DOI: 10.3785/j.issn.2096-7195.2022.05.004

基于 Mogi-Coulomb 强度准则的竖井 井壁土压力广义解

曹周阳1, 关晓迪2*, 朱勇锋3, 马 迪2, 窦国涛1

(1. 郑州航空工业管理学院 土木建筑学院,河南郑州 450046; 2. 西安理工大学 土木建筑工程学院,陕西西安 710048;3. 长安大学 地质工程与测绘学院,陕西西安 710061)

摘 要:为了解决在工程中采用基于哈尔-卡门假定的别林赞茨叶夫主动土压力偏危险的问题,引入一个环向压应力系数,对上述假定进行修正,通过对竖井围岩进行弹塑性分析,推导了竖井围岩的空间主动土压力解析解。分析表明,中间主应力系数 *b*=0.1、0.2、0.3、0.4和0.5时竖井井壁空间主动土压力较 *b*=0或1.0时分别减小23.0%、42.6%、57.7%、67.2%和70.5%,随着 *b*值的增大,竖井围岩拉张区开裂深度增大;随着环向压应力系数 *ζ*的减小,竖井井壁空间主动土压力分别增大29.4%、65.2%、109.2%和163.3%,随着 *ζ*值的减小,竖井围岩拉张区开裂深度随之减小。通过将本文推导的空间土压力与平面应变条件下的朗肯土压力进行对比发现,不同工况下本文空间主动土压力较朗肯土压力约减小33%~86%,因此,在工程中采用朗肯土压力偏保守而造成井壁支护材料的浪费。

关键词:轴对称; 竖井; 中间主应力; 环向压应力系数; 空间主动土压力; 拉张区; 环形土拱效应 中图分类号: TU41 **文献标识码:** A **文章编号:** 2096–7195(2022)05–0387–07

Generalized solution of earth pressure for shaft wall based on Mogi-Coulomb strength criterion

CAO Zhou-yang¹, GUAN Xiao-di^{2*}, ZHU Yong-feng³, MA Di², DOU Guo-tao¹

School of Civil Engineering and Architecture, Zhengzhou University of Aeronautics, Zhengzhou 450046, Henan, China;
 School of Civil Engineering and Architecture, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, Shaanxi, China;
 School of Geological Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710061, Shaanxi, China)

Abstract: In order to solve the problem that it is dangerous to adopt Belinzantzev's active earth pressure based on the Hal-Kamen assumption in engineering, a hoop compressive stress coefficient is introduced to revise the above assumption. Through the elastic-plastic analysis of the surrounding rock of the shaft, the analytical solution of the spatial active earth pressure is deduced. The analyses show that when the intermediate principal stress coefficient b=0.1, 0.2, 0.3, 0.4 and 0.5, the active earth pressure of shaft wall is reduced by 23.0%, 42.6%, 57.7%, 67.2% and 70.5% respectively, compared with b=0 or 1.0. With the increase of *b* value, the cracking depth of the surrounding rock tension zone of the shaft increases. With the decrease of hoop compressive stress coefficient ζ , the spatial active earth pressure of shaft wall increases by 29.4%, 65.2%, 109.2% and 163.3%, respectively. With the decrease of ζ value, the cracking depth in the tension zone of surrounding rock of the shaft decreases. By comparing the spatial earth pressure deduced in this paper with the Rankine earth pressure under plane strain conditions, it is found that the spatial active earth pressure in this paper is about 33%-86% lower than the Rankine active earth pressure under different working conditions. Therefore, the use of Rankine earth pressure in the project is conservative, resulting in a waste of well wall support materials.

Key words: axisymmetric; shaft; intermediate principal stress; hoop compressive stress coefficient; spatial active earth pressure; the tension area; arching effect of annular soil

收稿日期: 2022-01-19

基金项目:河南省科技攻关项目(212102310967)。

作者简介: 曹周阳(1982—),男,河南济源人,博士,副教授,主要从事路基路面和边坡工程的研究工作。E-mail: 76954638@qq.com。 *通信作者:关晓迪(1995—),男,河南许昌人,博士研究生,主要从事土力学及钢结构与疲劳性能的研究工作。E-mail: 2837867139@qq.com。

