

非对称开挖基坑两道支撑围护结构解析解

李欣雨^{1,2}, 徐长节^{1,2,3,4*}, 范晓真^{1,5}, 丁士龙⁶

- (1. 浙江大学 滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江大学平衡建筑研究中心, 浙江 杭州 310028;
3. 华东交通大学 江西省岩土工程基础设施安全与控制重点实验室, 江西 南昌 330013;
4. 江西省地下空间技术开发工程研究中心, 江西 南昌 330013; 5. 浙大城市学院 工程学院, 浙江 杭州 310015;
6. 浙江省建投交通基础建设集团有限公司, 浙江 杭州 310012)

摘要: 现有的基坑围护研究大多是针对对称基坑, 而受建设的环境条件、地形条件以及主体结构设计方案等诸多因素影响和限制, 都会导致基坑面临非对称开挖。本文基于传统等值梁法, 根据基坑开挖过程中围护结构的位移, 采用共同变形法对作用在浅侧围护结构上的土压力进行修正, 进而推导出非对称开挖基坑两道支撑围护结构解析解。结合算例, 从围护结构的土压力分布情况、围护结构的水平位移情况、围护结构插入比等方面验证该解析解的合理性。结果表明: 相比于传统方法的解, 运用该解析解计算出的围护结构能有效降低工程造价; 在浅侧开挖深度不变、深侧开挖深度增大时, 深侧对浅侧的挤压作用增大, 浅侧围护结构的插入比增大。

关键词: 非对称开挖; 基坑; 等值梁法; 土压力; 共同变形法

中图分类号: TU47

文献标识码: A

文章编号: 2096-7195(2024)04-0347-10

Analytical solution of retaining structures with two-layer strutting system under asymmetrical excavation

LI Xinyu^{1,2}, XU Changjie^{1,2,3,4*}, FAN Xiaozhen^{1,5}, DING Shilong⁶

- (1. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, Zhejiang, China;
2. Center for Balance Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310028, Zhejiang, China;
3. Jiangxi Key Laboratory of Infrastructure Safety Control in Geotechnical Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, Jiangxi, China; 4. Engineering Research & Development Centre for Underground Technology of Jiangxi Province, Nanchang 330013, Jiangxi, China; 5. School of Engineering, Hangzhou City University, Hangzhou 310015, Zhejiang, China;
6. Zhejiang Infrastructure Construction Group Co., Ltd., Hangzhou 310012, Zhejiang, China)

Abstract: Most of the existing research on foundation pit retaining structures focus on symmetrical excavation. However, asymmetrical excavation of the foundation pit is encountered due to various factors such as environmental conditions, terrain conditions, and main structural design schemes. This paper is based on the traditional equivalent beam method. According to the displacement of the retaining structure during the excavation of the foundation pit, the earth pressure acting on the retaining structure of the shallow excavation was modified by the common deformation method, and then the analytical solution of retaining structures with two-layer strutting system for the asymmetrical excavation of the foundation pit was derived. The rationality of the analytical solution was demonstrated from the distribution of earth pressure on the retaining structures, the horizontal displacement and insertion ratio of the retaining structures. The results show that compared with the traditional equivalent beam method, the retaining structures designed by the analytical solution method can effectively save the project cost. When the shallow side excavation depth remains unchanged as the deep side excavation depth increases, the squeezing effect of the deep side on the shallow side increases, and the insertion ratio of the shallow side retaining structure increases.

Key words: asymmetrical excavation; foundation pit; equivalent beam method; earth pressure; common deformation method

收稿日期: 2023-03-01

基金项目: 国家杰出青年科学基金(No.51725802); 国家自然科学基金(51878276); 浙江省自然科学基金委员会——华东院联合基金(LHZ19E080001); 浙江大学平衡建筑研究中心配套资金资助(20203512-10C)。

作者简介: 李欣雨(1998—), 女, 湖北武汉人, 硕士研究生, 主要从事基坑工程的研究工作。E-mail: cinyu@zju.edu.cn。

*通信作者: 徐长节(1972—), 男, 安徽安庆人, 博士, 教授, 主要从事基坑工程的研究工作。E-mail: xucj@zju.edu.cn。

0 引言

现有的基坑围护研究大多是对称开挖基坑，而基坑常常存在非对称开挖的情形，如两侧地形不同、建筑物单侧有洞室、基坑一侧无法进行深开挖等^[1]。

等值梁法是现行规范建议的围护结构设计方法，将围护结构简化为一个上端简支、下端嵌固的超静定梁，且作用在围护结构上的土压力为极限土压力。已有学者对等值梁法进行了改进、运用和工程研究，如俞钦钦等^[2]利用等值梁法分析基坑开挖过程中支撑轴力与时空变化的关系；朱丽霞^[3]将多支点式围护结构简化为多段连续梁，求解出各支点的支撑力。已有学者^[4-11]通过试验和离散元分析得到作用在刚性围护结构上的土压力与位移变化的关系。汤连生等^[12]将基坑位移分为初始位移、支撑变形和柔性变形3个部分，以此来简化基坑位移的计算过程。章杨松等^[13]运用了日本森重龙马所提出的共同变形法对基坑围护墙体前后侧的土压力进行修正。这些研究通过围护结构位移大小来修正土压力，为确定围护结构的位移数值提供理论及试验基础，但这些研究大多都是针对基坑对称开挖的情况。针对非对称开挖基坑，少数学者通过有限元模拟^[14-16]分析基坑处于非对称开挖与对称开挖时围护结构的变形与受力情况，分析结果表明：非对称开挖会对基坑稳定性产生不利影响。也有学者^[17-18]提出根据位移对作用在围护结构上的土压力进行修正，推导出非对称开挖单支撑围护结构的计算方法。

基坑非对称开挖时，作用在浅侧围护结构上的土压力往往未达到极限平衡破坏状态。目前常按照深侧的受力情况，运用传统等值梁法进行单边设计，设计出的浅侧围护结构长度过大，没有充分发挥浅侧围护结构的作用，易造成建筑材料的浪费和施工成本的增加。基于此，本文在传统等值梁法的基础上，运用共同变形法的思想，推导出非对称开挖基坑两道内支撑时围护结构的解析解，可以优化非对称开挖基坑围护结构的设计。

