

# 微型木桩的群桩效应研究

刘润, 彭佳俊, 梁超\*, 李成凤

(天津大学 水利工程智能建设与运维全国重点实验室, 天津 300072)

**摘要:** 木材广泛存在于我国村镇中, 其取材加工方便, 价格低廉, 用作村镇住宅的基础结构, 可有效减少村镇住宅的能源消耗, 符合绿色建筑理念。本文以微型木桩为研究对象, 通过离心机模型试验和有限元数值分析, 研究了微型木桩在砂土和粉质黏土土层条件下的群桩承载力和群桩效应系数。结果表明, 微型木桩的群桩效应系数  $\eta$  在砂土中大于 1, 在黏土中小于 1, 受桩土刚度比的影响较小; 桩径减小改变了群桩最优桩间距, 砂土中微型木桩  $\eta$  随着桩的距径比  $S_0/D$  的增大逐渐增大, 在  $S_0/D=6$  时出现峰值, 常规桩在  $S_0/D=3$  时达到最大, 微型木桩最优桩间距大于常规桩; 黏土中, 微型木桩  $\eta$  峰值对应的  $S_0/D=4$  小于常规桩  $\eta$  峰值对应的  $S_0/D=6$ , 微型木桩最优桩间距小于常规桩; 微型木桩群桩效应系数随内摩擦角和不排水抗剪强度的增大而减小, 随距径比的增大先增加后减小, 随桩数的增加而增大。

**关键词:** 微型桩; 木桩; 离心机模型试验; 群桩效应; 数值模拟

中图分类号: TU473.1

文献标识码: A

文章编号: 2096-7195(2024)01-0023-08

## Study on pile group effect of micro timber piles in soil

LIU Run, PENG Jia-jun, LIANG Chao\*, LI Cheng-feng

(State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Intelligent Construction and Operation, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** Wood is widely used in villages and towns in China. It is convenient for materials processing and cheap. And it can be used as the basic structure of villages and towns housing, which can effectively reduce the energy consumption. The pile group bearing capacity and pile group effect coefficient of micro timber pile group in sand and clay were studied by centrifuge model tests and finite element numerical analysis. The results show that the pile group effect coefficient of micro timber piles is greater than 1 in sand soil and less than 1 in clay soil. The influence of pile-soil stiffness ratio is small and the reduction of pile diameter changes the optimal pile spacing of pile group. In sand and clay, pile group effect coefficient reaches its maximum value when the ratio of distance-to-diameter is 6 and 4, respectively, which is different from the corresponding 3 and 6 in conventional piles. The pile group effect coefficient decreases with the increase of internal friction angle and undrained shear strength. It increases first and then decreases with the increase of distance-to-diameter ratio; and increases with the increase of pile number.

**Key words:** micro pile; timber pile; centrifuge model test; pile group effect; numerical simulation

## 0 引言

村镇住宅是我国最为普遍的民用建筑, 近年来随着国内生活水平的提高, 绿色村镇建筑理念逐渐兴起, 采用环保、能耗低的建筑材料是未来村镇住宅建设的发展趋势。由于木材广泛存在于我国村镇中, 其取材加工方便, 价格低廉, 以木桩作为村镇

住宅基础, 可有效减少村镇住宅的能源消耗, 避免材料浪费和环境污染, 符合绿色建筑理念, 在村镇住宅建设中具有良好的应用前景。

现有研究中木桩直径一般在 100~150 mm, 桩长为 4~6 m, 长径比大于 30<sup>[1]</sup>, 属于微型桩范畴。微型桩是 20 世纪 50 年代由意大利的 Lizzi 提出的一种基础结构, 最早应用于二战后的历史建筑物加

收稿日期: 2022-11-10

基金项目: 国家重点研发计划 (2019YFD1101004)。

作者简介: 刘润 (1974—), 女, 河北深泽人, 博士, 教授, 主要从事海洋结构与地基耦合作用领域的教学和科研工作。E-mail: liurun@tju.edu.cn。

\*通信作者: 梁超 (1989—), 男, 天津人, 博士, 主要从事海洋结构物与地基相互作用方面的研究。E-mail: liangchao@tju.edu.cn。

固,随着应用和研究的不断深入,近年来在基坑支护、建筑物纠偏等领域也有广泛的应用<sup>[2-5]</sup>。基于微型桩的应用工程类型,大部分研究都集中在水平土压力作用下的变形和弯矩分布<sup>[6-9]</sup>,对于微型桩的群桩效应研究较少。微型木桩应用于村镇建筑中,群桩竖向承载力是主要问题,很多学者就常规桩的群桩最优桩间距、群桩效应系数计算方法都进行过研究,其中石磊等<sup>[10]</sup>、ISMAEL<sup>[11]</sup>、高志尧等<sup>[12]</sup>、汤斌等<sup>[13]</sup>研究了群桩效应系数随桩间距的变化规律,提出了最优桩间距的选取范围;COOKE等<sup>[14]</sup>、杨克己等<sup>[15]</sup>、田美存等<sup>[16]</sup>根据应力叠加原理,采用分层位移迭代法将荷载传递理论应用于群桩效应系数的计算中。但以上研究都是基于钢管桩或钻孔灌注桩,对于微型桩,尤其是微型木桩的适用性有待考究。