ſ

0 引 言

随着我国地下空间的加速开发,地下竖井越 来越广泛的应用于隧道工程、公路铁路交通运输 及矿山井巷等工程建设中^[1-2]。随着综合交通建设 的飞速发展,铁路、公路隧道等工程建设中遇到 的工程地质环境问题变得越来越复杂^[3],且竖井开 挖引起的围岩应力重分布受多种因素的影响,围 岩应力与破坏形式发育不仅与竖井开挖深度、围 岩结构特性、强度等级等围岩性质因素有关,还 受竖井截面形状和支护形式的影响^[4],同时竖井结 构具有空间效应,而鲜有针对竖井结构空间土压 力方面的相关研究^[5],因此,对竖井围岩空间土 压力的计算和分析,具有重要的理论与工程实践 意义。

现阶段针对竖井围岩空间土压力试验测试相 关方面的研究较少,试验测试方法主要有现场原 位测试试验和室内模型试验^[6-9]。闫登峰^[10] 基于现 场实时监测数据,得到了竖井下沉不同深度时井 壁土压力的分布规律。KIM 等^[11] 基于全尺寸现场 试验结果,通过三维拱形效应测量,研究了竖向 圆井的侧向土压力的大小和分布。CHO 等^[12] 介绍 了一种基于离心机模型试验,基于实验分析研究 了垂直圆轴上的侧向土压力,得出垂直圆轴上的 侧向土压力比朗肯理论值低。上述研究成果分析 了竖井井壁土压力,总结了不同因素对井壁土压 力分布规律的影响^[13-14]。

基于许多学者多年来对竖井失稳破坏机理的 研究成果发现,可以采用桩-土间相互作用原理来 计算与研究竖井井壁的受力特性及规律, 而土与 结构的相互作用计算过程往往较为复杂,因此, 针对竖井井壁土压力分布规律方面的研究大多采 用数值模拟方法[15-16]。杨勇[17] 为减小竖井井壁的 厚度,提高其承载力和耐久性,针对深冻结竖井 井壁的施工环境和受力特性,得到了竖井井壁混 凝土的受力和变形特征,可较为合理地解决深冻 结竖井的支护难题。杨卓文[18] 通过模拟竖井施工 过程,明晰了竖井土体位移和地表沉降随着竖井 开挖深度的增加而增大,且井壁土压力随着开挖 深度增加而减小。以上学者考虑不同影响因素 (井壁的厚径比、地层状况、支护类型以及降水 或堵水方式等),深入研究了井壁土压力的分布 规律。

竖井围岩土压力是竖井支护设计时需定量计 算的重要荷载^[19-22]。WALZ^[23] 讨论了确定无黏性 土中竖井衬砌土压力的各种理论,并给出了具有 锥形滑动面的库仑型分析结果。HERTEN 和 PULSFORT^[24]采用线性滑动接触模型,计算了圆 形竖井结构上的空间土压力及其变形,研究发现 由于旋转对称性,竖井井壁空间土压力计算仅限 于一个扇区。CHENG等^[25]对哈尔-卡门完全塑性 假定进行修正,推导出基于 Mohr-Coulomb 强度理 论的竖井衬砌土压力解析表达式。周扬等^[26]针对 处于约束内壁治理条件下的深厚表土层中的竖 井,应用双重级数法推导出满足所有侧面及端部 应力边界条件的弹性解。

由于 Mogi-Coulomb 强度准则^[27-28] 较合理地考 虑了中间主应力 σ₂ 对岩土强度的影响,基于此, 本文引入一个环向压应力系数 ζ 对哈尔-卡门完全 塑性假定进行修正,通过对竖井围岩进行弹塑性 分析,推导出基于 Mogi-Coulomb 强度准则的竖井 井壁空间主动土压力新解。

1 竖井井壁土压力推导前提与假定

本文依托 Mogi-Coulomb 强度准则,在主动极 限平衡状态下,竖井围岩的屈服条件^[29]满足式 (1),通过对围岩进行弹塑性分析,推导出竖井 围岩空间主动土压力新解。

$$\begin{cases} \max\left\{ |\sigma_{1} - A\sigma_{2} - B|, |\sigma_{1} - A\sigma_{3} - B|, |\sigma_{2} - A\sigma_{3} - B| \right\} = 0 \\ A = \frac{2\sqrt{2(b^{2} - b + 1)} + 3k}{2\sqrt{2(b^{2} - b + 1)} - 3k}, B = \frac{6d}{2\sqrt{2(b^{2} - b + 1)} - 3k} \end{cases}$$
(1)
$$k = \frac{2\sqrt{2}}{3}\sin\varphi, \quad d = \frac{2\sqrt{2}}{3}c\cos\varphi$$