1 理论推导过程

1.1 计算模型

非对称开挖基坑围护结构模型由设置两道内支撑的桩墙式围护结构组成，内支撑的横截面面积

为 A ，弹性模量为 E ，第一道支撑距离地面 d_1 ，第二道支撑距离地面 d_2 ，内支撑的水平间距为 l 。非对称开挖基坑的宽度为 B ，深侧开挖深度为 H_1 ，围护结构长度为 L_1 ，浅侧开挖深度为 H_2 ，围护结构长度为 L_2 ，无附加地面荷载，且内支撑与围护结构之间铰接。假定围护结构周围的土体为均质黏性土，土体重度为 γ ，土体内摩擦角为 φ ，黏聚力为 c ，计算模型示意图如图1所示。

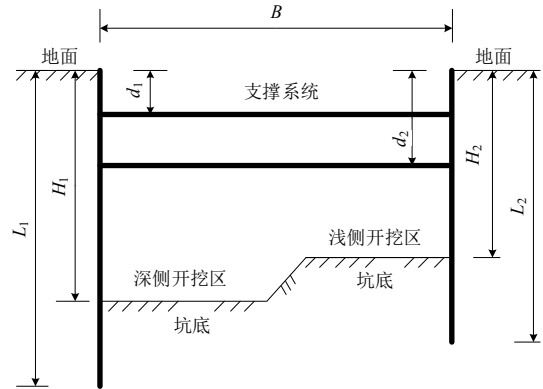


图1 计算模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the calculation model

1.2 开挖深侧围护结构插入深度计算

假设基坑开挖过程中先整体开挖到 H_2 深度，然后对深侧开挖区进行再次开挖至 H_1 深度。开挖较深侧会对开挖较浅侧产生挤压作用，相较于对称开挖基坑的情况，深侧的围护结构将进一步向基坑内侧产生位移，作用于深侧围护结构上的土压力可以按照极限状态计算，因此可以基于传统等值梁法，并结合弯矩分配法^[3]来计算两道支撑时深侧的围护结构插入深度及支撑点的横向支撑轴力。

深侧围护结构计算示意图如图2所示。其中： R_A 为第一道内支撑对围护结构的支撑轴力； R_B 为第二道内支撑对围护结构的支撑轴力； F_{ra1} 为地面至深侧开挖面段作用在围护结构上的主动土压力； F_{ra2} 为深侧开挖面至反弯点段作用在围护结构上的主动土压力； F_p 为被动区作用在围护结构上的被动土压力； Q_1 为反弯点O的剪力。

确定净土压力为零的位置，该点与反弯点位置较为接近^[19]，得出反弯点O与基坑开挖面的距离：

$$u_1 = \frac{H_1 K_a}{K_p - K_a} \quad (1)$$

式中： K_a 为主动土压力系数； K_p 为被动土压力系数，可以按照库伦土压力理论计算。

A、B、C点的土压力强度可由下式得到：

$$p_A = K_a \gamma d_1 \quad (2)$$

$$p_B = K_a \gamma d_2 \quad (3)$$

$$p_C = K_a \gamma H_1 \quad (4)$$

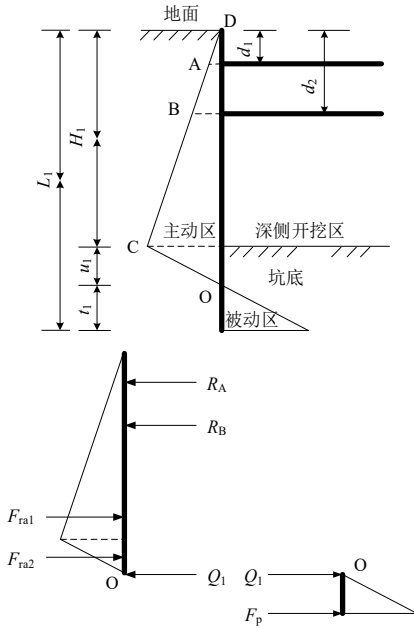


图 2 深侧围护结构计算示意图

Fig. 2 Calculation illustration of the deep side retaining structure

为了计算出支撑系统作用在围护结构上的力 R_A 、 R_B ，如图 3 (a) 所示，可将 DO 段简化为一个连续梁，A、B 点处作用支撑反力，O 点为铰支点。将该连续梁分解成 3 个单跨梁，如图 3 (b) 所示，DA 段可看作是悬臂梁，AB 段、BO 段可看作是一端简支另一端固定梁，根据《建筑结构静力计算实用手册》^[20] 及任彦华^[21] 所述方法分别计算每个单跨梁端点的弯矩（弯矩取梁上部受拉、下部受压为正）。

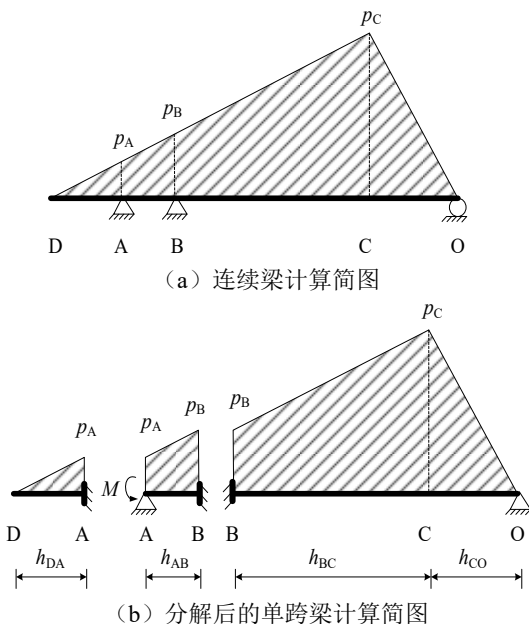


图 3 DO 段计算简图

Fig. 3 Calculation diagram of DO section

对于 DA 段:

$$M_{AD} = \frac{1}{6} p_A h_{DA}^2 \quad (5)$$

对于 AB 段: 弯矩分配法的使用条件是远端为无结点线位移结构，因此，在后续计算支座反力时取 AO 段进行弯矩分配，对于 AB 段，可以看作是 A 端简支、B 端固定的单跨梁，且有一个大小与 M_{AD} 相等的弯矩作用在 A 端。

$$M_{BA} = \frac{1}{8} p_A h_{AB}^2 + \frac{1}{15} (p_B - p_A) h_{AB}^2 - \frac{1}{2} M_{AD} \quad (6)$$

对于 BO 段:

$$M_{BO} = -\frac{1}{8} p_B h_{BC}^2 \left(2 - \frac{h_{BC}}{h_{BO}} \right)^2 - \frac{1}{24} (p_C - p_B) h_{BC}^2 \left[8 - 9 \frac{h_{BC}}{h_{BO}} + \frac{12}{5} \left(\frac{h_{BC}}{h_{BO}} \right)^2 \right] - \frac{1}{6} p_C h_{CO}^2 \left[1 - \frac{3}{5} \left(\frac{h_{CO}}{h_{BO}} \right)^2 \right] \quad (7)$$