由于木桩刚度低,直径小,因此其竖向承载机理和群桩效应将区别于钢管桩和灌注桩。基于以上问题,本文以离心机模型试验和有限元数值模拟为分析手段,开展砂土和黏土中微型木桩的群桩竖向承载力研究,揭示桩间距、桩径、桩土刚度比、桩数和土体强度等不同因素对微型木桩群桩效应的影响。

## 1 离心机模型试验

在天津大学岩土工程研究所开展单桩和群桩竖向静载离心机模型试验,试验离心机为双吊篮-对称臂结构,有效旋转半径为2.7m,最大容量为100g·t。

### 1.1 模型桩

模型桩材料选用松木,弹性模量为10GPa,极限抗压强度为15MPa,泊松比为0.33。试验离心机

加速度为25g,模型相似比尺为1:25(模型:原型),原型桩与模型桩参数如表1所示。

表1 原型桩与模型桩参数  
Table 1 Parameters of prototype pile and model pile

类别	桩径 <i>D</i> /cm	桩长 <i>L</i> <sub>0</sub> /m	长径比 <i>L</i> <sub>0</sub> / <i>D</i>	弹性模量/GPa	抗压刚度
原型桩	20.0	6.00	30	10	314.16 MN
模型桩	0.8	0.24	30	10	502.65 kN

群桩中桩数*N*选取为9和4两种模型,分别为3×3和2×2布置形式,桩顶部与有开孔的有机玻璃加载板固定,群桩模型如图1所示。同时为研究不同桩间距*S*<sub>a</sub>对群桩承载力的影响,3×3和2×2群桩分别进行*S*<sub>a</sub>=2*D*、3*D*两种桩间距的群桩试验。

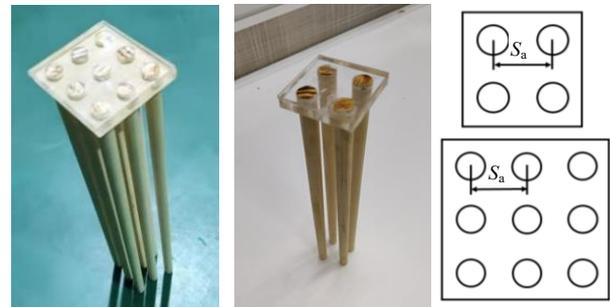


图1 群桩模型

Fig. 1 Pile group model

### 1.2 试验用土

试验砂土选用福建标准砂,砂土的物理特性如表2所示。平均粒径*d*<sub>50</sub>为0.19mm,模型桩的最小桩径为8mm,基础最小尺寸与土体平均粒径比大于30,可忽略粒径效应<sup>[17-21]</sup>。

表2 砂土的物理特性

Table 2 Physical parameters of sand

比重 <i>G</i> <sub>s</sub>	平均粒径 <i>d</i> <sub>50</sub> /mm	不均匀系数 <i>C</i> <sub>u</sub>	曲率系数 <i>C</i> <sub>c</sub>	最大孔隙比 <i>e</i> <sub>max</sub>	最小孔隙比 <i>e</i> <sub>min</sub>	黏聚力 <i>c</i> /kPa	内摩擦角 <i>φ</i> /°
2.65	0.19	1.731	0.875	1.008	0.596	0	35

试验模型箱尺寸为880mm×595mm×400mm,采用砂雨法制备干砂地基。落砂前标定相对密实度与落距之间的关系,如图2所示。试验中确定落距为50cm,最终实测相对密实度为75%。

试验黏土选用粉质黏土,黏土的物理特性如表3所示。

### 1.3 试验组次及模型桩布置

为研究桩间距和桩数对微型木桩群桩效应的影响,共开展7组离心机试验,试验安排如表4所示。

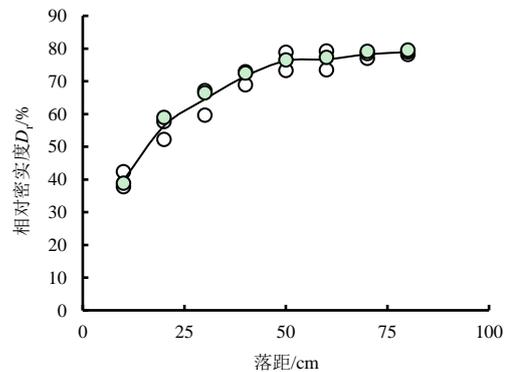


图2 福建标准砂相对密实度标定曲线

Fig. 2 Calibration curve of relative density of Fujian standard sand

表 3 黏土的物理特性

Table 3 Physical parameters of clay

比重	容重 $\gamma$	液限	塑限	塑性	黏聚力	内摩擦角
$G_s$	( $\text{kN/m}^3$ )	$\omega_L/\%$	$\omega_P/\%$	指数 $I_p$	$c/\text{kPa}$	$\varphi/(\circ)$
2.65	15.38	33.3	20.1	13.2	24.87	15

表 4 试验安排

Table 4 Test scheme

试验组次	桩数 $N$	桩间距 $S_a$	布桩方式	土性
V-1	1	—	1	砂土
V-2	9	2D	3×3	
V-3	9	3D	3×3	
V-4	4	2D	2×2	
V-5	4	3D	2×2	
V-6	1	—	1	黏土
V-7	9	2D	3×3	

为保证地基土体一致性, 单桩和群桩置于同一模型箱内, 如图 3 所示为砂土地基中模型箱及模型桩布置。单桩距模型箱边界 205 mm, 群桩距模型箱边界 150 mm, 单桩与群桩之间相距 190 mm, 桩端距离模型箱底部 80 mm, 均大于 5 倍桩径, 可消除边界效应<sup>[22]</sup>。