式中: *c* 为黏聚力; *φ* 为内摩擦角; *b* 为中间主应 力系数。

2 竖井井壁土压力理论推导

假定竖井围岩微元体的应力状态如图 1 所示^[30]。 图中 R 为竖井半径,r 为围岩一点的半径, σ_r 、 σ_z 、 σ_θ 分别为径向、轴向和环向应力。 竖井围岩问题的平衡微分方程为:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_{\theta}}{r} = 0\\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} = \gamma \end{cases}$$
(2)

式中: y为竖井围岩的重度。

曹周阳,等.基于 Mogi-Coulomb 强度准则的竖井井壁土压力广义解



图 1 围岩一点的受力状态 Fig. 1 Stress state of a point on the surrounding rock

针对经典的别林赞茨叶夫主动土压力偏小, 在工程实践中往往偏于危险的问题,引入环向压 应力系数 ζ 对哈尔-卡门假定进行修正^[31],则竖井 围岩微元体上的环向应力满足:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_2 = \zeta \sigma_1 \tag{3}$$

当 $\zeta < 1$ 时, $\sigma_1(\sigma_z) > \sigma_2(\sigma_\theta) > \sigma_3(\sigma_r)$, 即为本 文土压力; 当 $\zeta = 1$ 时, $\sigma_1(\sigma_z) = \sigma_2(\sigma_\theta) > \sigma_3(\sigma_r)$, 即 为别林赞茨叶夫主动土压力。

在屈服状态下,轴对称竖井围岩在 r-z 平面存 在两族滑移线,将滑移线与大主应力 σ_1 轴的夹角 为+u 时称第一族滑移线,夹角为-u 时称第二族 滑移线^[32],如图 2,图中 δ 为第一族滑移线与 r轴的夹角, θ_1 为 σ_1 轴与 r轴的夹角。



图 2 竖井围岩的两族滑移线



为简化公式的计算和方便公式形式的表达,令:

$$\begin{cases} \sin \varphi_{t} = \frac{3k}{2\sqrt{2(b^{2} - b + 1)}} \\ c_{t} = \frac{3d}{2\sqrt{2(b^{2} - b + 1)}} \frac{1}{\cos \varphi_{t}} \end{cases}$$
(4)

则主动极限状态时围岩应力分量为:

$$\begin{cases} \sigma_r = \sigma \Big[1 + \sin \varphi_t \sin (2\delta + \varphi_t) \Big] - c_t \cot \varphi_t \\ \sigma_z = \sigma \Big[1 - \sin \varphi_t \sin (2\delta + \varphi_t) \Big] - c_t \cot \varphi_t \\ \tau_{rz} = -\sigma \sin \varphi_t \cos (2\delta + \varphi_t) \end{cases}$$
(5)

$$\sigma_{\theta} = \zeta \sigma_1 = \zeta \sigma (1 + \sin \varphi_t) - \zeta c_t \cot \varphi_t \tag{6}$$

将式 (5) 和式 (6) 代人式 (2), 得:

$$\frac{1}{\sin\varphi_{t}}\frac{\partial\sigma}{\partial r} + \left[\frac{\partial\sigma}{\partial r}\sin(2\delta+\varphi_{t}) - \frac{\partial\sigma}{\partial z}\cos(2\delta+\varphi_{t})\right] + 2\sigma \left[\frac{\partial\delta}{\partial r}\cos(2\delta+\varphi_{t}) + \frac{\partial\delta}{\partial z}\sin(2\delta+\varphi_{t})\right] + \frac{\sigma\left[\sin(2\delta+\varphi_{t}) - \zeta\right]}{r} + \frac{(1-\zeta)(\sigma-c_{t}\cot\varphi_{t})}{r\sin\varphi_{t}} = 0$$
(7)

$$\frac{1}{\sin\varphi_{t}}\frac{\partial\sigma}{\partial z} - \left[\frac{\partial\sigma}{\partial z}\sin\left(2\delta + \varphi_{t}\right) + \frac{\partial\sigma}{\partial r}\cos\left(2\delta + \varphi_{t}\right)\right] + 2\sigma\left[-\frac{\partial\delta}{\partial z}\cos\left(2\delta + \varphi_{t}\right) + \frac{\partial\delta}{\partial r}\sin\left(2\delta + \varphi_{t}\right)\right] - \frac{\sigma\cos\left(2\delta + \varphi_{t}\right)}{r} = \frac{\gamma}{\sin\varphi_{t}}$$
(8)