由几何关系可得各单跨梁长度:

$$h_{DA} = d_1 \quad (8)$$

$$h_{AB} = d_2 - d_1 \quad (9)$$

$$h_{BC} = H_1 - d_2 \quad (10)$$

$$h_{CO} = u_1 \quad (11)$$

$$h_{BO} = H_1 + u_1 - d_2 \quad (12)$$

将式 (2) ~ (4)、式 (8) ~ (12) 代入式 (5) ~ (7) 得到 M_{BA} 、 M_{BO} ，根据弯矩分配法^[22] 得到支点弯矩 M_A 、 M_B ，再根据力矩平衡条件计算得到支座反力 R_A 、 R_B 及反弯点 O 的剪力 Q_1 (式 (13) ~ (19))。

$$R_{AD} = \frac{1}{2} p_A h_{DA} \quad (13)$$

$$R_{AB} = \left[\frac{1}{2} p_A h_{AB}^2 + \frac{1}{6} (p_B - p_A) h_{AB}^2 - M_B + M_A \right] / h_{AB} \quad (14)$$

$$R_A = R_{AD} + R_{AB} \quad (15)$$

$$R_{BA} = \left[\frac{1}{2} p_A h_{AB}^2 + \frac{1}{3} (p_B - p_A) h_{AB}^2 + M_B - M_A \right] / h_{AB} \quad (16)$$

$$R_{BO} = \left[p_B h_{BC} \left(\frac{h_{BC} + h_{CO}}{2} \right) + \frac{1}{2} (p_C - p_B) h_{BC} \times \left(\frac{1}{3} h_{BC} + h_{CO} \right) + \frac{1}{3} p_C h_{CO}^2 - M_B \right] / h_{BO} \quad (17)$$

$$R_B = R_{BA} + R_{BO} \quad (18)$$

$$Q_1 = \left[\frac{1}{2} p_B h_{BC}^2 + \frac{1}{3} (p_C - p_B) h_{BC}^2 + \frac{1}{2} p_C h_{CO} \left(\frac{1}{3} h_{BC} + h_{CO} \right) + M_B \right] / h_{BO} \quad (19)$$

根据围护桩底端力矩为零，可以计算得到深侧围护桩的有效嵌固长度：

$$t_1 = \sqrt{\frac{6Q_1}{\gamma(K_p - K_a)}} \quad (20)$$

代入式(1)和式(20)计算所得数据，可以得到深侧围护结构的长度为：

$$L_1 = H_1 + u_1 + Kt_1 \quad (21)$$

式中： K 是为了保证围护桩稳定性所设定的经验系数，这里取1.3^[23]。

1.3 开挖浅侧围护结构插入深度计算

浅侧围护结构计算示意图如图4所示。其中：

R_A' 为第一道内支撑对围护结构的支撑轴力； R_B' 为第二道内支撑对围护结构的支撑轴力； F_p' 为被动区作用在围护结构上的被动土压力； Q_2 为反弯点 O' 的剪力。在此计算示意图的基础上对浅侧围护结构的插入深度进行计算。

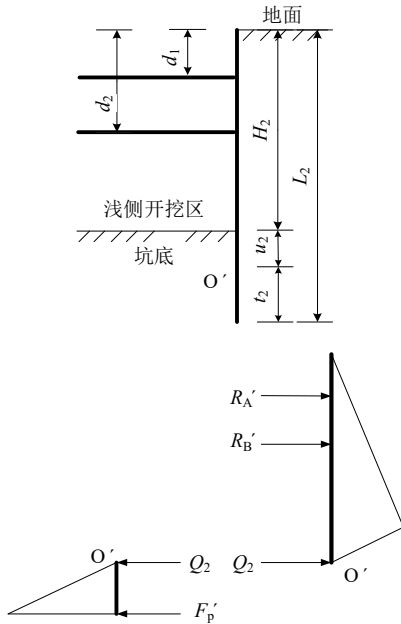


图4 浅侧围护结构计算示意图

Fig. 4 Calculation illustration of the shallow side retaining structure

当基坑整体对称开挖到 H_2 深度时，可认为浅侧围护结构处于极限平衡状态，在深侧继续开挖的过程中，由于深侧位移进一步变大，支撑系统变位将浅侧围护结构往坑外推动，使得浅侧围护结构进

入非极限状态，无法按照主动、被动极限状态土压力公式进行计算。本文参照共同变形法的思想，根据位移的改变量对浅侧围护结构处于极限平衡状态时受到的土压力进行修正。汤连生等^[12]认为可以假定在深侧基坑从 H_2 深度开挖到 H_1 深度的过程中浅侧围护结构的反弯点位置不变，且由于支撑结构变位导致的位移可分段表示，因此浅侧围护结构位移改变量与深度 z 的关系按照图5所示分布。

其中： S 为浅侧位移改变量，以向基坑外侧发生位移为正方向； S_1 、 S_2 分别为浅侧围护结构上第一、二道内支撑的支撑点位移改变量； z 为围护结构上的点距离地面的深度。

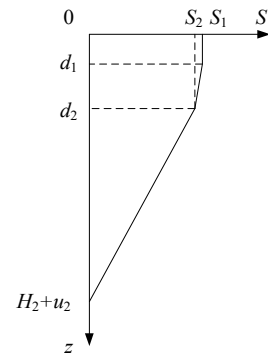


图5 浅侧围护结构位移改变量与深度的关系

Fig. 5 Relationship between depth and displacement change of the shallow side retaining structure

浅侧围护结构反弯点 O' 与基坑开挖面距离为：

$$u_2 = \frac{H_2 K_a}{K_p - K_a} \quad (22)$$

反弯点 O' 以上的围护结构所受到的土压力为在原有极限土压力基础上根据位移改变量 S 修正后的土压力：

$$p_a' = p_a + C \cdot S \quad (23)$$

$$p_p' = p_p - C \cdot S \quad (24)$$

式中： C 为水平向基床系数，按照“ m ”法取值， $C = mz$ ； p_a 为极限主动土压力强度； p_a' 为修正后的主动土压力强度； p_p 为极限被动土压力强度； p_p' 为修正后的被动土压力强度。

将位移改变量与深度的关系代入式(23)~(24)，作用在 $0 \leq z \leq d_1$ 范围内围护结构上的主动区土压力强度为：

$$p_{a1}' = z(K_a \gamma + m S_1) \quad (25)$$

作用在 $d_1 \leq z \leq d_2$ 范围内围护结构上的主动区土压力强度为：

$$p_{a2}' = z \left[K_a \gamma + m \frac{(S_2 - S_1)z + (S_1 d_2 - S_2 d_1)}{d_2 - d_1} \right] \quad (26)$$

