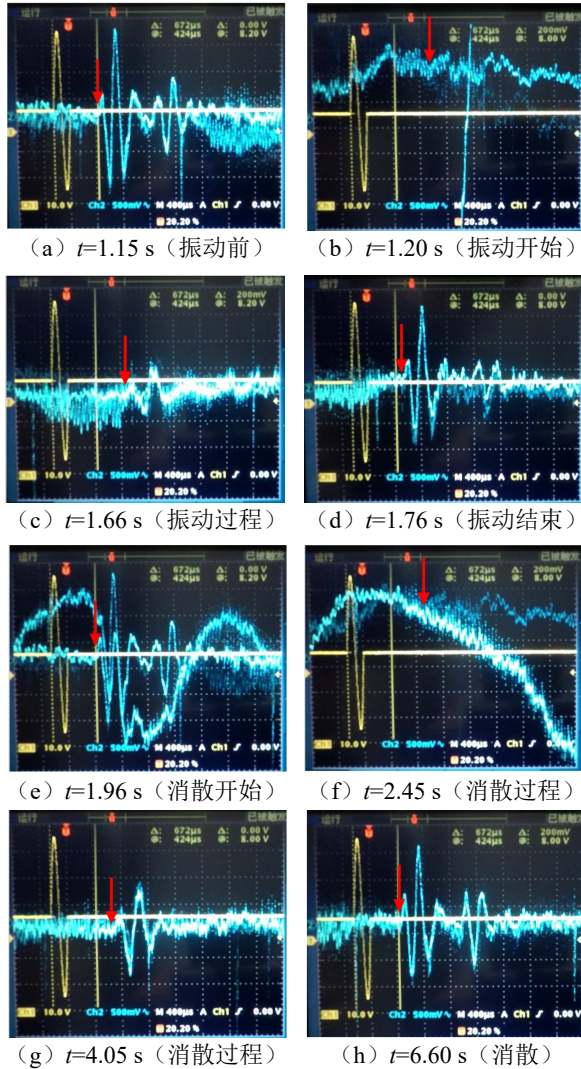


图7 第3次振动过程中BE2剪切波监测信号  
Fig. 7 Shear wave monitoring signal of BE2 during the 3rd shaking

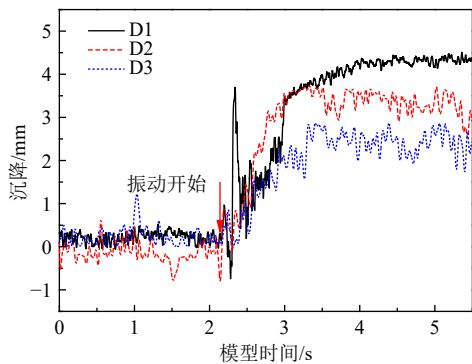


图8 第3次振动模型地基地表沉降  
Fig. 8 Model foundation surface settlement during the 3rd shaking

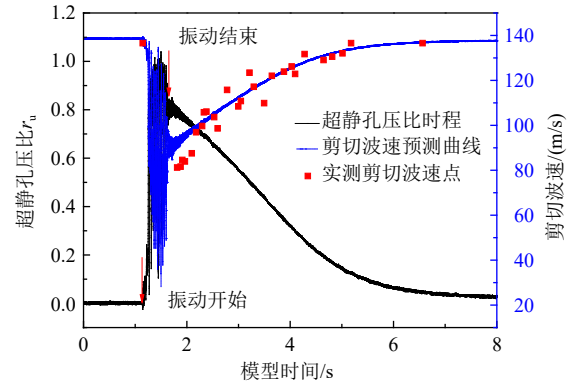


图9 第3次振动剪切波速预测值与实测值  
Fig. 9 Prediction and measurement of  $V_s$  during the 3rd shaking

### 3 结论

本文提出了一种饱和软弱土地基在振动液化(弱化)过程中的剪切波速预测方法,并通过一组倾斜饱和砂土地基超重力振动台模型试验进行验证,得到以下结论:

(1) 在模型地基中,将压电弯曲元剪切波速测试系统和高速相机结合运用,能实时监测振动过程中地基土体的小应变剪切模量演化规律。试验发现,振动过程中的土体模量随着超静孔压的累积而降低,振动结束后随超静孔压的消散又逐渐恢复到振动前水平。