联立式 (7) 和式 (8),得到:

$$\frac{1}{\sin\varphi_{t}} \left(\frac{\partial\sigma}{\partial r} \cos\delta + \frac{\partial\sigma}{\partial z} \sin\delta \right) + \left[\frac{\partial\sigma}{\partial r} \sin(\delta + \varphi_{t}) - \frac{\partial\sigma}{\partial z} \cos(\delta + \varphi_{t}) \right] + 2\sigma \left[\frac{\partial\delta}{\partial r} \cos(\delta + \varphi_{t}) + \frac{\partial\delta}{\partial z} \sin(\delta + \varphi_{t}) \right] + \frac{\sigma}{r} \left[\sin(\delta + \varphi_{t}) - \zeta \cos\delta \right] + \frac{(1-\zeta)(\sigma - c_{t} \cot\varphi_{t})}{r} \frac{\cos\delta}{\sin\varphi_{t}} = \gamma \frac{\sin\delta}{\sin\varphi_{t}}$$
(9)

$$\left(\frac{\partial\sigma}{\partial r}\cos\delta + \frac{\partial\sigma}{\partial z}\sin\delta\right) + 2\sigma\left(\frac{\partial\delta}{\partial r}\cos\delta + \frac{\partial\delta}{\partial z}\sin\delta\right)\tan\varphi_{t} + \frac{\sigma}{r}\frac{\left[(1+\zeta\sin\varphi_{t})\sin(\delta+\varphi_{t}) - (\zeta+\sin\varphi_{t})\cos\delta\right]}{\cos\varphi_{t}}\tan\varphi_{t} + (11) \frac{(1-\zeta)(\sigma-c_{t}\cot\varphi_{t})}{r}\frac{\cos(\delta+\varphi_{t})}{\cos\varphi_{t}} = \gamma\frac{\sin(\delta+\varphi_{t})}{\cos\varphi_{t}}$$

$$\left(\frac{\partial\sigma}{\partial r}\sin(\delta+\varphi_{t})-\frac{\partial\sigma}{\partial z}\cos(\delta+\varphi_{t})\right)+\frac{(1-\zeta)(\sigma-c_{t}\cot\varphi_{t})}{r}\frac{\sin\delta}{c\tau-\tau}+\frac{\sigma}{r}\left[\frac{(\zeta+\sin\varphi_{t})\sin(\delta+\varphi_{t})-(1+\zeta\sin\varphi_{t})\cos\delta}{\cos\varphi_{t}}\right]}{r}\tan\varphi_{t}-(12)$$

$$2\sigma\left(\frac{\partial\delta}{\partial r}\sin(\delta+\varphi_{t})-\frac{\partial\delta}{\partial z}\cos(\delta+\varphi_{t})\right)\tan\varphi_{t}=\gamma\frac{\sin(\delta+\varphi_{t})}{\cos\varphi_{t}}$$

当第一族、第二族滑移线的弧长分别用 s1和 s2 表示^[18,30],由方向导数公式定义,得到主动极限 平衡状态时轴对称竖井围岩微分方程为:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial s_{1}} + 2\sigma \frac{\partial \delta}{\partial s_{1}} \tan \varphi_{t} + \frac{(1-\zeta)(\sigma - c_{t}\cot\varphi_{t})}{r} \frac{\cos(\delta + \varphi_{t})}{\cos\varphi_{t}} + \frac{\sigma}{r} \frac{\left[(1+\zeta\sin\varphi_{t})\sin(\delta + \varphi_{t}) - (\zeta + \sin\varphi_{t})\cos\delta\right]}{\cos\varphi_{t}} \tan\varphi_{t} = \gamma \frac{\sin(\delta + \varphi_{t})}{\cos\varphi_{t}}$$
(13)

$$\frac{\partial \sigma}{\partial s_2} - 2\sigma \frac{\partial \delta}{\partial s_2} \tan \varphi_t + \frac{(1-\zeta)(\sigma - c_t \cot \varphi_t)}{r} \frac{\sin \delta}{\cos \varphi_t} + \frac{\sigma \left[(\zeta + \sin \varphi_t) \sin(\delta + \varphi_t) - (1+\zeta \sin \varphi_t) \cos \delta \right]}{\cos \varphi_t} \tan \varphi_t = -\gamma \frac{\cos \delta}{\cos \varphi_t}$$
(14)