干砂地基与黏土地基制备结束后, 借助自制扶桩器, 通过千斤顶静压的方式将木桩垂直压入土体中。  
单位: mm

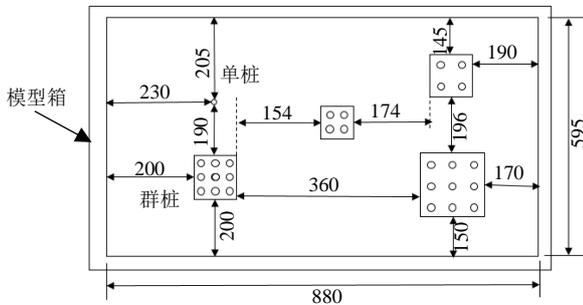


图 3 砂土地基中模型箱及模型桩布置

Fig. 3 Layout of model box and model pile in sandy soil foundation

### 1.4 试验步骤

模型试验中液压缸以 0.06 mm/s 的速度进行竖向加载, 下部连接 DYL102 轮辐式压力传感器测量竖向加载力, 传感器量程为 8 kN。传感器下方与矩形加载板连接, 保证加载过程中不产生偏心荷载。模型箱旁边布置高清摄像头随时监测试验过程中的加载过程, 如图 4 所示。设备调试完成后启动离心机, 待加速度达到设定值, 各项测试数据稳定后进行竖向静载荷试验。

### 1.5 试验结果

试验测得砂土和黏土中群桩荷载-位移 (已换

算为原型) 曲线如图 5 所示。

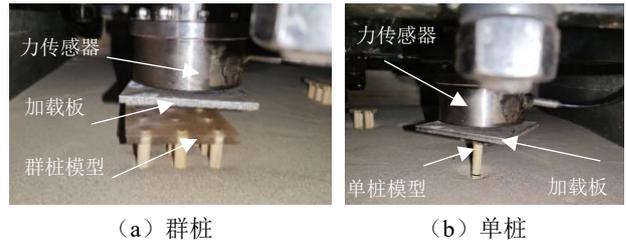
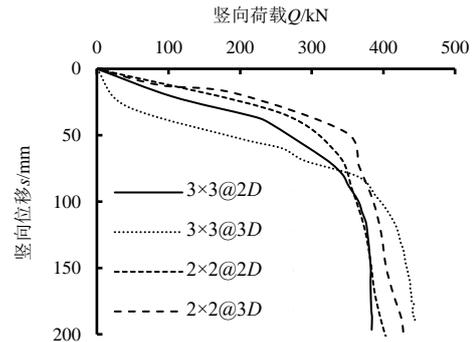
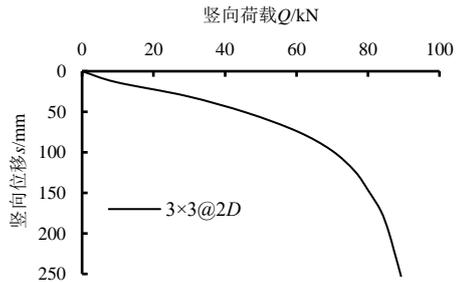


图 4 加载情况

Fig. 4 Loading situation



(a) 砂土



(b) 黏土

图 5 试验中群桩荷载-位移曲线

Fig. 5 Load-displacement curves of pile group in the test

根据《建筑基桩检测技术规范》(JGJ 106—2014)<sup>[23]</sup>, 取荷载-位移曲线发生明显陡降的起始点对应的荷载值作为单桩竖向抗压极限承载力, 并利用式 (1) 计算各组群桩的抗压群桩效应系数  $\eta$ :

$$\eta = \frac{Q_t}{NQ_s} \quad (1)$$

式中:  $Q_t$  为群桩极限承载力;  $Q_s$  为单桩竖向抗压极限承载力;  $N$  为桩数。

7 组离心机模型试验结果计算出群桩效应系数如表 5 所示。

由表 5 可以看出, 由于密砂存在剪胀性, 加载过程中桩间存在挤密作用, 桩-土相互作用增强, 群桩效应系数均大于 1, 且随着桩间距、桩数的增加而增大。在黏土中, 微型木桩的群桩效应系数接近 1, 群桩效应较弱, 群桩此时可按单桩考虑, 主要是由于桩端土体强度较高, 压缩性低, 基桩之间侧摩阻力相互影响作用减小。

表5 群桩效应系数计算  
Table 5 Effect coefficient of pile group

土性	布桩方式	极限承载力/kN	群桩效应系数
砂土	1	194.26	1.00
	3×3@2D	380.05	1.96
	3×3@3D	386.97	1.99
	2×2@2D	334.92	1.72
	2×2@3D	347.84	1.79
黏土	1	81.36	1.00
	3×3@2D	76.31	0.94

## 2 群桩效应有限元分析

### 2.1 有限元计算方法验证

基于离心机试验工况采用有限元软件 ABAQUS 进行分析。建立的群桩有限元模型如图 6 所示，桩总长  $L=6.1\text{ m}$ ，入土深度  $L_0=6\text{ m}$ ，直径  $D=20\text{ cm}$ ，材料选用木材，密度  $\rho=560\text{ kg/m}^3$ ，弹性模量  $E=10\text{ GPa}$ ，泊松比为 0.33。桩体采用线弹性模型，土体采用 Mohr-Coulomb 弹塑性模型，土体径向尺寸选用  $45D$ ，竖向高度为  $2L_0$ ，黏土不排水剪切强度  $s_u=40\text{ kPa}$ ，弹性模量  $E=500s_u$ 。桩土之间设置接触对，刚度较大的桩体为主动面，刚度较小的土体为被动面，桩土接触面中法向向接触选择硬接触，切向接触使用罚摩擦公式。桩体中心设置参考点，与桩顶表面耦合约束。