(2) 假设忽略振动引起的土体结构性变化,可根据有效应力原理和Hardin公式预测饱和软弱土振动液化过程中的剪切波速(或小应变剪切刚度)。试验结果表明,本文方法预测值与弯曲元实测值接近,本文预测方法具有可靠性,这为各种振动作用下饱和软弱地基的刚度监测和检测提供了科学手段。

### 参考文献

[1] 龚晓南. 复合地基理论和技术应用体系形成和发展[J]. 地基处理, 2019, 1(1): 7-16.  
GONG Xiaonan. Formation and development of composite foundation theory and technology application system[J]. Chinese Ground Improvement, 2019, 1(1): 7-16.

[2] 罗嗣海, 龚晓南. 无黏性土强夯加固效果定量估算的拟静力分析法[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(4): 480-486.  
LUO Sihai, GONG Xiaonan. Quasi-static analysis for quantitative estimation of improvement effect of cohe-

- sionless soil treated by dynamic compaction[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(4): 480-486.
- [3] 吴民晖, 刘海旺. 强夯法处理吹填海砂地基现场试验研究[J]. 地基处理, 2022, 4(4): 322-328.  
WU Minhui, LIU Haiwang. Field test on the treatment of hydraulic reclamation sand foundation by dynamic compaction[J]. Journal of Ground Improvement, 2022, 4(4): 322-328.
- [4] 侯兰杰, 陈兴长, 陈慧, 等. 表面波法确定卵石土地基承载力模型研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(9): 2572-2576.  
HOU Lanjie, CHEN Xingzhang, CHEN Hui, et al. Research on models of surface wave velocity method for determining bearing capacity of cobble soil foundation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(9): 2572-2576.
- [5] 中华人民共和国建设部, 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局. 岩土工程勘察规范(2009年版): GB 50021—2001[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009.  
Ministry of Construction of the People's Republic of China, General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China. Code for Investigation of Geotechnical Engineering (2009 Edition): GB 50021—2001[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2009.
- [6] KAYEN R, MOSS R E S, THOMPSON E M, et al. Shear-wave velocity-based probabilistic and deterministic assessment of seismic soil liquefaction potential[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2013, 139(3): 407-419.
- [7] 汪闻韶. 剪切波速在评估地基饱和砂层地震液化可能性中的应用[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(6): 659-662.  
WANG Wenshao. Utilization of shear wave velocity in assessment of liquefaction potential of saturated sand under level ground during earthquakes[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(6): 659-662.
- [8] 黄茂松, 陈云敏, 吴世明. 振冲碎石桩加固饱和粉砂粉土地基试验研究[J]. 岩土工程学报, 1992, 14(6): 69-73.  
HUANG Maosong, CHEN Yunmin, WU Shiming. Strengthening of saturated silty soils by vibro replacement stone columns[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1992, 14(6): 69-73.
- [9] 夏唐代, 颜可珍, 石中明, 等. 地基剪切波速与抗剪强度的关系研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(增1): 4435-4437.  
XIA Tangdai, YAN Kezhen, SHI Zhongming, et al. Study on relationship of shear wave velocity and shear strength of foundation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(S1): 4435-4437.
- [10] 魏晓, KU Taeseo, 杨仲轩. 含水量对水泥加固含黏粒砂土的强度影响[J]. 地基处理, 2022, 4(增刊): 6-13.  
WEI Xiao, KU Taeseo, YANG Zhongxuan. Effects of water content on the strength of cement-stabilized sand with clayey fines[J]. Journal of Ground Improvement, 2022, 4(S1): 6-13.
- [11] 吕美彤, 章定文, 沈晨, 等. 微生物产气降饱和砂土的剪切波速特性试验研究[J]. 地基处理, 2022, 4(6): 466-471.  
LV Meitong, ZHANG Dingwen, SHEN Chen, et al. Experimental study on shear wave velocity characteristics of microbial gas production de-saturated sandy soil[J]. Journal of Ground Improvement, 2022, 4(6): 466-471.
- [12] 苗本麒, 刘开富, 谢新宇. 大次数循环荷载下钢管桩承载变形特性试验研究[J]. 地基处理, 2023, 5(4): 285-292.  
MIAO Benqi, LIU Kaifu, XIE Xinyu. Experimental study on bearing and deformation characteristics of steel pipe piles under large number of cyclic loading[J]. Journal of Ground Improvement, 2023, 5(4): 285-292.
- [13] 张振, 刘洪伟, 叶观宝, 等. 气泡轻质土高铁拓宽路基性能离心模型试验研究[J]. 地基处理, 2022, 4(3): 220-225.  
ZHANG Zhen, LIU Hongwei, YE Guanbao, et al. Centrifugal model test research on the performance of high-speed rail widening subgrade with bubble light soil[J]. Journal of Ground Improvement, 2022, 4(3): 220-225.
- [14] 叶斌, 叶冠林, 张锋. 液化砂土地基刚度恢复过程的振动台试验[J]. 水利学报, 2012, 43(7): 877-882.  
YE Bin, YE Guanlin, ZHANG Feng. Shaking-table tests on the stiffness recovery process of liquefied sandy ground[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2012, 43(7): 877-882.
- [15] 陈云敏, 周燕国, 黄博. 利用弯曲元测试砂土剪切模量的国际平行试验[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(7): 874-880.  
CHEN Yunmin, ZHOU Yanguo, HUANG Bo. International parallel test on the measurement of shear modulus