假定竖井围岩极限状态区的母线与填土表面 夹角为 $\delta = \frac{\pi}{4} + \frac{q}{2}$ ^[21],如图 3 所示,则竖井围岩应 力满足: $\sigma_1 = \sigma_r$, $\sigma_3 = \sigma_z$, $\tau_{rz} = 0$ 。



图 3 竖井井壁土压力简图

Fig. 3 Earth pressure of shaft wall

则第一族滑移线与r轴的夹角为:

$$\delta = -\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_i}{2}\right) \tag{15}$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}r} - \eta \frac{\sigma}{r} = -\gamma \frac{1}{\cos\varphi_t} + \frac{m}{r} \tag{16}$$

式中:
$$\eta = \zeta \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_t}{2} \right) - 1$$
 (17)

$$m = \frac{1 - \zeta}{1 - \sin \varphi_t} c_t \cot \varphi_t \tag{18}$$

经计算得到式(16)的解:

$$\sigma = C_1 r^{\eta} + \frac{\gamma r}{(\eta - 1)\cos\varphi_t} - \frac{m}{\eta}$$
(19)

联立式(5)、式(6)和式(19),可得围 岩应力分量:

$$\begin{vmatrix} \sigma_{r} = C_{1} \left(1 - \sin \varphi_{t}\right) r^{\eta} + \gamma r \frac{1 - \sin \varphi_{t}}{(\eta - 1) \cos \varphi_{t}} - \frac{m}{\eta} \left(1 - \sin \varphi_{t}\right) - c_{t} \cot \varphi_{t} \\ \sigma_{z} = C_{1} \left(1 + \sin \varphi_{t}\right) r^{\eta} + \gamma r \frac{1 + \sin \varphi_{t}}{(\eta - 1) \cos \varphi_{t}} - \frac{m}{\eta} \left(1 + \sin \varphi_{t}\right) - c_{t} \cot \varphi_{t} \\ \sigma_{\theta} = \zeta \left[C_{1} \left(1 + \sin \varphi_{t}\right) r^{\eta} + \gamma r \frac{1 + \sin \varphi_{t}}{(\eta - 1) \cos \varphi_{t}} - \frac{m}{\eta} \left(1 + \sin \varphi_{t}\right) - c_{t} \cot \varphi_{t} \right] \end{vmatrix}$$

$$(20)$$

若第一族滑移线与地表交点横坐标为*r_a*,与 井壁交点纵坐标为*z_a*,则存在如下关系:

$$r_a = R + z_a \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_t}{2}\right) \tag{21}$$

由应力边界条件
$$\sigma_z|_{r=r_a} = q$$
 (表面荷载),可得:

$$C_1 = \frac{q+c_i \cot \varphi_t}{r_a^{\eta}(1+\sin \varphi_t)} - \frac{\gamma}{r_a^{\eta}(\eta-1)\cos \varphi_t} - \frac{m}{\eta r_a^{\eta}}$$
(22)

将式(22)代入式(20),得到围岩应力分量,式(23);令式(23)中*r=R*,得到竖井井壁的空间主动土压力新解为式(24)。

$$\begin{aligned} \sigma_{r} &= \gamma r \frac{\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_{r}}{2}\right)}{\eta - 1} \left[1 - \left(\frac{r}{r_{a}}\right)^{\eta - 1} \right] + q \left(\frac{r}{r_{a}}\right)^{\eta} \tan^{2} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - \frac{m}{\eta} (1 - \sin\varphi_{r}) \left[1 - \left(\frac{r}{r_{a}}\right)^{\eta} \right] + c_{t} \left[\left(\frac{r}{r_{a}}\right)^{\eta} \tan^{2} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_{t}}{2}\right) - 1 \right] \cot\varphi_{t} \\ \sigma_{z} &= \gamma r \frac{\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_{t}}{2}\right)}{\eta - 1} \left[1 - \left(\frac{r}{r_{a}}\right)^{\eta - 1} \right] + q \left(\frac{r}{r_{a}}\right)^{\eta} - \frac{m}{\eta} (1 + \sin\varphi_{t}) \left[1 - \left(\frac{r}{r_{a}}\right)^{\eta} \right] + c_{t} \left[\left(\frac{r}{r_{a}}\right)^{\eta} - 1 \right] \cot\varphi_{t} \end{aligned}$$