作用在 $d_2 \leq z \leq H_2 + u_2$ 范围内围护结构上的主动区土压力强度为:

$$p_{a3}' = z \left(K_a \gamma + m S_2 \frac{H_2 + u_2 - z}{H_2 + u_2 - d_2} \right) \quad (27)$$

作用在 $H_2 \leq z \leq H_2 + u_2$ 范围内围护结构上的被动区土压力强度为:

$$p_p' = z \left(K_p \gamma - m S_2 \frac{H_2 + u_2 - z}{H_2 + u_2 - d_2} \right) - H_2 K_p \gamma \quad (28)$$

根据修正后的土压力、水平支撑力对反弯点 O' 的力矩为零, 可得下列关系式:

$$\int_0^{d_1} p_{a1}'(H_2 + u_2 - z) dz + \int_{d_1}^{d_2} p_{a2}'(H_2 + u_2 - z) dz + \int_{d_2}^{H_2 + u_2} p_{a3}'(H_2 + u_2 - z) dz - \int_{H_2}^{H_2 + u_2} p_p'(H_2 + u_2 - z) dz - R_A'(H_2 + u_2 - d_1) - R_B'(H_2 + u_2 - d_2) = 0 \quad (29)$$

支撑系统两端的支撑力大小相等, 即:

$$R_A = R_A' \quad (30)$$

$$R_B = R_B' \quad (31)$$

基坑从 H_2 深度开挖到 H_1 深度的过程中, 深侧围护结构对浅侧围护结构产生挤压作用, 当围护结构及内支撑的刚度远大于土体刚度时, 假定围护结构为刚体, 深侧围护结构的变形以绕反弯点向基坑内转动为主。假定深侧围护结构的反弯点位置不变, 可以得到 H_2 深度开挖到 H_1 深度的过程中, 深侧围护结构上第一道内支撑的支撑点位移改变量 S_1' 与第二道内支撑的支撑点位移改变量 S_2' 之间的关系如下:

$$\frac{S_1'}{S_2'} = \frac{H_1 + u_1 - d_1}{H_1 + u_1 - d_2} \quad (32)$$

基坑从 H_2 深度开挖到 H_1 深度的过程中, 有:

$$S_1' - S_1 = \Delta X_1 \quad (33)$$

$$S_2' - S_2 = \Delta X_2 \quad (34)$$

式中: ΔX_1 、 ΔX_2 分别为基坑由 H_2 深度非对称开挖到 H_1 深度过程中第一道内支撑和第二道内支撑由于轴力变化引起的形变, 可以按照下列关系式进行求解:

$$\Delta X_1 = \frac{(R_A - R_{A0})Bl}{EA} \quad (35)$$

$$\Delta X_2 = \frac{(R_B - R_{B0})Bl}{EA} \quad (36)$$

式中: R_{A0} 、 R_{B0} 为基坑开挖到 H_2 深度、浅侧围护结构处于极限状态时内支撑作用在围护结构上的水平支撑力, 可以参照 1.2 节中改进的等值梁法进行计算。

将式 (30)~(31) 代入式 (29), 联立式 (32)~(36) 可解得 S_1 和 S_2 。本解析解仅适用于计算出的 S_1 和 S_2 为正值的情况, 当基坑开挖宽度较大、内支撑弹性模量与截面积乘积较小时, 由于深侧围护结构对浅侧围护结构的挤压作用增大, 可能会出现计算出的 S_1 和 S_2 为负值的情况, 即基坑从 H_2 深度开挖到 H_1 深度的过程中深侧围护结构和浅侧围护结构均向基坑内产生位移, 当出现这种情况时, 浅侧的围护结构长度参照 1.2 节中深侧围护结构的受力情况进行设计。

对第一道支撑点建立力矩平衡方程, 即:

$$\int_{d_1}^{d_2} p_{a2}'(z - d_1) dz + \int_{d_2}^{H_2 + u_2} p_{a3}'(z - d_1) dz - \int_0^{d_1} p_{a1}'(d_1 - z) dz - \int_{H_2}^{H_2 + u_2} p_p'(z - d_1) dz - Q_2(H_2 + u_2 - d_1) - R_B'(d_2 - d_1) = 0 \quad (37)$$

将求得的 S_1 和 S_2 代入式 (25)~(28), 再代入到式 (37) 中可解得 Q_2 。

假定反弯点以下的部分仍处于极限状态, 按照传统等值梁法计算浅侧围护结构的有效嵌固长度 t_2 :

$$t_2 = \sqrt{\frac{6Q_2}{\gamma(K_p - K_a)}} \quad (38)$$

代入式 (22) 和式 (38) 计算所得数据, 可以得到浅侧围护结构的长度为:

$$L_2 = H_2 + u_2 + Kt_2 \quad (39)$$

2 算例分析

2.1 算例

以 $H_1=8.5$ m、 $H_2=6.0$ m、 $d_1=2.0$ m、 $d_2=4.5$ m 为例进行计算, 围护结构按照本文所推导的解析解设计, 分析该情况下的土压力分布情况、围护结构的位移以及基坑的稳定性, 以此来验证解析解的合理性。围护结构内支撑的布置参数及周围的土体参数如表 1~2 所示。

表1 支撑布置参数

Table 1 Bracing properties			
E/GPa	A/m^2	B/m	l/m
200	0.03	10	5

表2 土体参数取值

Table 2 Soil properties						
c/kPa	$\varphi/(\text{°})$	$\varphi_d/(\text{°})$	$\delta/(\text{°})$	$\gamma/(\text{kN}/\text{m}^3)$	$m/(\text{kN}/\text{m}^4)$	$E_{\text{soil}}/\text{MPa}$
4	20	30	14.3	19.0	4 174	15

注： δ 为外摩擦角； E_{soil} 为土体的弹性模量； m 为地基比例系数。

计算过程中用等代摩擦角 φ_d 来等值替换内摩擦角与黏聚力对土压力计算的影响， φ_d 可按下式进行计算：

$$\varphi_d = \frac{\pi}{2} - 2 \arctan \left[\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{2c}{\gamma H} \right] \quad (40)$$