- of sand using bender elements[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(7): 874–880.
- [16] 顾晓强, 杨峻, 黄茂松, 等. 干砂弹性参数测定的弯曲-伸展元试验[J]. 岩土力学, 2015, 36(增刊 1): 220–224, 229.
- GU Xiaoqiang, YANG Jun, HUANG Maosong, et al. Measurement of elastic parameters of dry sand using bender-extender element[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(S1): 220–224, 229.
- [17] 董全杨, 蔡袁强, 徐长节, 等. 干砂饱和砂小应变剪切模量共振柱弯曲元对比试验研究[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(12): 2283–2289.
- DONG Quanyang, CAI Yuanqiang, XU Changjie, et al. Measurement of small-strain shear modulus  $G_{max}$  of dry and saturated sands by bender element and resonant column tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(12): 2283–2289.
- [18] 李博, 余闯, 曾向武.  $K_0$  条件下砂土原生各向异性的动剪切模量试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(增 2): 4048–4055.
- LI Bo, YU Chuang, ZENG Xiangwu. Effect of fabric anisotropy on dynamic shear modulus in  $K_0$  condition[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(S2): 4048–4055.
- [19] HARDIN B O. The nature of stress-strain behavior for soils[C]//From Volume I of Earthquake Engineering and Soil Dynamics—Proceedings of the ASCE Geotechnical Engineering Division Specialty Conference. 1978.
- [20] 陈云敏, 韩超, 凌道盛, 等. ZJU400 离心机研制及其振动台性能评价[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(12): 1887–1894.
- CHEN Yunmin, HAN Chao, LING Daosheng, et al. Development of geotechnical centrifuge ZJU400 and performance assessment of its shaking table system[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(12): 1887–1894.
- [21] 詹良通, 胡英涛, 刘小川, 等. 非饱和黄土地基降雨入渗离心模型试验及多物理量联合监测[J]. 岩土力学, 2019, 40(7): 2478–2486.
- ZHAN Liangtong, HU Yingtao, LIU Xiaochuan, et al. Centrifuge modelling of rainfall infiltration in an unsaturated loess and joint monitoring of multi-physical parameters[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(7): 2478–2486.
- [22] 周燕国, 摄宇, 陈捷, 等. 超重力离心模型试验土体弹性波速监测与表征[J]. 土木工程学报, 2020, 53(6): 90–96, 121.
- ZHOU Yanguo, SHE Yu, CHEN Jie, et al. Measurement and characterization of elastic wave velocity of soil in hypergravity centrifuge model test[J]. China Civil Engineering Journal, 2020, 53(6): 90–96, 121.
- [23] ZHOU Y G, SUN Z B, CHEN Y M. Curved raypaths of shear waves and measurement accuracy of bender elements in centrifuge model tests[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2016, 142(6): 04016008.