$$(23)$$

$$\sigma_{\theta} &= \zeta \gamma r \frac{\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_{t}}{2}\right)}{\eta - 1} \left[1 - \left(\frac{r}{r_{a}}\right)^{\eta - 1} \right] + \zeta q \left(\frac{r}{r_{a}}\right)^{\eta} - \zeta \frac{m}{\eta} (1 + \sin\varphi_{t}) \left[1 - \left(\frac{r}{r_{a}}\right)^{\eta} \right] + \zeta c_{t} \left[\left(\frac{r}{r_{a}}\right)^{\eta} - 1 \right] \cot\varphi_{t} \end{aligned}$$

$$p_{a} &= \gamma R \frac{\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_{t}}{2}\right)}{\eta - 1} \left[1 - \left(\frac{R}{r_{a}}\right)^{\eta - 1} \right] + q \left(\frac{R}{r_{a}}\right)^{\eta} \tan^{2} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - \frac{m}{\eta} (1 - \sin\varphi_{t}) \left[1 - \left(\frac{R}{r_{a}}\right)^{\eta} \right] + c_{t} \left[\left(\frac{R}{r_{a}}\right)^{\eta} \tan^{2} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_{t}}{2}\right) - 1 \right] \cot\varphi_{t} \end{aligned}$$

391

显然经典的别林赞茨叶夫主动土压力公式(25) 为本文空间主动土压力公式(24)在中主应力系数 *b*=0或1.0,且环向压应力系数*ζ*=1.0时的特例。

$$p_{a} = \gamma R \frac{\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}{(\eta - 1)} \left[1 - \left(\frac{R}{r_{\alpha}}\right)^{\eta - 1} \right] + q \left(\frac{R}{r_{\alpha}}\right)^{\eta} \tan^{2}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) + c \left[\left(\frac{R}{r_{\alpha}}\right)^{\eta} \tan^{2}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - 1 \right] \cot \varphi$$
(25)

式中:
$$\eta = 2\tan\varphi\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$
 (26)

由于竖井井壁空间主动土压力具有环形土拱 效应^[34],使得空间土压力小于或等于平面土压 力,通过计算可得如下关系:

$$\eta + 1 \le 1 \tag{27}$$

(27) 代入式 (17) ,得到:

$$K_a = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \le \zeta \le 1$$
 (28)

3 算例分析

将式

针对半径 *R*=3 m、井深 *z*=15 m 的竖井,采用 3 种计算工况进行对比分析如表 1,研究不同 *b* 和 *ζ* 对竖井井壁空间主动土压力值的影响。

表1 计算工况

Table 1 Calculation conditions		
工况	黏聚力 c/kPa	内摩擦角 φ/(°)
1	10	15
2	10	20
3	10	25

图 4 为不同中间主应力系数 b 下竖井井壁空间 主动土压力分布曲线。当 b=0 或 1.0 时主动土压力 (别林赞茨叶夫主动土压力)为最大值, b=0.1、 0.2、0.3、0.4 和 0.5 时井壁土压力较 b=0 或 1.0 时 (别林赞茨叶夫主动土压力)分别减小 23.0%、 42.6%、57.7%、67.2%和 70.5%。

图 5 为不同 b 值下轴对称竖井井壁的空间主动 土压力分布曲线。通过分析发现,竖井井壁空间 主动土压力随着竖井深度的增加成非线性分布, b 值越大,竖井围岩拉张区开裂深度越大,且竖井 井壁空间主动土压力值大于别林赞茨叶夫主动土 压力(b=0或 1.0时主动土压力)。

图 6 为不同 ζ 值下竖井井壁空间主动土压力分 布曲线。随着 ζ 值的减小(当 ζ=1.0 时为别林赞茨 叶夫主动土压力),竖井围岩拉张区开裂深度减 小; ζ =0.9、0.8、0.7和0.6时井深15m处竖井井壁 空间主动土压力值较 ζ =1.0时(别林赞茨叶夫主动 土压力)分别增大29.4%、65.2%、109.2%和 163.3%,说明随着环向压应力系数减小,竖井井 壁空间土压力值增大。这是由于基于哈尔-卡门完 全塑性假定的别林赞茨叶夫主动土压力明显夸大 了轴对称竖井围岩微元体的环向正应力,简单地 将轴对称竖井围岩微元体的环向正应力,简单地 将轴对称竖井围岩微元体的环向正应力,简单地 求解出的竖井井壁空间土压力值 $p_a = \sigma_r$ 偏小。