式中： H 为计算所考虑的总土体高度。主动土压力系数及被动土压力系数按照库仑土压力理论计算。

根据上述解析解计算得到 $M_{AD}=10.054 \text{ kN}\cdot\text{m}$ ， $M_{BA}=14.626 \text{ kN}\cdot\text{m}$ ， $M_{BO}=-203.077 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 。此时计算所得支点弯矩不平衡，按照弯矩分配法^[22]对支撑点的弯矩进行分配，使其平衡，计算得 $M_A=-10.065 \text{ kN}\cdot\text{m}$ ， $M_B=-145.762 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 。继续求解得 $S_1=1.56 \text{ mm}$ ， $S_2=2.25 \text{ mm}$ ， $L_1=15.58 \text{ m}$ ， $L_2=11.88 \text{ m}$ 。

2.2 数值模拟

为了验证本文解析解的变形假设，运用 ABAQUS 进行建模，假设基坑开挖长度远大于基坑宽度，可视为平面应变问题，利用二维建模模拟基坑开挖情况，基坑宽度为 10 m，深侧开挖深度为 8.5 m，浅侧开挖深度为 6 m，深浅开挖分界面位于基坑中线，分界面按照 1:1 放坡开挖。支护结构由厚度为 600 mm、强度等级为 C25 的地下连续墙，及弹性模量为 200 GPa、直径为 609 mm、厚度为 16 mm 的钢管内支撑组成，由于利用二维建模分析，平面等效轴向刚度为 $6 \times 10^6 \text{ kN}$ 。土体的本构模型为摩尔-库仑塑性模型，连续墙和内支撑采用弹性模型。ABAQUS 建模网格图见图 6，得到围护结构在基坑开挖全部完成后的水平变形情况如图 7 所示。

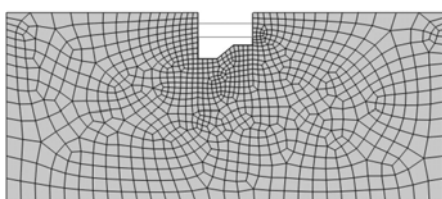
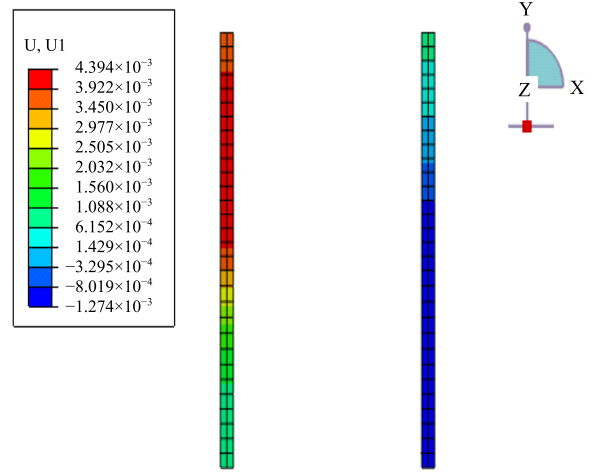
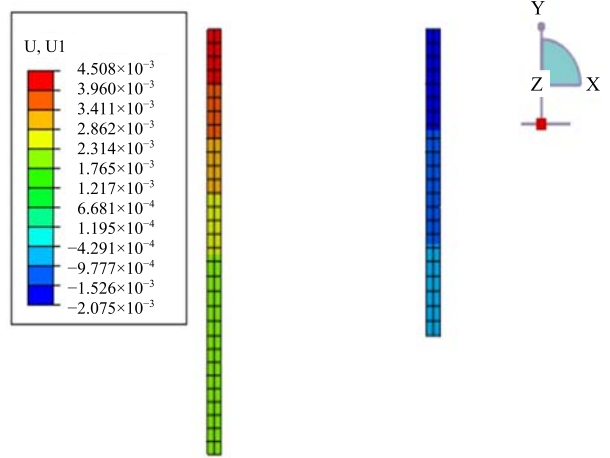


图6 ABAQUS 建模网格图

Fig. 6 ABAQUS modeling grid diagram



(a) 按照传统方法设计的围护结构



(b) 按照本文推导解析解设计的围护结构

图7 围护结构水平变形情况

Fig. 7 Horizontal deformation of the retaining structures

由图7可以看出，按照传统支护结构设计方法计算浅侧支护结构长度，即浅侧的支护结构长度与深侧支护结构长度保持一致，基坑完成开挖后深侧支护结构的最大水平位移为 4.394 mm，浅侧支护结构的最大水平位移为 1.274 mm；按照本文推导解析解计算浅侧支护结构长度，基坑完成开挖后深侧支护结构的最大水平位移为 4.508 mm，浅侧支护结构的最大水平位移为 2.075 mm。

相比于传统设计方法，按照本文解析解设计围护结构长度时，浅侧的围护结构产生的水平位移更大，围护结构能更好地发挥其围护作用，且其深层水平位移及围护墙顶部水平位移均满足《建筑基坑工程监测技术标准》(GB 50497—2019)^[24]对水平位移的要求。

围护结构的水平位移分布图如图8所示，图中水平位移 S 的正值代表围护结构向右发生位移， z 为距离地面的深度。

由图8可知：在开挖至 2.0 m 且未架设内支撑时，深侧与浅侧围护结构的水平位移呈三角形分

布, 在围护结构顶端位移最大, 围护结构的变形模式可以简化为绕着某一点转动变形。深侧围护结构在架设第二道内支撑并开挖至 6.0 m 与开挖至 8.5 m 时, 近似绕反弯点向基坑开挖面一侧转动, 浅侧围护结构近似绕反弯点向基坑开挖面对侧转动。