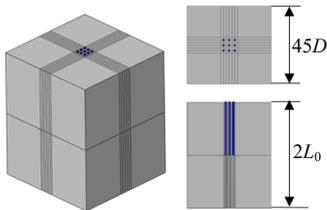


图6 群桩有限元模型示意图

Fig. 6 Finite element analysis model of pile group

将有限元计算结果与离心机试验结果进行对比，如图 7 所示。由图 7 可知，有限元结果与模型试验结果基本吻合，验证了有限元模型的正确性。

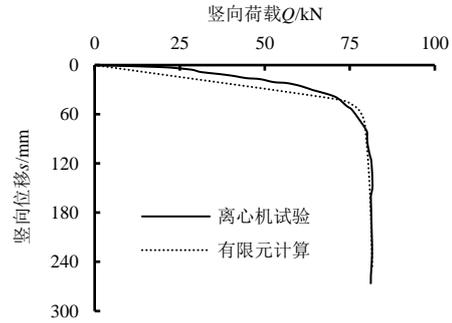
### 2.2 群桩效应影响因素分析

为研究微型木桩由于桩身刚度和桩径引起群桩的承载力差异，分别计算了不同桩土刚度  $k$ 、距径比  $S_a/D$ 、桩数  $N$ 、土体强度下的群桩承载力，分析各因素对微型木桩与常规桩的群桩效应系数的影响。

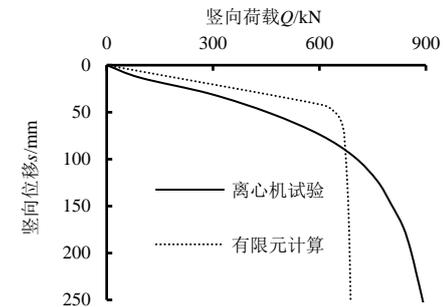
#### (1) 距径比 $S_a/D$ 的影响

选取  $D=10\text{ cm}$ 、 $14\text{ cm}$ 、 $20\text{ cm}$  这 3 种微型桩和 1 种  $D=50\text{ cm}$  的常规桩径进行计算，其中  $L_0=6\text{ m}$ ，

$N=9$ ， $S_a/D=2、3、4、5、6、8$ 。以  $D=20\text{ cm}$  为例，不同  $S_a/D$  下的群桩荷载-位移曲线如图 8 所示。



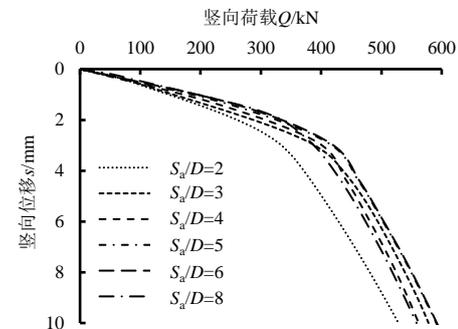
(a) 单桩



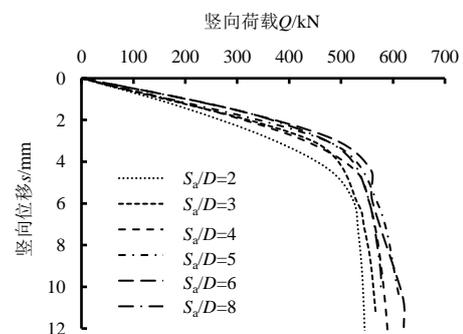
(b) 群桩

图7 有限元计算结果与离心机试验结果对比

Fig. 7 Comparison between finite element analysis and centrifuge results



(a) 砂土



(b) 黏土

图8 不同  $S_a/D$  时群桩荷载-位移曲线

Fig. 8 Load-displacement curves of pile group with different  $S_a/D$

由图 8 可知, 群桩承载力随着  $S_a/D$  的增大而增加, 且在相同荷载作用下, 群桩沉降量随着  $S_a/D$  的增大而逐渐减小。利用式 (1) 计算不同桩径下微型木桩的群桩效应系数  $\eta$ , 如图 9 所示。