图 4 b 值对井壁土压力的影响 Fig. 4 Influence of b value on earth pressure of shaft wall



图 5 不同 b 值时井壁土压力

Fig. 5 Earth pressure of shaft wall with different b values





图 7 为 ζ 为 1.0、*K*₀^[25] 时井壁空间主动土压力 (当 ζ=1.0 时为别林赞茨叶夫主动土压力)。以朗 肯主动土压力作为参照,工况 1 中井深 15 m 处 ζ=1.0 和 *K*₀时井壁空间主动土压力较朗肯主动土压 力分别减小 64.8%和 33.2%,工况 2 中 ζ=1.0 和 *K*₀ 时主动土压力分别减小 76.4%和 39.1%,工况 3 中 ζ=1.0 和 *K*₀时主动土压力分别减小 86.3%和 46.2%。

通过上述分析可知,别林赞茨叶夫主动土压 力偏小,在工程中偏危险,朗肯主动土压力偏 大,在工程中会造成井壁支护材料的浪费。



Fig. 7 Earth pressure of shaft wall under different working conditions

4 结 论

(1)本文引入一个环向压应力系数修正了哈尔-卡门假定,通过对轴对称竖井围岩进行弹塑性分析,推导了竖井井壁空间主动土压力广义解。

(2) 竖井井壁空间主动土压力在 b=0或 1.0 时 最大,且 b 值越大,竖井围岩拉张区开裂深度越大。

(3)随着 ζ值的减小,竖井井壁空间主动土
 压力增大,且ζ值越小,竖井围岩拉张区开裂深度
 越小。

参考文献

[1] 胡伟. 竖井侧压力的计算方法及数值模拟[D]. 长沙: 中 南大学, 2014.

HU Wei. The research of caculation methods for lateral pressure on shaft lining and its numerical simulations[D]. Changsha: Central South University, 2014.

- [2] 徐兵, 马龙, 李志刚. 浅谈刘庄煤矿主井井筒的快速施 工[J]. 煤炭科技, 2005, 26(1): 1-3, 6.
 XU Bing, MA Long, LI Zhi-gang. Talking about the rapid construction of the main shaft of Liuzhuang Coal Mine[J].
 Coal Science and Technology, 2005, 26(1): 1-3, 6.
- [3] 梁袁,潘淮南,郝劲松,等. 刘庄煤矿主井冻结表土段快速施工经验[J]. 建井技术, 2005, 26(1): 164-167.
 LIANG Yuan, PAN Huai-nan, HAO Jin-song, et al. Rapid construction experience of frozen topsoil section in the main shaft of Liuzhuang Coal Mine[J]. Mine Construction Technology, 2005, 26(1): 164-167.
- [4] 马英明. 深表土竖井地压的计算方法[J]. 煤炭科学技术, 1979(1): 16-22.

MA Ying-ming. Calculation method of ground pressure in deep topsoil shaft[J]. Coal Science and Technology, 1979(1): 16–22.

[5] 陈国舟. 筒形挡土结构主动土压力及拱效应研究[D]. 北京:中国矿业大学, 2014.

CHEN Guo-zhou. Study on soil arching effect and active earth pressure for cylindrical wall[D]. Beijing: China University of Mining and Technology, 2014.

[6] 冷伍明,何群,阮波,等.基槽开挖引起沉管隧道竖井变型的模型试验研究[J]. 土木工程学报,2000,33(4):105-110.

LENG Wu-ming, HE Qun, RUAN bo, et al. Model test study on shaft deformation of immersed tube tunnel caused by foundation groove excavation[J]. China Civil Engineering Journal, 2000, 33(4): 105–110. [7] 姚直书,程桦,荣传新.深冻结井筒内层钢板高强钢筋 混凝土复合井壁试验研究[J].岩石力学与工程学报, 2008,27(1):153-160.