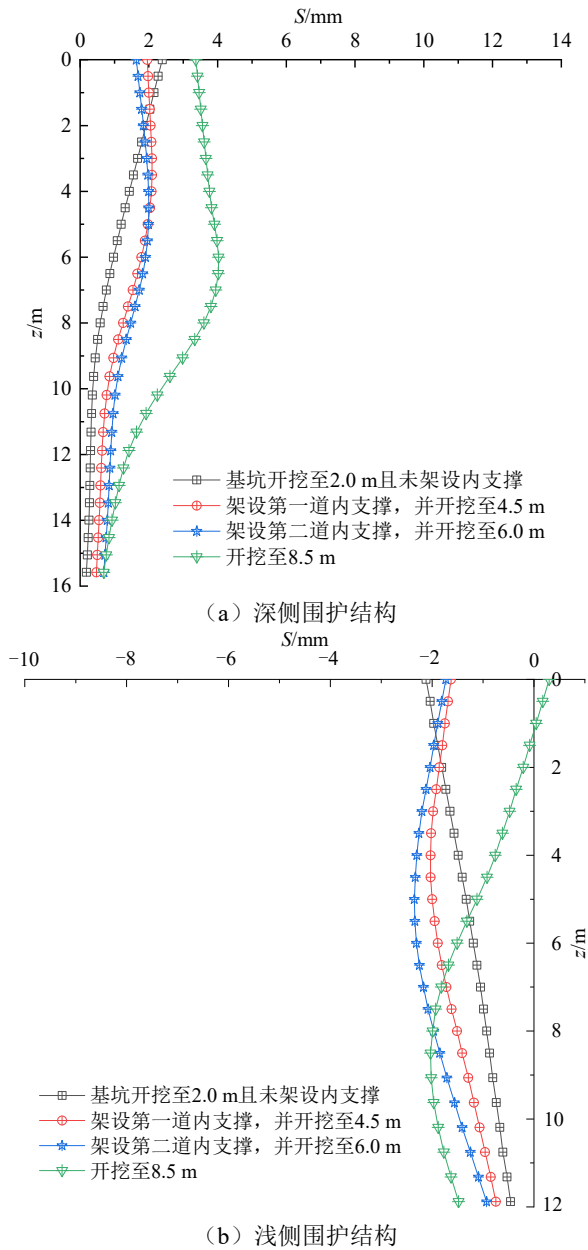


图 8 围护结构水平位移分布图

Fig. 8 Horizontal displacement distribution of the retaining structures

有限元分析结果显示, 围护结构在架设第一道内支撑并开挖至 4.5 m 到架设第二道内支撑并开挖至 6.0 m 时的转动变化与 1.3 节推导非对称开挖基坑围护结构解析解时所假设的深浅两侧围护结构转动变化一致。

2.3 围护结构上的土压力分布分析

浅侧围护结构上作用的修正后主动土压力强

度大小与围护结构所处深度满足下述关系式:

$$p'_a = \begin{cases} 13.712z & 0 \leq z < 2 \\ 1.152z^2 + 11.408z & 2 \leq z < 4.5 \\ -3.453z^2 + 32.13z & 4.5 \leq z < 7.22 \end{cases} \quad (41)$$

浅侧围护结构上作用的修正后被动土压力强度大小与围护结构所处深度满足下述关系式:

$$p'_p = 3.453z^2 + 19.854z - 268.698 \quad 6 \leq z \leq 7.22 \quad (42)$$

浅侧围护结构土压力强度分布图如图 9 所示, 由图 9 (a) 可以看出, 作用在基坑开挖浅侧围护结构的主动土压力强度分为了四段, 第一段范围是地面至第一道支撑, 该部分的修正后主动土压力强度随着深度增加呈线性增长, 增长的幅度比极限状态情况下的增长幅度大; 第二段范围是第一道支撑至第二道支撑, 该部分的修正后主动土压力强度与深度呈二次曲线关系, 修正后的主动土压力强度在该范围内随着深度增加不断增大; 第三段范围是第二道支撑至反弯点, 该部分的修正后主动土压力强度与深度也呈二次曲线关系, 修正后的主动土压力在该范围内随着深度的增加在很小的范围内增大, 随后减小; 第四段范围是反弯点至围护结构底端, 该部分的主动土压力强度与极限状态下的主动土压力强度相等, 其值随着深度增加呈线性增长。

由图 9 (b) 可以看出, 作用在基坑开挖浅侧围护结构的被动土压力强度分成了两段, 第一段范围是浅侧开挖面至反弯点, 该部分修正后的被动土压力强度与深度呈二次曲线关系, 被动土压力随着深度增加不断增大, 修正后的被动土压力强度比极限状态下的被动土压力强度小, 在靠近开挖面的小范围内出现被动土压力是负值的情况; 第二段范围是反弯点至围护结构底端, 该部分的被动土压力强度与极限状态下的被动土压力强度相等, 其值随着深度增加呈线性增长。

由图 9 (c) 可以看出, 浅侧围护结构在开挖面以下部分所受的修正后土压力合力强度与极限状态下所受的土压力合力强度大小几乎一致, 开挖面以上所受到的修正后土压力合力强度比极限状态下所受土压力合力强度大, 因此按照修正后的土压力比按照极限状态下的土压力设计的围护结构长度更长, 更能满足在深侧开挖对浅侧产生不利影响条件下浅侧围护结构的稳定性要求。

按本文推导的解析解计算围护结构长度时, 围护结构顶端至反弯点范围的土压力强度与桩身深度呈曲线关系, 反弯点以下的主动土压力强度与桩

身深度呈线性关系。

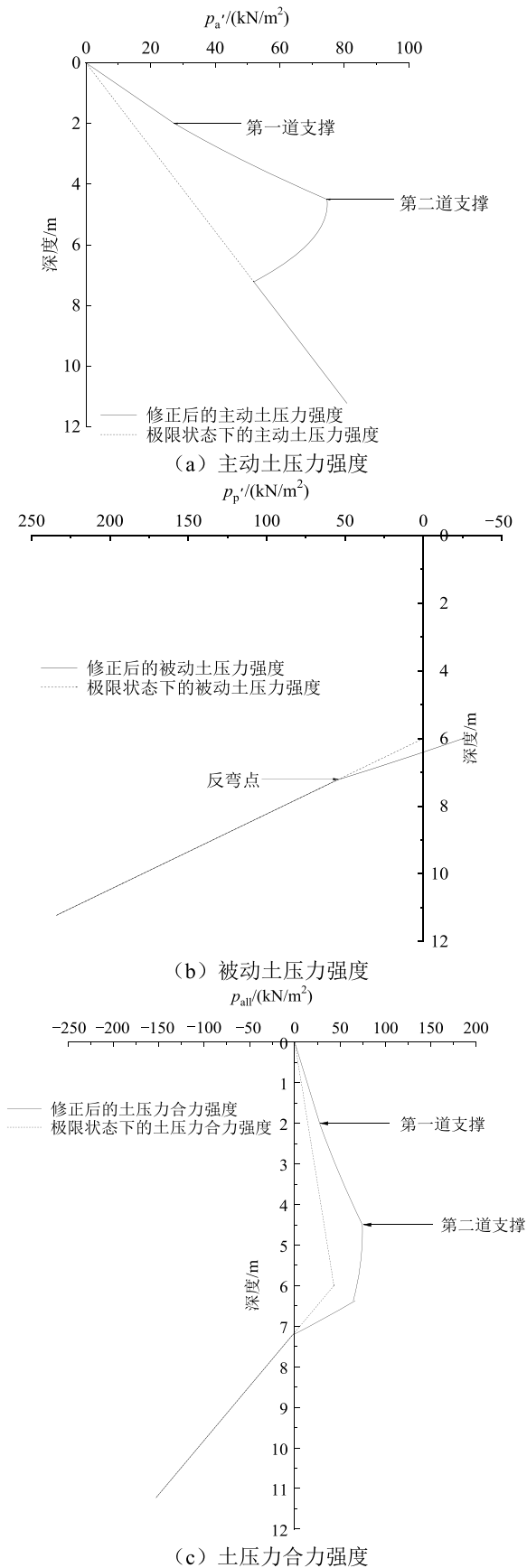


图 9 浅侧围护结构土压力强度分布图

Fig. 9 Distribution of earth pressure acting on the shallow side retaining structure