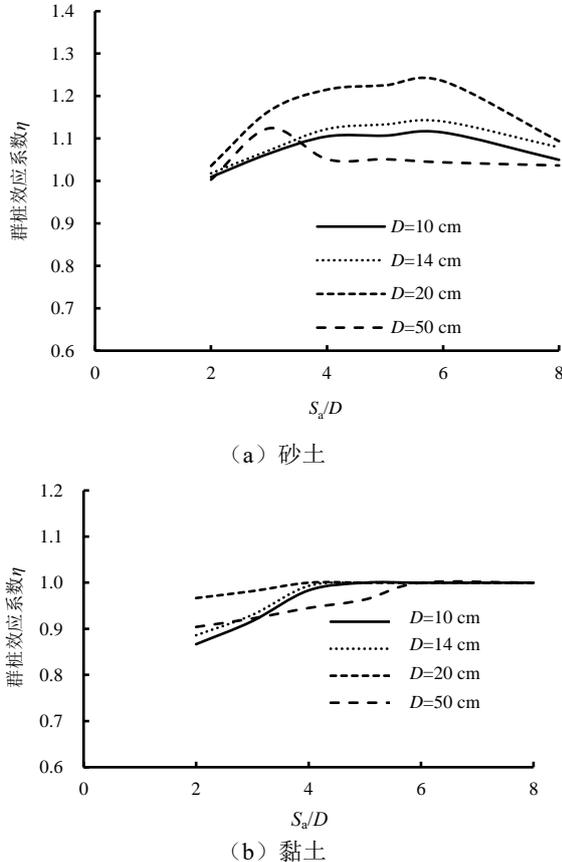


图 9 群桩效应系数  $\eta$  与  $S_a/D$  的关系图

Fig. 9 Relationship between pile group effect coefficient  $\eta$  and  $S_a/D$

由图 9 可知, 微型木桩桩径较小, 其群桩效应系数  $\eta$  明显区别于普通常规桩。砂土中,  $\eta$  随着  $S_a/D$  的增大逐渐增大, 在  $S_a/D=6$  时出现峰值随后逐渐减小, 即 6 倍桩径为最优桩间距, 而常规桩 ( $D=50\text{ cm}$ )  $\eta$  在  $S_a/D=3$  时就达到峰值, 随后降低至 1.0 左右, 不再随  $S_a/D$  的变化而变化; 黏土中各工况  $\eta$  均小于 1, 均随着  $S_a/D$  的增加而增大, 在达到 1.0 左右不再发生变化, 微型桩  $\eta$  峰值对应的  $S_a/D=4$  小于常规桩  $\eta$  峰值对应的  $S_a/D=6$ 。

(2) 桩土刚度比的影响

木桩与普通单桩相比, 其桩身弹性模量较小, 以桩土刚度比  $k$  (桩身弹性模量/土体弹性模量) 表示桩身弹性模量的影响。计算中取  $L_0=6\text{ m}$ ,  $D=20\text{ cm}$ ,  $N=9$ , 砂土和黏土弹性模量均取为 20 MPa; 桩身弹性模量根据木桩、混凝土桩、钢管桩选取为 10 GPa、30 GPa 和 210 GPa, 则  $k=22、38、102$ 。不同桩土刚

度比  $k$  下的群桩荷载-位移曲线如图 10 所示。

由图 10 可知, 随着  $k$  的增大, 群桩承载能力不断增加, 但是增幅有限, 说明  $k$  对桩基承载能力影响不大; 在相同荷载作用下, 群桩沉降量随  $k$  的增大而减小。

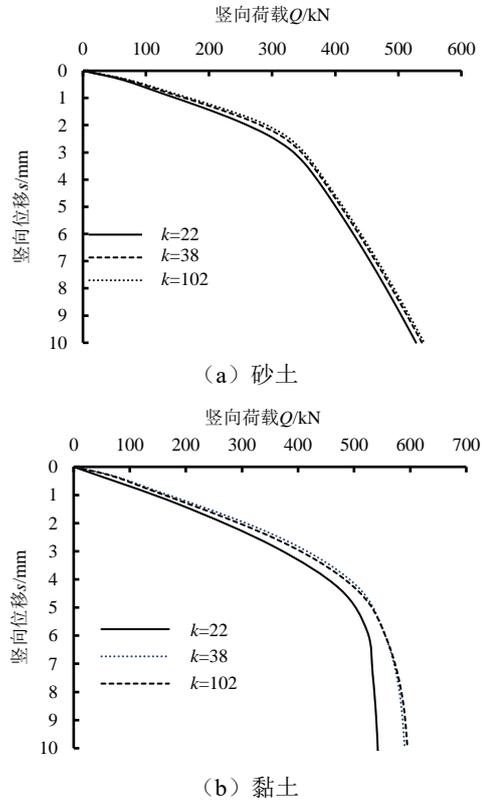


图 10 不同桩土刚度比  $k$  时群桩荷载-位移曲线

Fig. 10 Load-displacement curves of pile group with different pile-soil stiffness ratios  $k$

群桩效应系数  $\eta$  与桩土刚度比  $k$  关系如图 11 所示。由图 11 可知, 不同  $S_a/D$  条件下, 桩土刚度比  $k$  对群桩效应系数  $\eta$  的影响较小,  $\eta$  不随  $k$  的变化发生明显变化, 说明桩身弹性模量的减小没有影响群桩极限承载力的发挥。

(3) 桩数的影响

为研究桩数对微型木桩群桩效应的影响, 以  $S_a/D=3$ ,  $L_0=6\text{ m}$ ,  $D=20\text{ cm}$  为例, 计算  $N=4、6、9$  条件下的群桩承载力。不同桩数  $N$  时群桩荷载-位移曲线如图 12 所示。

由图 12 可知, 随着  $N$  的增大, 群桩承载能力逐渐增加; 相同荷载作用下, 群桩沉降量随  $N$  的增大而减小。

群桩效应系数  $\eta$  与桩数  $N$  关系如图 13 所示。由图 13 可知, 在不同桩数情况下, 砂土中群桩效应系数  $\eta$  均大于 1, 黏土中群桩效应系数  $\eta$  均小于 1, 且无论是在砂土还是黏土中,  $\eta$  均随  $N$  的增加呈线性增长。