YAO Zhi-shu, CHENG Hua, RONG Chuan-xin. Experimental study on composite shaft lining of inner steel plate cylinder and high strength reinforced concrete in deep frozen shaft[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(1): 153–160.

- [8] TOBAR T, MEGUID M A. Comparative evaluation of methods to determine the earth pressure distribution on cylindrical shafts: A review[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2010, 25(2): 188–197.
- [9] 任杰. 强透水地层深大竖井施工水土压力模型试验研 究[D]. 成都: 西南交通大学, 2012.
 REN Jie. Experimental study on the water-earth pressure of deep & large shaft construction in strong permeable strata[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2012.
- [10] 闫登峰. 黄土地区沉井侧壁土压力与摩阻力实验研究
 [D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2009.
 YAN Deng-feng. Study for earth pressure and side friction acted on the caisson's wall in the loess region[D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture and Technology, 2009.
- [11] KIM K Y, LEE D S, CHO J, et al. The effect of arching pressure on a vertical circular shaft[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2013, 37(6): 10–21.
- [12] CHO J, LIM H, JEONG S, et al. Analysis of lateral earth pressure on a vertical circular shaft considering the 3D arching effect[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2015, 48: 11–19.
- [13] 郭楠. 兰州地铁车站某深基坑桩撑支护结构施工监测 与数值模拟分析[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2014.
 GUO Nan. Lanzhou subway station deep foundation pit pile-strut bracing structure construction monitoring and numerical simulation analysis[D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2014.
- [14] 张少卫. 西安市南门广场复杂深基坑支护结构施工监测[D]. 西安: 西安工业大学, 2015.
 ZHANG Shao-wei. Study on impact of adjacent structures and buildings in loess foundation pit dewatering engineering[D]. Xi'an: Xi'an Technological University, 2015.
- [15] 胡金平,金文良.大直径竖井井口段施工过程受力性状 分析[J]. 公路交通科技:应用技术版, 2012, 8(7): 299-303.

HU Jin-ping, JIN Wen-liang. Analysis of stress characteristics of large-diameter shaft wellhead section

during construction[J]. Highway Traffic Science and Technology: Applied Technology Edition, 2012, 8(7): 299–303.

[16] 朱正国,安辰亮,朱永全,等. 地铁深竖井土压力理论研 究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(增刊 2): 3776-3783.
ZHU Zheng-guo, AN Chen-liang, ZHU Yong-quan, et al. Research on soil pressure theory of deep subway shaff[J].

Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(S2): 3776–3783.

- [17] 杨勇. 特厚表土层冻结井壁 C80 高性能混凝土配制及 其性能研究[D]. 安徽淮南: 安徽理工大学, 2006.
 YANG Yong. The preparation and performance research of freezing shaft lining C80 HPC in extraordinary depth surface soil[D]. Huainan, Anhui: Anhui University of Science and Technology, 2006.
- [18] 杨卓文. 成都地铁一号线小天竺车站深基坑稳定性分析[D]. 成都: 西南交通大学, 2008.
 YANG Zhuo-wen. Stability analysis of the deep foundation pit the Xiaotianzhu Station of Chengdu Metro[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2008.
- [19] 赵彭年. 松散介质力学[M]. 北京: 地震出版社, 1995.
 ZHAO Peng-nian. Mechanics of Loose Medium[M].
 Beijing: Seismological Press, 1995.
- [20] 王伟成. 厚冲积层疏水引起地面沉降时井筒受力分析
 [J]. 中国矿业大学学报, 1996, 25(3): 54-58.
 WANG Wei-cheng. Wellbore stress analysis of surface subsidence caused by hydrophobic thick alluvial layer[J].
 Journal of China University of Mining & Technology, 1996, 25(3): 54-58.
- [21] 陈向红,张鸿儒,陈曦.考虑结构自重影响水下隧道通风竖井的水平振动[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(增刊 2): 3726-3731.

CHEN Xiang-hong, ZHANG Hong-ru, CHEN Xi. Research on horizontal vibration properties of underwater ventilation shaft of tunnel considering effect of self-weight of structure[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(S2): 3726–3731.

[22] 应宏伟,梁文鹏. 方竖井基坑平动模式挡墙的主动土压 力[J]. 上海交通大学学报, 2018, 52(11): 1459-1466.
YING Hong-wei, LIANG Wen-peng. Spatial active earth pressure against translating retaining walls in square shaft excavations[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2018, 52(11): 1459-1466.

393