2.4 围护结构插入比分析

改变基坑深侧挖深为 7.0 m、7.5 m、8.0 m、8.5 m、9.0 m、9.5 m，保持其他参数不变，分别按照本文推导的解析解和传统等值梁法计算浅侧围护结构长度及浅侧围护结构插入比，计算结果如图 10 所示，其中插入比是围护结构在开挖面以下部分的长度与开挖面以上部分长度的比值。

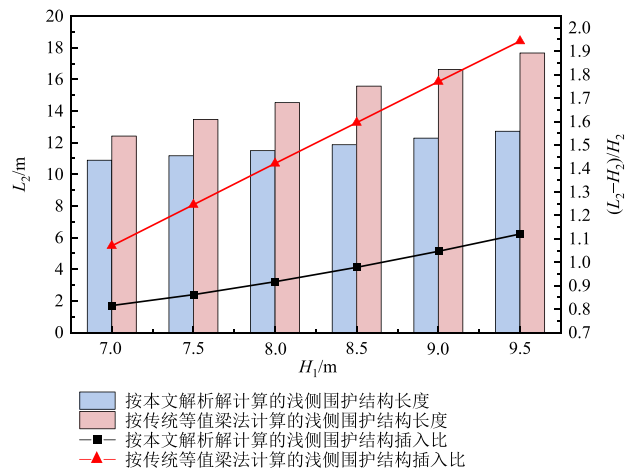


图 10 不同深侧开挖深度下的浅侧围护结构长度及插入比

Fig. 10 Length and insertion ratio of the shallow side retaining structure under different digging depths of the deep side

由图 10 可知：保持浅侧开挖深度 6.0 m 不变，在深侧开挖深度由 7.0 m 变化至 9.5 m 的过程中，与传统等值梁法相比，按照本文推导的解析解计算出的浅侧围护结构长度和浅侧围护结构插入比更小，施工所需的建筑材料更少，更为经济、合理。深浅两侧开挖深度差越大时，按照本文推导的解析解与传统等值梁法所计算得到的浅侧围护结构插入比的差值越大。这是因为在深侧开挖深度变大的同时，运用传统等值梁法按照开挖较深侧单边设计并计算得到的浅侧围护结构长度不断增大，且增长速率比运用本文推导的解析解分别考虑开挖两侧受力情况计算得到的浅侧围护结构长度增长速率大。根据插入比的定义，浅侧围护结构的开挖深度不变，按照传统等值梁法计算得到的围护结构插入比的增长速率比按照本文推导的解析解计算得到的围护结构插入比增长速率大。

改变基坑浅侧挖深为 6.0 m、6.5 m、7.0 m、7.5 m、8.0 m，取 $0.05 H_2$ 、 $0.10 H_2$ 、 $0.15 H_2$ 、 $0.20 H_2$ 、 $0.25 H_2$ 、 $0.30 H_2$ 、 $0.35 H_2$ 、 $0.40 H_2$ 、 $0.45 H_2$ 、 $0.50 H_2$ 为基坑深侧与浅侧的开挖深度差值，保持其他参数不变，按照本文推导的解析解计算得到浅侧围护结构插入比，计算结果如图 11 所示。

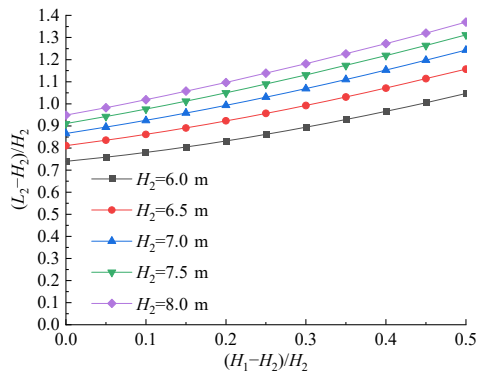


图 11 按本文解析解计算的浅侧围护结构插入比

Fig. 11 Insertion ratio of the shallow side retaining structure calculated according to the analytical solution

由图 11 可知:保持基坑浅侧开挖深度不变时,随着基坑两侧开挖深度的差值增大,浅侧围护结构的插入比也逐渐增大,这与蔡袁强等^[4]利用 PLAXIS 进行模拟后所得出的结论一致,即:挖深差越大,深侧对浅侧的挤压作用效果越明显,浅侧围护结构需要更大的插入比来保证该侧的稳定性。

3 结 论

(1)按照解析解方法的计算结果,围护结构顶端至反弯点范围的土压力强度与桩身深度呈曲线关系,反弯点以下的主动土压力强度与桩身深度呈线性关系。

(2)与运用传统等值梁法相比,本文推导的解析解分别考虑了非对称开挖基坑两侧围护结构的受力情况,计算出的浅侧围护结构长度更短,施工所需的建筑材料更少,能有效节约施工成本。

(3)非对称开挖基坑中,深侧围护结构会对浅侧围护结构产生挤压作用,且两侧开挖深度差值越大,深侧对浅侧的挤压作用越明显,浅侧围护结构所需的插入比越大。

(4)以两道内支撑为例,进行了非对称开挖基坑围护结构长度的解析解推导,该方法可以推广应用于多道内支撑的非对称开挖基坑围护结构长度求解,具体方法可参考多道支撑情况下的等值梁法,并对作用在浅侧围护结构上的土压力进行修正。

参考文献

[1] 金亚兵,刘动,孙勇.非对称荷载基坑内支撑支护结构设计计算方法[J].地下空间与工程学报,2019,15(6):1811-1818.
JIN Yabing, LIU Dong, SUN Yong. Design and calculation

method of inner support structure in deep foundation pit under asymmetric load[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2019, 15(6): 1811-1818.