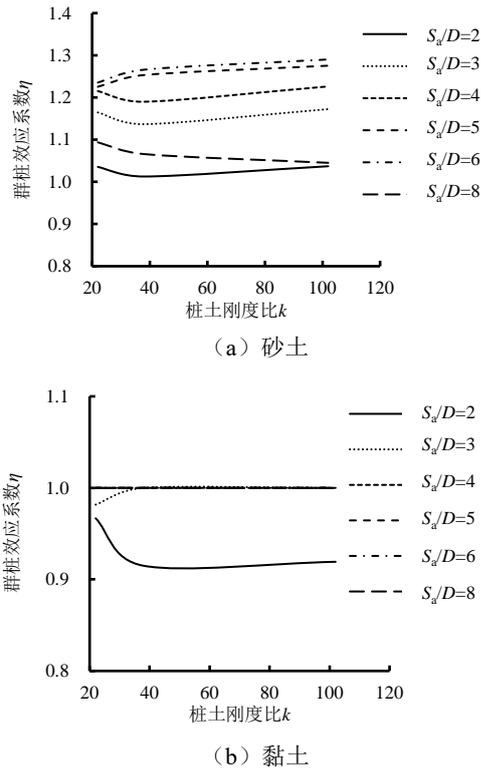


图 11 群桩效应系数  $\eta$  与桩土刚度比  $k$  关系图

Fig. 11 Relationship between pile group effect coefficient  $\eta$  and pile-soil stiffness ratio  $k$

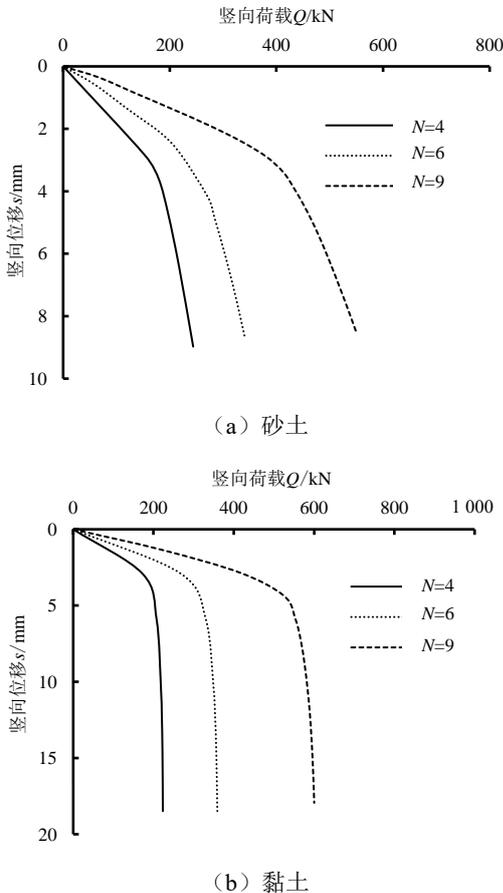


图 12 不同桩数  $N$  时群桩荷载-位移曲线

Fig. 12 Load-displacement curves of pile group with different pile numbers  $N$

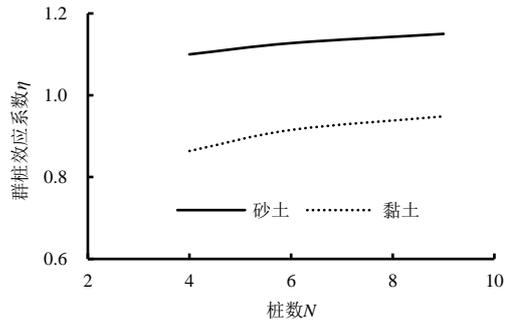


图 13 群桩效应系数  $\eta$  与桩数  $N$  关系图

Fig. 13 Relationship between pile group effect coefficient  $\eta$  and pile numbers  $N$

(4) 土体强度的影响

为研究土体强度对微型木桩群桩效应的影响，砂土选取  $\varphi=25^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $35^\circ$ ；黏土选取  $s_u=40$  kPa、 $50$  kPa、 $60$  kPa、 $70$  kPa，分别计算  $S_a/D=3$ ， $L_0=6$  m， $N=9$ ， $D=20$  cm 条件下的群桩承载力。不同土体强度时荷载-位移曲线如图 14 所示。

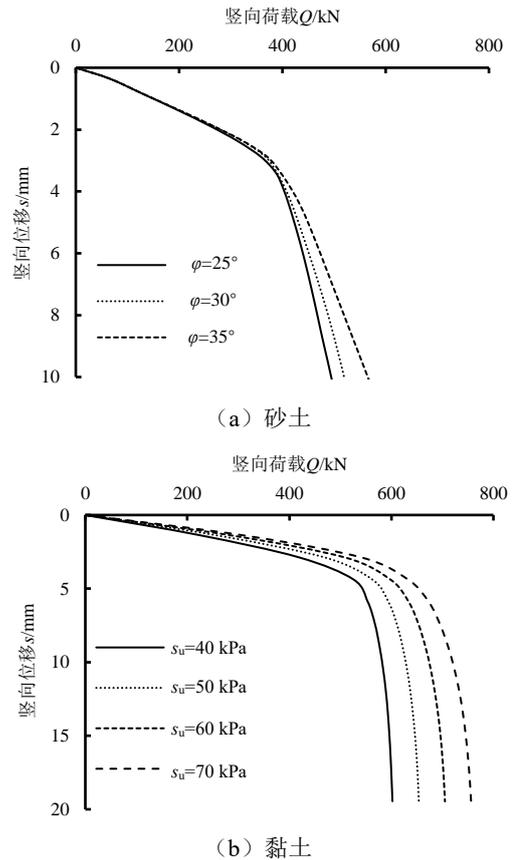


图 14 不同土体强度时荷载-位移曲线

Fig. 14 Load-displacement curves with different soil strengths

由图 14 可知，砂土中群桩承载力随着内摩擦角  $\varphi$  的增加缓慢增大；黏土中群桩承载力随着不排水强度  $s_u$  的增大而增大。群桩效应系数  $\eta$  与内摩擦角  $\varphi$  和不排水强度  $s_u$  的关系图如图 15 所示。

由图 15 可知，砂土中群桩效应系数  $\eta$  随着内

摩擦角  $\varphi$  的增大而减小, 说明砂土中密实度、强度越高, 桩间挤密效果越不明显, 表现为  $\eta$  逐渐减小, 并趋近于 1; 黏土中群桩效应系数  $\eta$  随着不排水强度  $s_u$  的增大而增加, 当  $s_u=50$  kPa 时,  $\eta$  趋近于 1, 可基本忽略群桩效应。

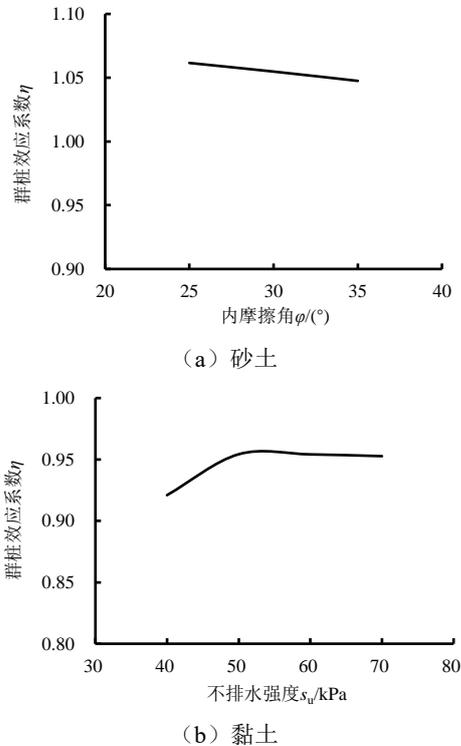


图 15 群桩效应系数  $\eta$  与土体强度的关系图

Fig. 15 Relationship between pile group effect coefficient  $\eta$  and soil strength

### 3 结 论

本文以微型木桩为研究对象, 通过离心机模型试验和数值模拟研究了砂土和黏土中竖向荷载作用下微型木桩的群桩效应, 揭示了微型木桩的群桩效应系数随不同影响因素的演变规律, 具体结论如下:

(1) 离心机模型试验表明, 砂土中由于桩间砂土的挤密作用, 微型木桩的群桩效应系数大于 1, 且随着桩间距的增加而增大; 黏土中微型木桩的群桩效应系数均小于 1。

(2) 砂土中, 微型木桩群桩效应系数  $\eta$  随着  $S_a/D$  的增大逐渐增大, 在  $S_a/D=6$  时出现峰值, 常规桩在  $S_a/D=3$  时达到最大, 微型木桩最优桩间距大于常规桩; 黏土中, 微型木桩  $\eta$  峰值对应的  $S_a/D=4$  小于常规桩  $\eta$  峰值对应的  $S_a/D=6$ , 微型木桩最优桩间距小于常规桩。微型木桩的桩土刚度比  $k$  对群桩效应的影响较小,  $\eta$  不随  $k$  的变化发生明显变化。

(3) 砂土密实度、强度越高, 桩间挤密效果越不明显, 表现为微型木桩  $\eta$  随着内摩擦角  $\varphi$  的增大而减小, 并趋近于 1; 黏土中群桩效应系数  $\eta$  随着不排水强度  $s_u$  的增大而增加。砂土和黏土中, 群桩承载力均随着桩数  $N$  的增加而增大。

### 参考文献

- [1] 叶序伟. 木桩的设计及应用[J]. 西部探矿工程, 2001(4): 19, 21.  
YE Xu-wei. Design and application of wooden pile[J]. West-China Exploration Engineering, 2001(4): 19, 21.
- [2] 邓友生, 王欢, 杨敏, 等. 毛竹微型桩支护浅基坑模型试验[J]. 岩土力学, 2016, 37(增刊 2): 294-300.  
DENG You-sheng, WANG Huan, YANG Min, et al. Model tests on shallow excavation support through bamboo micropiles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(S2): 294-300.
- [3] 闫金凯, 殷跃平, 门玉明, 等. 滑坡微型桩群桩加固工程模型试验研究[J]. 土木工程学报, 2011, 44(4): 120-128.  
YAN Jin-kai, YIN Yue-ping, MEN Yu-ming, et al. Model test study of landslide reinforcement with micropile groups [J]. China Civil Engineering Journal, 2011, 44(4): 120-128.
- [4] 和礼红, 汪稔, 王芝银, 等. 微型静压桩托换技术回弹研究[J]. 岩土力学, 2003, 24(6): 997-1000.  
HE Li-hong, WANG Ren, WANG Zhi-yin, et al. Study on rebound of underpinning technology of little static pressure piles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(6): 997-1000.
- [5] 孙剑平, 徐向东, 张鑫, 等. 微型桩托换技术[J]. 工业建筑, 1999, 29(8): 56-59.  
SUN Jian-ping, XU Xiang-dong, ZHANG Xin, et al. Micro-pile underpinning technology[J]. Industrial Construction, 1999, 29(8): 56-59.
- [6] 陈正, 梅岭, 梅国雄. 柔性微型桩水平承载力数值模拟[J]. 岩土力学, 2011, 32(7): 2219-2224.  
CHEN Zheng, MEI Ling, MEI Guo-xiong. Numerical simulation of lateral bearing capacity of flexible micropile[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(7): 2219-2224.
- [7] 吕凡任, 陈仁朋, 陈云敏, 等. 软土地基上微型桩抗压和抗拔特性试验研究[J]. 土木工程学报, 2005, 38(3): 99-105.  
LÜ Fan-ren, CHEN Ren-peng, CHEN Yun-min, et al. Field tests on compression and uplift behavior of micropiles in soft ground[J]. China Civil Engineering Journal, 2005, 38(3): 99-105.