- [2] 俞钦钦,王立峰,杨开放,等.基坑支撑轴力的计算分析[J].科技通报,2019,35(10):181-186.
YU Qinqin, WANG Lifeng, YANG Kaifang, et al. Calculation and analysis of foundation pit supporting axial force[J]. Bulletin of Science and Technology, 2019, 35(10): 181-186.
- [3] 朱丽霞.基于等值梁法的基坑支护设计[J].土工基础,2010,24(6):42-45.
ZHU Lixia. Supporting structure design of foundation pit with the equivalent beam method[J]. Soil Engineering and Foundation, 2010, 24(6): 42-45.
- [4] FANG Y S, HO Y C, CHEN T J. Passive earth pressure with critical state concept[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2002, 128(8): 651-659.
- [5] FANG Y S, ISHIBASHI I. Static earth pressures with various wall movements[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1986, 122(3): 317-333.
- [6] 张常光,单冶鹏,高本贤.考虑挡墙位移的土压力数学拟合新方法研究[J].岩石力学与工程学报,2021,40(10):2124-2135.
ZHANG Changguang, SHAN Yepeng, GAO Benxian. A new mathematical fitting formulation of earth pressure considering the displacement of retaining walls[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2021, 40(10): 2124-2135.
- [7] 张恒志,徐长节,梁禄钜,等.RB模式下刚性挡墙有限土体主动土压力的离散元模拟与理论研究[J].岩土力学,2021,42(10):2895-2907.
ZHANG Hengzhi, XU Changjie, LIANG Luju, et al. Discrete element simulation and theoretical study of active earth pressure against rigid retaining walls under RB mode for finite soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2021, 42(10): 2895-2907.
- [8] 张恒志,徐长节,何寨兵,等.基于离散元方法的不同挡墙变位模式下有限土体主动土压力研究[J].岩土力学,2022,43(1):257-267.
ZHANG Hengzhi, XU Changjie, HE Zhaibing, et al. Study of active earth pressure of finite soils under different retaining wall movement modes based on discrete element method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2022, 43(1): 257-267.
- [9] WANG L, XIAO S G. Calculation method for

- displacement-dependent earth pressure on a rigid wall rotating around its base[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2021, 21(8): 4021132.
- [10] ZHANG J Z, HUANG H W, ZHANG D M, et al. Effect of ground surface surcharge on deformational performance of tunnel in spatially variable soil[J]. *Computers and Geotechnics*, 2021, 136: 104229.
- [11] ZHANG J Z, HUANG H W, ZHANG D M, et al. Quantitative evaluation of geological uncertainty and its influence on tunnel structural performance using improved coupled Markov chain[J]. *Acta Geotechnica*, 2021, 16: 3709-3724.
- [12] 汤连生, 宋明健, 张庆华. 基于等值梁法的基坑坑壁位移量简化计算[J]. *路基工程*, 2009, 143(2): 15-17.
TANG Liansheng, SONG Mingjian, ZHANG Qinghua. Simplified calculation of displacement of foundation pit wall based on equivalent beam method[J]. *Subgrade Engineering*, 2009, 143(2): 15-17.
- [13] 章杨松, 罗国煜. 深基坑支护结构分析的共同变形法[J]. *高校地质学报*, 1999, 5(3): 283-289.
ZHANG Yangsong, LUO Guoyu. Method of common deformation for analysis of supporting structure in deep excavation[J]. *Geological Journal of China Universities*, 1999, 5(3): 283-289.
- [14] 蔡袁强, 李碧青, 徐长节. 挖深不同情况下基坑支护结构性状研究[J]. *岩土工程学报*, 2010, 32(增刊 1): 28-31.
CAI Yuanqiang, LI Biqing, XU Changjie. Characteristics of retaining structures of deep foundation pits under different excavation depths[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2010, 32(S1): 28-31.
- [15] 郑杰明, 谢玖琪, 杨平, 等. 深基坑开挖支护结构水平变形对地表沉降影响的数值模拟[J]. *现代隧道技术*, 2013, 50(2): 102-108.
ZHENG Jieming, XIE Jiuqi, YANG Ping, et al. Numerical simulation of the effects of horizontal deformation of the supporting structure on surface settlement in deep foundation pits[J]. *Modern Tunnelling Technology*, 2013, 50(2): 102-108.
- [16] 冯勇. 非对称荷载作用下基坑变形分析[J]. *安徽建筑*, 2021, 28(3): 115-116, 134.
FENG Yong. Deformation analysis of foundation pit under asymmetric load[J]. *Anhui Architecture*, 2021, 28(3): 115-116, 134.
- [17] 范晓真, 许海明, 徐长节, 等. 非对称开挖砂性土基坑刚性支护结构解析解[J]. *上海交通大学学报*, 2020, 54(4): 397-405.
FAN Xiaozhen, XU Haiming, XU Changjie, et al. Analytical solution for rigid retaining structure under asymmetric excavation in cohesionless soil[J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2020, 54(4): 397-405.
- [18] FAN X Z, XU C J, LIANG L J, et al. Analytical solution for displacement-dependent passive earth pressure on rigid walls with various wall movements in cohesionless soil[J]. *Computers and Geotechnics*, 2021, 140: 104470.
- [19] 徐长节, 尹振宇. 深基坑围护设计与实例解析[M]. 北京: 机械工业出版社, 2014.
XU Changjie, YIN Zhenyu. *Design and Case Analysis of Deep Foundation Pit Retaining Structure*[M]. Beijing: China Machine Press, 2014.
- [20] 《建筑结构静力计算实用手册》编委会. 建筑结构静力计算实用手册[M]. 第三版. 北京: 中国建筑工业出版社, 2021.
Editorial board of *Practical Manual for Static Calculation of Building Structures*. *Practical Manual for Static Calculation of Building Structures*[M]. Third Edition. Beijing: China Architecture & Building Press, 2021.
- [21] 任彦华. 等值梁法计算多支撑护坡墙的程序编制及其应用[J]. *天津建设科技*, 1995, 18(2): 14-18.
REN Yanhua. Programming and application of equivalent beam method to calculate multi-braced slope wall[J]. *Tianjin Construction Science and Technology*, 1995, 18(2): 14-18.
- [22] 朱伯钦, 周竞欧, 许哲明. 结构力学(上册)[M]. 第三版. 上海: 同济大学出版社, 2014.
ZHU Boqin, ZHOU Jingou, XU Zheming. *Structural Mechanics (Volume I)*[M]. Third Edition. Shanghai: Tongji University Press, 2014.
- [23] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 建筑桩基技术规范: JGJ 94—2008[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008.
Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. *Technical Code for Building Pile Foundations: JGJ 94—2008*[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2008.
- [24] 中华人民共和国住房和城乡建设部, 国家市场监督管理总局. 建筑基坑工程监测技术标准: GB 50497—2019[S]. 北京: 中国计划出版社, 2019.
Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China, State Administration for Market Regulation. *Technical Standard for Monitoring of Building Excavation Engineering: GB 50497—2019*[S]. Beijing: China Planning Press, 2019.