- [8] 刘金砺, 黄强, 李华, 等. 竖向荷载下群桩变形性状及沉降计算[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(6): 1-13.  
LIU Jin-li, HUANG Qiang, LI Hua, et al. Deformation behaviour and settlement calculation of pile group under vertical load[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1995, 17(6): 1-13.
- [9] 林上顺, 庄一舟, 徐亮, 等. 微型桩材料对桩-土动力相互作用的影响分析[J]. 福建工程学院学报, 2017, 15(6): 535-538, 554.  
LIN Shang-shun, ZHUANG Yi-zhou, XU Liang, et al. Analysis of impacts of micro-pile's materials on the pile-soil dynamic interaction[J]. Journal of Fujian University of Technology, 2017, 15(6): 535-538, 554.
- [10] 石磊, 殷宗泽. 砂土中群桩特性的试验研究(英)[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(3): 85-89.  
SHI Lei, YIN Zong-ze. Pile behaviour in sand through experiments[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1998, 20(3): 85-89.
- [11] ISMAEL N F. Axial load tests on bored piles and pile groups in cemented sands[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, 127(9): 766-773.
- [12] 高志尧, 赵鹏, 齐明柱, 等. 砂土中群桩的压拔加载试验研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(增刊 2): 419-423.  
GAO Zhi-yao, ZHAO Peng, QI Ming-zhu, et al. Experimental study of pile group in sand under compressive and tensile loadings[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(S2): 419-423.
- [13] 汤斌, 陈晓平. 群桩效应有限元分析[J]. 岩土力学, 2005, 26(2): 299-302.  
TANG Bin, CHEN Xiao-ping. Finite element analysis of effect of pile group[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(2): 299-302.
- [14] COOKE R W, PRICE G, TARR K. Jacked piles in London clay: interaction and group behaviour under working conditions[J]. Géotechnique, 1980, 30(2): 97-136.
- [15] 杨克己, 王惠初, 苏耀祥, 等. 群桩承载力的研究[J]. 华东水利学院学报, 1981(3): 15-30.  
YANG Ke-ji, WANG Hui-chu, SU Yao-xiang, et al. A study of the bearing capacity of pile groups[J]. Journal of East China Technical University of Water Resources, 1981(3): 15-30.
- [16] 田美存, 徐永福. 荷载传递法在群桩分析中的应用[J]. 河海大学学报, 1997, 25(1): 62-66.  
TIAN Mei-cun, XU Yong-fu. Application of load transfer method to analysis of group piles[J]. Journal of Hohai University, 1997, 25(1): 62-66.
- [17] FUGLSANG L D, OVESEN N K. The application of the theory of modelling to centrifuge studies[M]//CRAIG W H, JAMES R G, SCHOFIELD A N. Centrifuges in Soil Mechanics. London: CRC Press, 1988: 119-138.
- [18] OVESEN N K. The use of physical models in design: the scaling law relationships[C]//Proceedings of 7th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Brighton, 1979(4): 318-323.
- [19] 柳飞, 杨俊杰, 侯瑜京, 等. 端承型桩承载力离心模型试验中的粒径效应研究[J]. 中国海洋大学学报(自然科学版), 2011, 41(9): 59-66.  
LIU Fei, YANG Jun-jie, HOU Yu-jing, et al. Particle size effects on the centrifuge bearing capacity tests of the end bearing pile[J]. Periodical of Ocean University of China (Natural Science Edition), 2011, 41(9): 59-66.
- [20] 柳飞, 郑西来, 杨俊杰, 等. 基础埋深对承载力离心模型试验中粒径效应的影响[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(10): 1621-1627.  
LIU Fei, ZHENG Xi-lai, YANG Jun-jie, et al. Influence of foundation depth on particle size effects in centrifuge tests on bearing capacity[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(10): 1621-1627.
- [21] 杨俊杰, 柳飞, 丰泽康男, 等. 砂土地基承载力离心模型试验中的粒径效应研究[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(4): 477-483.  
YANG Jun-jie, LIU Fei, TOYOSAWA Y, et al. Particle size effects on bearing capacity of sandy ground in centrifugal tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(4): 477-483.
- [22] 徐光明, 章为民. 离心模型中的粒径效应和边界效应研究[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(3): 80-86.  
XU Guang-ming, ZHANG Wei-min. Study on particle size effect and boundary effect in centrifugal model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 18(3): 80-86.
- [23] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 建筑基桩检测技术规范: JGJ 106—2014[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2014.  
Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Technical Code for Testing of Building Foundation Piles: JGJ 106—2014[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2014.